Math. A. Littrow, J. J.
157^a

Dioptrik,

oder

Anleitung

zur

Verfertigung der Fernröhre.

Von

J. J. LITTROW,

Director der Sternwarte und ö. o. Professor der Astronomie an der k. k. Universität in Wien, Ritter des kais. russ. St. Annaordens der zweyten Klasse, Mitglied der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft in Wien, der astronomischen Gesellschaft in London, der Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, Prag, Krakau und Palermo, Ehrenmitglied der k. Universität in Kasan etc.

WIEN.

Gedruckt und im Verlage bey J. B. Wallishausser.

1830.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Seiner Hochwohlgeboren,

dem Herrn

Iwan Michailowitsch Simonow,

wirkl. k. k. russ. Collegienrath, Ritter des Wladimir- und des St. Annaordens der zweyten Klasse, Director der Sternwarte und Professor der Astronomie an der k. k. Universität in Kasan, Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften etc.

zum Andenken der innigsten Freundschaft

von dem

Verfasser.

Theuerster Freund!

Als ich durch die Stürme, welche vor zwanzig Jahren Europa in seinen Grundfesten erschütterten, mit so vielen anderen an die Grenzen Asiens verschlagen wurde, fand ich Sie, meinen künftigen Freund, als einen blühenden, hoffnungsvollen Jüngling, von den Ufern des kaspischen Meeres nach der Universität in Kasan eilend. Die Liebe zur Wissenschaft, der wir Beyde lebten, und die Uebereinstimmung unserer Gesinnungen, schlang bald ein Band der Freundschaft um unsere Herzen, welches die in jenen fernen Gegenden genossenen Tage zu den schönsten meines Lebens machte, und welches noch itzt, der langen Trennung ungeachtet, durch die süſsesten Erinnerungen der Vergangenheit mich an Sie kettet. Nach zehn mir unvergeſslichen Jahren zog ich, mit dem zurückkehrenden Frieden, selbst Ruh' und Friede suchend, wie es dem älteren Freunde ziemte, in den stillen Hafen meines Vaterlandes zurück, während Sie, noch in der Zukunft lebend und rüstig in der Kraft der Jahre, die hohe See sich auserwählten. Die groſse, im Jahre 1819 *ausgerüstete Entdeckungsreise nach den beyden Polen unserer Erde eröffnete Ihnen die längst ersehnte, rühmliche Bahn, und die Wünsche und Träume meiner eigenen Jugend gingen an Ihnen, an meinem liebsten Freunde, in eine fröhliche Erfüllung. Sie sahen, was wir nur vom Hörensagen wissen, mit eigenen Augen die Gefilde des ewigen Frühlings und das weite, schweigende Grab des ewigen Schnees; die duftenden Gewürzhaine Indiens und die Eisfelder des Südpols; die fröhlichen Otahitier, die im Segen des Ueberflusses schwelgen, und die düstern Staatenländer, die von Kälte starren und mit der Noth im steten Kampfe leben; die Wilden von Oparo und Neuseeland, die ihre Brüder, wie wilde Thiere, mit vergifteten Pfeilen jagen und sie bey ihren Freuden-*

mählern verzehren, so wie die Zahmen unserer gebildeten Hauptstädte, die durch feinere Künste und durch raffinirtere Gifte einander ihre Tage nicht weniger vergällen — und so drangen Sie, von immerwährenden Gefahren umgeben und stets zu neuen Entdeckungen eilend, auf bisher noch unbeschifftem Meere hin bis zu dem siebenzigsten Grad der Breite, weiter in die starre Tiefe des südlichen Eismeeres, als selbst der unerschrockene Cook zu dringen wagte, und brachten, die Frucht einer zweyjährigen Bemühung, einen reichen Schatz von Beobachtungen, Entdeckungen und Kenntnissen in Ihr Vaterland zurück; einen Schatz, der Ihren Namen der dankbaren Nachwelt erhalten, und der Ihnen selbst durch Ihr ganzes Leben die herrlichsten Erinnerungen gewähren wird, Erinnerungen, von denen Sie, wie von einem reichen Erbe, bis in Ihr spätestes Alter werden zehren können.

Mich aber, dem das Schicksal eine engere Bahn angewiesen hat, mich freute es, meinem geliebten Freunde vom Ufer nachzublicken, ihn auf allen seinen Wegen im Geiste zu begleiten, und itzt, durch seine freundschaftlichen Mittheilungen, von dem Vorrathe seiner Erfahrungen mitgeniefsen zu können. Ich sah zwar nicht die Pracht der andern Hemisphäre, nicht den Kanopus und das südliche Kreuz, hoffentlich das Zeichen des Friedens und der Eintracht für jene neuen Länder: aber ich habe meinen Freund wieder gesehen, und auch mein Wunsch ist erfüllt. Möge ihn der Himmel, zum Ruhme des Vaterlandes und der Wissenschaft und zur Freude der Seinen, noch lange erhalten, und möge er, wie bisher, fern von allem eitlen Treiben der Menschen, in sich selbst, in dem Schoofse seiner Familie und in dem stillen Kreise seiner Freunde das wahre Glück des Lebens und jenen inneren Frieden finden, welchen so viele Andere aufser diesem Kreise vergebens suchen.

Wien den 4. November 1829.

J. J. Littrow.

Vorrede.

Es ist eine auffallende, aber mit dem gegenwärtigen Zustande unserer mathematischen Literatur innig zusammenhängende Erscheinung, dafs seit Klügel's analytischer Dioptrik, oder seit vollen fünfzig Jahren, kein ähnliches Werk über diese Wissenschaft weder unter uns, noch in dem Auslande erschienen ist, der beyden erst in dem vorhergehenden Jahre von Santini (Téorica degli stromenti ottici, Padova 1828) und von Prechtl (Practische Dioptrik, Wien 1828) herausgegebenen trefflichen Werke nicht zu erwähnen. Zwar fehlte es uns nicht an sehr schätzbaren, und selbst die Grenzen der Wissenschaft erweiternden Ausbildungen einzelner Theile derselben von Malus, Gauss, Bohnenberger, Herschel d. J., Fraunhofer u. a. aber dafür desto mehr an einem das Ganze umfassenden Werke, wie zu ihren Zeiten jene von Smith, Euler und selbst das erwähnte von Klügel gewesen sind; Werke, deren Bedürfnifs vorzüglich dann lebhaft gefühlt wird, wenn nach einer neuen Reihe von Jahren jene isolirten und in vielen Büchern zerstreuten Arbeiten über ein-

zelne Theile der Wissenschaft auch wieder eine neue Sammlung und eine systematische Ordnung derselben nothwendig machen.

Die gegenwärtige Schrift soll ein Versuch seyn, diesem Wunsche in Beziehung auf die Theorie der dioptrischen Fernröhre, d. h. auf die wichtigsten und interessantesten unserer optischen Instrumente zu entsprechen.

Das Ganze zerfällt in drey Abtheilungen, von welchen die erste die Theorie der vielfachen oder der sogenannten achromatischen Objective; der zweyte die Theorie der Oculare zu den astronomischen sowohl, als zu den terrestrischen Fernröhren, und die dritte endlich eine kurze Geschichte der Optik bis auf unsere Tage erhält. Diese wird von einem Verzeichnisse der vorzüglichsten optischen Schriften beschlossen, sowohl der eigentlich optischen Werke, als auch der in den Memoiren der verschiedenen Academien zerstreuten Bearbeitungen einzelner Gegenstände.

Es war Anfangs meine Absicht, eine ähnliche Behandlung der katoptrischen oder der mit Spiegeln versehenen Fernröhre sowohl, als auch der Mikroscope in einem zweyten Theile dieses Werkes folgen zu lassen. Da aber andere dringende Beschäftigungen die Ausführung dieses Vorsatzes hinderten, und diese beyden Gegenstände doch nicht ganz unberührt bleiben konnten, so habe ich eine kurze Theorie derselben in den beyden letzten Capiteln der zweyten Abtheilung nach Santini's oben erwähntem Werke vorgetragen, einem Werke, wel-

ches sich durch sinnreiche Untersuchungen, durch Reichthum des Inhalts und durch einen wohlgeordneten Vortrag äufserst vortheilhaft auszeichnet.

In der Bestimmung der Oculare habe ich den zuerst von L. Euler eingeschlagenen und später von Klügel, Langsdorf u. a. bis zum Ueberdrusse verfolgten mühsamen und für die Ausübung unfruchtbaren Weg verlassen, die Oculare in Beziehung auf die Abweichungen, wegen der Kugelgestalt sowohl, als wegen Farbenzerstreuung, jedem einzeln gegebenen Objective besonders anzupassen, und dafür jedem Systeme von Ocularen, isolirt von dem Objective, die gröfstmögliche Vollkommenheit zu geben versucht. Eben so überging ich in der Theorie der Objective alle drey- und mehrfachen Linsen als überflüssig, und die Schwierigkeiten der praktischen Ausführung nur ohne Nutzen vermehrend. Fraunhofer's sämmtliche Objective sind nur doppelt; auch reichen die vier Flächen eines solchen Doppelobjectivs vollkommen hin, allen wesentlichen Forderungen eines guten Fernrohres zu entsprechen, besonders wenn man, wie ich in dem achten Capitel der ersten Abtheilung S. 150 versucht habe, auch noch die Distanz der beyden Linsen als eine neue unbekannte Gröfse einführt, über welche man dann, irgend einem vorgesetzten Zwecke gemäfs, verfügen kann.

Ich habe mich bemüht, nicht nur das Vorzüglichste, was bisher von Anderen über diesen Gegenstand geleistet wurde, zu sammeln und zu ordnen, sondern auch

meine eigenen Ideen und Vorschläge zur weiteren Verbesserung jener interessanten und wichtigen Instrumente beyzufügen, und ich wünsche, daſs sie des Beyfalls der Kenner und einer glücklichen Ausführung der Künstler sich bald erfreuen mögen.

Wien den 4. November 1829.

Der Verfasser.

Inhaltsanzeige.

ERSTE ABTHEILUNG.

Theorie der Objective.

ERSTES KAPITEL.

Brechung durch Prismen.

	Seite
Gesetze der Brechung der Lichtstrahlen	3
Weg des Lichts durch ein dreyseitiges Prisma	7
Grenze der Brechung durch ein Prisma	10
Bestimmung des Brechungsverhältnisses n	11
Practisches Verfahren bey diesen Versuchen	12
Heliostat	13
Farbenspectrum	14
Brechung für jede Farbe	15
Beyspiel	16
Brechung und Farbenzerstreuung für mehrere Körper . .	17
Weg des Strahls durch mehrere Linsen	17
Anwendung des Vorhergehenden auf ein Doppelprisma . .	20
Fraunhofers Verfahren	21
Anwendung und Beyspiel	22

ZWEYTES KAPITEL.

Brechung durch Linsen.

Genaue trigonometrische Bestimmung des Wegs der Strahlen durch zwey Linsen	26
Daraus folgendes Mittel, bereits verfertigte Fernröhre zu prüfen.	29
Genäherte Bestimmung des Wegs der nahe bey dem Mittelpuncte der Linsen einfallenden Strahlen für zwey Linsen . .	29
Für eine Linse, für halbe und ganze Kugeln.	31
Beyspiel der Prüfung eines gegebenen Fernrohrs . . .	32
Wie man zu grofse Brechungswinkel vermeidet	34
Fundamentalgleichungen der Dioptrik für Centralstrahlen .	35
Einfacher Beweis derselben	36
Nähere Betrachtung dieser Gleichungen für mehrere besondere Fälle	39

Seite

Wie für jede Linse der Ort und die Gröfse des Bildes gefunden wird, für biconvexe Linsen 41
Für biconcave Linsen 43
Kurze Zusammenstellung 44
Bestimmung des Brechungsverhältnisses n für schon vollendete Linsen 45

DRITTES KAPITEL.

Kugelabweichung.

Distanz der Vereinigungspuncte der Central- und Randstrahlen mit der Axe oder Kugelabweichung für eine einzige Linse. 50
Vereinfachungen dieses Ausdrucks 53
Kleinste Kugelabweichung 55
Bestimmung der Halbmesser der Linse durch die Gröfsen n, p und λ 56
Für gleichseitige, planconvexe Linsen u. f. 57
Hülfstafel für die Gröfsen μ, ν, ρ u. f. 59
Kugelabweichung für zwey und mehr Linsen 62
Halbmesser der Kugelabweichung für eine Linse . . . 64
Halbmesser für mehrere Linsen 67
Folgen dieser Ausdrücke für die Construction der Fernröhre . 68

VIERTES KAPITEL.

Farbenabweichung.

Aenderung der Vereinigungsweite durch die Farben oder Farbenabweichung in der Axe für eine Linse 70
Für mehrere Linsen 71
Folgerungen daraus für zwey Linsen 72
Rücksicht auf die Dicke der Linsen 73
Bedingungsgleichung der Farbenlosigkeit in der Axe . . . 73
Practische Bemerkungen 74
Beschränkungen dieses Problemes 75

FÜNFTES KAPITEL.

Doppelobjective. Erste Methode.

Euler's Verfahren, mit und ohne Rücksicht auf die Distanz der Linsen 77
Beyspiel 80
Dieselbe Auflösung unter anderen Voraussetzungen . . . 82
Dicke der Linsen 85
Dieselbe Auflösung in einer andern Ordnung der einzelnen Theile 86
Beyspiele 87

SECHSTES KAPITEL.

Doppelobjective. Zweyte Methode.

Seite

J. F. W. Herschel's Verfahren. Ableitung seiner Grundgleichungen 89
Anwendung derselben auf ein Beyspiel 92
Vortheile dieser Methode 94
Vereinfachung der Rechnung für Künstler 95
Tafeln und Anwendung derselben durch Beyspiele 98
Bestimmung der Oeffnung des Objectivs 101 u. 105
Untersuchung dieser Methode 102

SIEBENTES KAPITEL.

Doppelobjective. Dritte Methode.

Klügel's Verfahren 106
Beyspiel 109
Prüfung dieses Verfahrens 111
Bemerkungen darüber 113
Aenderung dieses Verfahrens 115
Bemerkungen über das Verhältnifs der Halbmesser der ersten Linse 119
Abmessungen der Objective Fraunhofers 120
Verschiedene Annahme der optischen Schriftsteller . . . 121
Ueber die Oeffnung der Objective 122
Oeffnungen der Objective Fraunhofers 125
Vortheilhaftestes Verhältnifs der Halbmesser der ersten Linse . 126
Welches Verhältnifs die gröfste Lichtstärke gibt 127
Ausführung dieses Verfahrens für die Construction eines Fernrohres mit der gröfsten Lichtstärke 128
Beyspiele und Prüfungen solcher Fernröhre 129
Bemerkungen 132
Erleichterung der strengen Auflösung durch eine vorhergehende genäherte 133
Vereinfachung der Berechnung für Künstler durch eine Tafel . 136
Beyspiele 142
Aplanatische Objective 144
Tafel 145

ACHTES KAPITEL.

Doppelobjective. Vierte Methode.

Eigenschaften der Glasarten zur Verbesserung der Fernröhre . 151
Historische Bemerkungen 153
Vortheile der Doppelobjective mit getrennten Linsen . . 155

Seite

Vorzüglich für die S. 151 erwähnten Glasarten 157
Die zweyte Linse wird kleiner und das ganze Fernrohr viel kürzer 159
Vorläufige genäherte und directe Bestimmung eines Doppelobjectivs mit getrennten Linsen 160
Beyspiele 161
Indirecte, aber strenge Auflösung derselben, Aufgabe . . 162
Beyspiele 164

ZWEYTE ABTHEILUNG.

Theorie der Oculare.

ERSTES KAPITEL.

Weg der Strahlen durch mehrere Linsen.

Ausdrücke der Distanzen und der Oeffnungen der Linsen . . 170
Gröfse und Lage der Bilder 171
Vergröfserung durch mehrere Linsen 172
Bemerkungen über die Vergröfserung durch Fernröhre . . 174
Oeffnungen wegen dem Gesichtsfelde 176
Oeffnungen wegen der Helligkeit 177
Helligkeit des Fernrohrs 178
Bestimmung und Grenze derselben 179
Verhältnifs der Oeffnung zur Brennweite 180
Stärkste Vergröfserung 181
Winkel des Hauptstrahls mit der Axe nach den verschiedenen Brechungen 182
Mehrere andere analytische Ausdrücke 183
Gesichtsfeld des Fernrohrs 186
Bemerkungen darüber 187
Ort des Auges bey Fernröhren 188
Bemerkungen darüber 189
Aenderung des Winkels φ durch die Farbenzerstreuung . . 191
Einflufs der Farbenzerstreuung auf die Grenzen der Bilder . 193
Zusammenstellung der vorhergehenden Ausdrücke zur leichteren Uebersicht 194
Blendungen oder Diaphragmen 199

ZWEYTES KAPITEL.

Fernröhre überhaupt.

Einfache Theorie der Fernröhre, wenn die Abweichung wegen der Kugelgestalt und wegen der Farbenabweichung weggelassen wird 200
Anwendung auf einzelne Fälle 202

Seite

Auf Fernröhre mit zwey Linsen. 204
Alte Eintheilung der Fernröhre in drey Klassen 207
Allgemeine Formeln für das Gesichtsfeld, die Vergröſserung, den Ort des Auges u. f. 209
Anwendung dieser Formeln auf die Construction der Fernröhre mit Hülfsgröſsen 210
Beyspiel für Fernröhre mit zwey Linsen 211
„ „ „ mit drey Linsen 212
„ „ „ mit vier Linsen 213
Dieselbe Auflösung bloſs mit der ersten Gattung A, A′, A″.. der Hülfsgröſsen 216
Rücksichten auf den farbigen Rand und die Kugelabweichung durch dieselben Hülfsgröſsen 219
Aus den gegebenen Werthen der Brennweite und der Distanzen der Linsen eines Fernrohrs die Vereinigungsweite der Linsen finden 222
Beyspiele 223
Abmessungen der Oculare Fraunhofers 225

DRITTES KAPITEL.

Einfache Linsen.

Halbmesser und Kugelabweichung der einfachen Linsen . . 226
Gleichseitige Linsen 227
Planconvexe und convexplane Linsen 228
Brillen 229
Für Weitsichtige 230
Für Kurzsichtige 231
Für entfernte Gegenstände 232
Brenngläser 235
Dichte der Strahlen im Brennpunct 236
Rücksichten auf die Gröſse der Brennweiten und der Oeffnungen 237
Brenngläser mit Collectivlinsen 239

VIERTES KAPITEL.

Fernröhre mit zwey Linsen.

Allgemeine Ausdrücke für dieselben 241
Holländische Fernröhre 242
Rücksicht auf Farbenzerstreuung 243
„ auf Kugelabweichung 244
Construction dieser Fernröhre, wenn beyde Linsen von derselben Glasart sind 245
Nachtheile dieser Einrichtung 246

Seite

Beyspiele 247
Wenn besonders ein grofses Gesichtsfeld gesucht wird . . 248
Wenn beyde Abweichungen sehr klein seyn sollen 249
Wenn Vergröfserung und Lichtstärke als gegeben betrachtet wird 250
Wenn das Objectiv doppelt ist 253
Vortheile des Doppelobjectivs 255
Bemerkungen 256
Astronomische oder Kepler'sche Fernröhre . . . 257
Allgemeine Ausdrücke für dieselben 257
Rücksicht auf die Farbenzerstreuung 258
Einfache Construction dieser Fernröhre 259
Huyghens und F. Mayers Vorschläge 261
Rücksicht auf die beyden Abweichungen 263
Fernröhre mit kleiner Kugelabweichung 264
Beyspiele 265
Fernröhre mit Doppelobjectiven 266
Darstellung durch Zeichnung 267
Beweglichkeit des Oculars 268

FÜNFTES KAPITEL.

Fernröhre mit drey Linsen.

Allgemeine Ausdrücke für dieselben 269
Rücksicht auf die Farbenzerstreuung 270
Wenn die letzte Linse concav ist 271
Rücksicht auf die Kugelabweichung 272
Für gleichseitige Linsen 273
Vergleichung mit dem holländischen Fernrohre 274
Wenn das Objectiv doppelt ist 275
Wenn die letzte Linse convex ist 277
Construction dieses Fernrohrs 278
Rücksicht auf die beyden Abweichungen 279
Für ein Doppelobjectiv 280
Wenn das einzige wahre Bild zwischen die zwey letzten Linsen fällt 281
Beyspiele 283
Wenn das einzige wahre Bild zwischen die zwey ersten Linsen fällt 285
Bemerkung wegen dem farbigen Rand, der hier nicht weggebracht werden kann 286
Andere Auflösung derselben Aufgabe 287
Doppeloculare, erste Gattung 290
„ zweyte Gattung 293
„ dritte Gattung 297
„ vierte Gattung 298

Seite

Doppeloculare ohne Farbenzerstreuung 299
Andere Behandlung der Doppeloculare der ersten Gattung . 300
„ „ „ „ der zweyten Gattung . 302
Fernröhre mit drey Linsen und zwey wahren Bildern, Nachtheile derselben 304
Anwendung der oben S. 208 gegebenen allgemeinen Methode auf diese Doppeloculare 305

SECHSTES KAPITEL.

Fernröhre mit vier Linsen.

Allgemeine Ausdrücke für diese Fernröhre 310
Wenn besonders das gröfsere Gesichtsfeld berücksichtiget wird. 311
Besondere Fälle 313
Fernröhre mit zwey wahren Bildern zwischen I. II. und III. IV. 316
Wenn die Distanzen und Brennweiten der Oculare unter sich gleich sind 319
Wenn das Objectiv doppelt ist 320
Rücksicht auf die beyden Abweichungen 321
Andere Auflösung des Problems 322
Besondere Fälle 324
Wenn die zwey wahren Bilder zwischen II. III. und III. IV. fallen 325
Dritte Auflösung der Aufgabe 328

SIEBENTES KAPITEL.

Fernröhre mit fünf Linsen.

Allgemeine Ausdrücke für diese Fernröhre . . . 330
Besondere Fälle 332
Anwendung der S. 208 gegebenen Methode 336
Besondere Annahme, wenn die zwey wahren Bilder zwischen II. III. und III. IV. fallen 337
Erster Fall 339
Zweyter Fall 342
Rücksicht auf die beyden Abweichungen 344
Beyspiel 346
Wenn die zwey wahren Bilder zwischen II. III. und IV. V. fallen 347
Besonderer Fall 349
Wenn die zwey wahren Bilder zwischen I. II. und IV. V. fallen. 351
Beyspiele 353
Besonderer Fall. 354
Darstellung der terrestrischen Oculare Fraunhofers . . 357

ACHTES KAPITEL.

Zusammenfügung der Objective, Bestimmung der Vergröfserung u. f.

Seite

Centrirung der Objectivlinsen 361
Auseinandernahme und Zusammensetzung der Objectivlinsen . 361
Senkrechte Stellung des Objectivs auf die Axe des Fernrohrs . 366
Mittel, die Vergröfserung eines Fernrohrs zu bestimmen . 367
Mikrometer 369
Schraubenmikrometer 370
Fadenmikrometer 372
Kreismikrometer 373

NEUNTES KAPITEL.

Mikroscope.

Einleitung 375
Einfache Mikroscope 376
Kleine Glaskugeln 379
Mikroscope mit zwey sich berührenden Linsen . . . 381
„ mit drey sich berührenden Linsen . . . 383
„ mit zwey von einander entfernten Linsen . . 386
„ mit drey von einander entfernten Linsen . . 391
„ mit vier von einander entfernten Linsen . . 394
Doppelobjective bey Mikroscopen 398
Bestimmung der Vergröfserung der Mikroscope . . . 399

ZEHNTES KAPITEL.

Spiegel.

Ausdrücke für die Reflexion des Lichtes bey einem sphärischen Spiegel 401
Vorzüge und Nachtheile der Spiegel 404
Einfachste Erscheinungen 406
Bestimmung der Gröfse und Lage des Bildes . . . 407
Brennspiegel 408
Systeme von Spiegeln und Linsen 409
Nicht sphärische Spiegel 411
Nachtheile der elliptischen Spiegel 412

DRITTE ABTHEILUNG.

Kurze Geschichte der Optik.

Erste Periode. Griechen 417
Zweyte Periode. Mittelalter 421
Dritte Periode. Kepler 428
Vierte Periode. Newton 439
Fünfte Periode. Euler und Dollond 457
Drey erste Decennien des gegenwärtigen Jahrhunderts . . 472

Erste Abtheilung.

Theorie der Objective.

ERSTES KAPITEL.

Brechung durch Prismen.

§. 1.

Wenn ein Lichtstrahl der Oberfläche eines Körpers sehr nahe kömmt, so wird er von demselben in einer Richtung angezogen, welche auf der Oberfläche in dem Puncte, in welchem das Licht derselben begegnet, senkrecht steht, wenn man die Wirkung der Körper auf das Licht als nur in sehr kleinen Entfernungen wirksam voraussetzt. Sind daher x und y die senkrechten Coordinaten eines der Oberfläche sehr nahen Punctes des Lichtstrahls, und nimmt man die Axe der x parallel mit der die Oberfläche in dem Einfallspuncte berührenden Ebene, und legt die Ebene der x y durch die Normale der Oberfläche in dem Einfallspuncte und durch die anfängliche Richtung des Lichtstrahles, so hat man, nach den ersten Gründen der Mechanik, folgende zwey Gleichungen:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = o \text{ und}$$

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = P$$

wo P die Kraft bezeichnet, mit welcher das Licht in der auf die Oberfläche normalen Richtung der y von dem Körper angezogen wird, und wo dt das constante Element der Zeit ausdrückt.

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen durch dx, und die zweyte durch dy, so gibt die Summe dieser Producte

$$\frac{dx\, d^2 x + dy\, d^2 y}{d t^2} = P\, dy$$

und wenn man integrirt:

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = \text{Const} + 2\int P\,dy,$$

wo bekanntlich die Constante der Integration die Geschwindigkeit des Lichtes in der Entfernung von dem Körper ausdrückt, in welcher die Wirkung des Körpers auf das Licht noch nicht angefangen hat, oder für welche $t = 0$ ist. Nennt man also c die Geschwindigkeit des Lichtes in dieser Zeit, oder die anfängliche Geschwindigkeit desselben, und heiſst eben so v die Geschwindigkeit des Lichtes bey dem Eintritte desselben in den Körper, so läſst sich die lezte Gleichung auch so darstellen:

$$v^2 = c^2 + 2\int P\,dy$$

oder wenn man das Integral $\int P\,dy$ der Kürze wegen durch k bezeichnet,

$$v^2 = c^2 + 2k.$$

Nennt man aber **vor** dem Eintritte des Lichtes in den Körper c' die Geschwindigkeit desselben nach der Richtung der x, und θ den Winkel des Strahls mit der Normale oder den **Einfallswinkel**, und heiſst ebenso θ' den Winkel des Strahles mit dieser verlängerten Normale **nach** dem Eintritte des Lichts in den Körper, oder den **gebrochenen Winkel**, so ist

$$\text{Sin}\,\theta = \frac{c'}{c}$$

$$c' = \frac{dx}{dt} \quad \text{und}$$

$$\text{Sin}\,\theta' = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

Eliminirt man aus diesen drey Gleichungen die Gröſsen c' und dx, so hat man

$$\text{Sin}\,\theta' = \frac{c.\,dt.\,\text{Sin}\,\theta}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

oder da nach dem Vorhergehenden $\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = v^2$ ist,

$$\frac{\text{Sin}\,\theta'}{\text{Sin}\,\theta} = \frac{c}{v}$$

woraus folgt, daſs bey dem Uebergange des Lichtes von einem Körper in den andern, das Product der Geschwindigkeit des Lichtes in den Sinus des Winkels, welchen die Richtung des Lichts mit der Normale macht, eine constante Gröſse ist.

I. Um diesen wichtigen Satz noch auf eine einfachere Weise zu zeigen, sey B A b (Fig. 1.) die Oberfläche des Körpers, M A m der einfallende, und A μ der gebrochene Strahl, und C A γ die Normale der Oberfläche in dem Einfallspuncte A. Sey M A $=$ c die Geschwindigkeit des Lichtes vor, und A μ $=$ v nach dem Eintritte und M B, so wie μ b senkrecht auf die brechende Fläche B b. Bezeichnet man wieder den Einfallswinkel M A C durch θ, und den gebrochenen Winkel μ A γ durch θ', und zerlegt man die erste Geschwindigkeit A M $=$ c in zwey andere unter sich senkrechte, von welchen die eine A B $=$ c′ parallel mit der brechenden Fläche, und die andere M B $=$ c″ darauf senkrecht ist, so hat man

$$c' = c \text{ Sin } \theta \text{ und } c'' = c \text{ Cos } \theta$$

Zerlegt man eben so die zweyte Geschwindigkeit A μ $=$ v in zwey andere, von welchen die eine A b $=$ v′ mit der brechenden Fläche parallel, und die andere b μ $=$ v″ darauf senkrecht ist, so ist eben so

$$v' = v \text{ Sin } \theta' \text{ und } v'' = v \text{ Cos } \theta'.$$

Da aber die Anziehung der brechenden Fläche bloſs die auf sie senkrechte Geschwindigkeit ändert, während die mit dieser Fläche parallele Geschwindigkeit ungeändert bleibt, so ist $v' = c'$, oder wenn man in dieser Gleichung die vorhergehenden Werthe von c′ und v′ substituirt,

$$v. \text{ Sin } \theta' = c \text{ Sin } \theta$$

wie zuvor.

II. Ist daher der brechende Körper in allen seinen Theilen gleichförmig in Beziehung auf die Wirkung, welche er auf das Licht ausübt, so ist die Geschwindigkeit v des Lichtes, so lange dasselbe in dem Körper bleibt, eine constante Gröſse, und da auch die anfängliche Geschwindigkeit vor der Brechung, oder da die Gröſse c constant ist, so ist auch die Gröſse $\frac{v}{c}$, welche wir der Kürze wegen durch n bezeichnen wollen, eine solche constante Gröſse, und man hat daher

$$\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = n$$

oder das Licht wird von allen gleichförmigen Körpern an ihrer Oberfläche so gebrochen, daſs der gebrochene Strahl in der Ebene durch den einfallenden Strahl und durch die Normale liegt, und daſs für den ganzen Durchgang des Lichtes durch den Körper das Verhältniſs der Sinus des Einfalls- und des gebrochenen Winkels eine constante Gröſse ist.

III. Wird aber das Licht von der Fläche B b in dem Einfallspuncte A nicht aufgenommen, sondern, wie von einem Spiegel, wieder zurückgeworfen, so bleibt der Strahl auch nach seinem Durchgange durch den Punct A in demselben Mittel, aus welchem er gekommen ist, und verändert daher seine Geschwindigkeit nicht. Setzt man daher in dem oben gefundenen Ausdrucke

$$v \text{ Sin } \theta' = c \text{ Sin } \theta$$

die Gröſsen v und c einander gleich, so hat man

$$\text{Sin } \theta' = \text{Sin } \theta \text{ oder auch } \theta' = \theta$$

oder der Lichtstrahl M A wird von der spiegelnden Fläche B A b nach der Richtung A N so zurückgeworfen, daſs der Einfallswinkel M A C $= \theta$ gleich dem Reflexionswinkel C A N $= \theta'$ ist.

Auf diesen beyden Gesetzen beruht die ganze Lehre von der Brechung und von der Zurückstrahlung des Lichtes, von welchen die erste die Dioptrik, und die andere die Catoptrik genannt wird.

IV. Die Gröſse n wird gewöhnlich so angegeben, daſs sie für den Uebergang des Lichtes aus einem dünnern Mittel in ein dichteres gehört, und da in diesem Falle der Strahl zu dem Einfallslothe hingebrochen wird, so ist Sin $\theta >$ Sin θ' also auch $n > 1$. So ist für den Uebergang des Lichtes aus Luft in Glas nahe $n = \frac{3}{2}$, also auch $\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = \frac{3}{2}$ und daher für den Uebergang des Lichtes aus Glas in Luft $n = \frac{2}{3}$ oder wenn man für diesen Fall θ den Einfalls- und θ' den gebrochenen Winkel heiſst, $\frac{\text{Sin } \theta}{\text{Sin } \theta'} = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$ in dem n den vorigen Werth $n = \frac{3}{2}$ behält.

Ist daher für den Uebergang des Lichtes aus Glas in Luft der Einfallswinkel θ so grofs, dafs Sin $\theta = \frac{2}{3}$ ist, so ist auch Sin $\theta' = 1$, oder der gebrochene Winkel ist $\theta' = 90°$, und wenn der Einfallswinkel θ noch gröfser, also Sin $\theta > \frac{2}{3}$ wird, so wird Sin $\theta' > 1$, was unmöglich ist, zum Zeichen, dafs jetzt der Strahl nicht mehr aus Glas in Luft gebrochen werden kann, sondern dafs er von der äufsersten Fläche des Glases wieder zurück geworfen, oder wie von einem Spiegel reflectirt wird.

V. Aus dem Vorhergehenden (Nro. III.) ist klar, dafs die Reflexion der Lichtstrahlen nur als ein besonderer Fall der Refraction betrachtet werden mufs, nämlich als eine Refraction, bey welcher der Einfallswinkel gleich dem gebrochenen Winkel ist, nur mit dem Unterschiede, dafs der reflectirte Strahl nicht der durch die Brechung bestimmten Richtung, sondern der entgegengesetzten folgt. Die für die Refraction erhaltenen Ausdrücke werden daher auch für Reflexion gelten, wenn man nur in jenen die Gröfse $n = -1$ setzt.

Es ist übrigens für sich klar, dafs der gebrochene Strahl mit dem einfallenden und umgekehrt verwechselt werden kann, d. h. dafs bey Versetzung des Objectes an die Stelle des Bildes der vorhin einfallende Strahl jetzt an die Stelle des gebrochenen, und der gebrochene an die Stelle des einfallenden tritt.

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, wollen wir sofort die Erscheinungen untersuchen, welche ein Lichtstrahl darbiethet, der durch ein dreyseitiges Prisma von Glas fällt. Sey M B N (Fig. 1.) der Durchschnitt dieses Prismas, welcher in der Ebene des einfallenden S D und des gebrochenen Strahles A S' liegt, und sey B der brechende Winkel des Prismas. Das Auge des Beobachters, welches in irgend einem Puncte des gebrochenen Strahls, z. B. im A liegt, sieht den Gegenstand S sowohl unmittelbar in der Richtung A S, als auch das Bild desselben in der Richtung A S'. Der Winkel dieser beyden Richtungen sey A, so wie ω der Winkel des einfallenden Strahles S D mit der Linie S A und endlich m der Winkel, unter welchem sich der einfallende und der gebrochene Strahl, rückwärts verlängert, schneiden. Bezeichnen

die beyden punctirten Linien die Einfallslothe oder die Normalen auf die Seiten des Prismas, so sind l und l′ die Einfallswinkel und λ und λ′ die gebrochenen Winkel in den beyden Brechungen des Strahls.

Nennt man n das Brechungsverhältniſs der Glasart des Prismas, so hat man nach (S. 6)

$$\begin{aligned} \text{Sin } l &= n \text{ Sin } \lambda \text{ und} \\ \text{Sin } \lambda' &= n \text{ Sin } l' \end{aligned}$$

Aber es ist auch $(90 + l') = B + (90 - \lambda)$ oder $l' = B - \lambda$, also auch jene zwey Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{Sin } l &= n \text{ Sin } \lambda \\ \text{Sin } \lambda' &= n \text{ Sin } (B - \lambda). \end{aligned}$$

Eliminirt man aus ihnen die Gröſse λ, so erhält man.

$$n^2 = \text{Sin}^2\, l + \left(\frac{\text{Sin } l.\ \text{Cos } B + \text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } B}\right)^2 \quad \ldots .\ (\text{I.})$$

und dieser Ausdruck gibt die gesuchte Gröſse n, wenn die Winkel l und λ′ und B bekannt sind.

I. Da aber die Gröſsen l und λ′ mit Sicherheit nicht leicht zu bestimmen sind, so wollen wir das Prisma um seine obere Kante B so gedreht voraussetzen, daſs der erste einfallende Winkel l gleich dem letzten gebrochenen Winkel λ′ werde.

Es ist überhaupt $A = m - \omega$ und $m = (l - \lambda) + (\lambda' - l')$, also auch, da $B = l' + \lambda$ war, $m = l + \lambda' - B$. Ist aber, der erwähnten Voraussetzung gemäſs, $l = \lambda'$, so ist die letzte Gleichung

$$l = \frac{m + B}{2}$$

oder da $m = A + \omega$ ist

$$l = \frac{A + B + \omega}{2}.$$

Substituirt man aber diesen Werth von l in der Gleichung (I.), so erhält man sofort:

$$n^2 = \text{Sin}^2 \frac{A + B + \omega}{2} + \text{Sin}^2 \frac{A + B + \omega}{2} \left(\frac{1 + \text{Cos } B}{\text{Sin } B}\right)^2 \text{oder}$$

$$n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{A + B + \omega}{2}}{\operatorname{Sin} \frac{B}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (II.)$$

ein sehr einfacher Ausdruck für n, der nur die Kenntniſs der Winkel A, B und ω voraussetzt. Ist der leuchtende Gegenstand S, wie die Sonne, unendlich weit von dem Auge in A entfernt, so ist $\omega = o$ und daher

$$n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{A + B}{2}}{\operatorname{Sin} \frac{B}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (III.)$$

Es ist daher nur noch übrig, zu untersuchen, in welchem Falle die den Ausdrücken (II.) und (III.) zu Grunde liegende Bedingung, daſs nämlich $l = \lambda'$ ist, Statt habe.

II. Suchen wir zuerst, wann der Winkel m des einfallenden und des gebrochenen Strahles ein Kleinstes wird.

Es war $B + m = l + \lambda'$, also ist auch

$$\operatorname{Sin}(B + m) = \operatorname{Sin} l. \operatorname{Cos} \lambda' + \operatorname{Cos} l. \operatorname{Sin} \lambda', \text{ oder}$$

$$\operatorname{Sin}(B + m) = n \operatorname{Sin} \lambda. \sqrt{1 - n^2 \operatorname{Sin}^2 l'} + n. \operatorname{Sin} l'. \sqrt{1 - n^2 \operatorname{Sin}^2 \lambda}.$$

Setzt man aber $d. \operatorname{Sin}(B + m) = o$, das heiſst, da B eine constante Gröſse ist, setzt man $d\, m = o$, so erhält man aus der letzten Gleichung

$$o = d\lambda \operatorname{Cos} \lambda \left(\frac{\operatorname{Cos} l. \operatorname{Cos} \lambda' - n^2 \operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Sin} l'}{\operatorname{Cos} l}\right) + d\, l' \operatorname{Cos} l' \left(\frac{\operatorname{Cos} l. \operatorname{Cos} \lambda' - n^2 \operatorname{Sin} \lambda. \operatorname{Sin} l'}{\operatorname{Cos} \lambda'}\right)$$

also auch

$$o = d\,\lambda \frac{\operatorname{Cos} \lambda}{\operatorname{Cos} l} + d\, l' \frac{\operatorname{Cos} l'}{\operatorname{Cos} \lambda'}.$$

Es war aber $B = l' + \lambda$, also ist auch $d\, l' = - d\, \lambda$ und daher die letzte Gleichung

$$\frac{\text{Cos } l}{\text{Cos } \lambda'} = \frac{\text{Cos } \lambda}{\text{Cos } l'} \text{ oder}$$

$$\frac{\text{Cos } l}{\text{Cos } \lambda'} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{n^2} \text{ Sin}^2 l}{1 - \frac{1}{n^2} \text{ Sin}^2 \lambda}}$$

oder wenn man beyde Theile dieser Gleichung zum Quadrat erhebt

$$\text{Cos}^2 l. (n^2 - \text{Sin}^2 \lambda') = \text{Cos}^2 \lambda' (n^2 - \text{Sin}^2 l)$$

woraus endlich folgt:

$$\text{Cos } l = \text{Cos } \lambda' \text{ oder } l = \lambda'.$$

Die beyden Winkel l und λ' sind daher einander gleich, wenn der Winkel m, oder da $m = A + \omega$ und ω eine constante Gröſse ist, wenn der Winkel A ein Kleinstes ist und umgekehrt.

III. Wenn also das Auge in A, welches den leuchtenden Gegenstand S unmittelbar in der Richtung A S sieht, denselben durch ein Prisma, dessen obere Kante B horizontal ist, betrachtet, so sieht es das Bild dieses Gegenstandes in der Richtung A S′, oder um den Winkel A höher als zuvor. Wird aber das Prisma um seine obere Kante, als um eine horizontale Axe gedreht, so wird der Winkel A bis zu einer gewissen Grenze wachsen oder abnehmen, während er für diese Grenze selbst, auch bey einer kleinen Drehung des Prismas, unveränderlich erscheint. Diese Grenze also, für welche die Gröſse des Winkels A stationär wird, gibt die Lage des Prismas, für welche die Gleichungen (II.) und (III.) Statt haben, und man sieht, daſs man aus diesen Gleichungen die Gröſse n selbst dann noch mit Genauigkeit bestimmen kann, wenn auch diese Grenze nicht ganz scharf aufgefaſst worden wäre, weil jede Gröſse, also auch der Winkel A, in der Nähe ihres kleinsten oder gröſsten Werthes sich nur sehr langsam ändert.

Differenzirt man endlich die Gleichung III., so erhält man

$$dn = \tfrac{1}{2} n dA \text{ Cotg } \tfrac{1}{2} (A + B) \text{ und}$$

$$dn = - \tfrac{1}{2} dB \frac{\text{Sin } \frac{1}{2} A}{\text{Sin}^2 \frac{1}{2} B}$$

woraus folgt, daſs ein Fehler in A desto geringeren Einfluſs auf n hat, je näher $\frac{A+B}{2}$ an 90° ist, und daſs ein Fehler in B desto geringern Einfluſs auf n hat, je gröſser B selbst ist.

§. 3.

Man kann auch den Werth von n für jede andere Lage des Prismas finden, wenn man den ersten Einfallswinkel l nebst den Gröſsen A, B und ω kennt. Da nämlich $\lambda = B - l'$ ist, so sind die beyden ersten Gleichungen des §. 2.

$$\text{Sin } l = n \text{ Sin } (B - l')$$

$$\text{Sin } \lambda' = n \text{ Sin } l'$$

woraus sofort folgt:

$$\text{Sin } l + \text{Sin } \lambda' = 2 \text{ Sin } \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Cos } \frac{l-\lambda'}{2} = 2 n \text{ Sin } \frac{B}{2} \text{ Cos } \left(\frac{B}{2} - l'\right)$$

und:

$$\text{Sin } l - \text{Sin } \lambda' = 2 \text{ Cos } \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Sin } \frac{l-\lambda'}{2} = 2 n \text{ Cos } \frac{B}{2} \text{ Sin } \left(\frac{B}{2} - l'\right).$$

Die Division dieser beyden Ausdrücke gibt:

$$\text{tg } \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Cotg } \frac{l-\lambda'}{2} = \text{tg } \frac{B}{2} \text{ Cotg } \left(\frac{B}{2} - l'\right).$$

Man hat daher Cotg $\left(\frac{B}{2} - l'\right)$ oder was dasselbe ist:

$$\text{Cotg } \left(\lambda - \frac{B}{2}\right) = \frac{\text{tg } \frac{l+\lambda'}{2} \text{ Cotg } \frac{l-\lambda'}{2}}{\text{tg } \frac{B}{2}}$$

Nach Seite 8 ist aber $\lambda' = A + B - l + \omega$, also auch, wenn man diesen Werth von λ' in der letzten Gleichung substituirt:

$$\text{Cotg } \left(\lambda - \frac{B}{2}\right) = \frac{\text{tg } \frac{A+B+\omega}{2} \text{ Cotg } \left(l - \left(\frac{A+B+\omega}{2}\right)\right)}{\text{tg } \frac{B}{2}} \quad \text{(IV)}$$

Kennt man aber durch diese Gleichung (IV) den Werth von λ, so erhält man sofort n aus

$$n = \frac{\text{Sin } l}{\text{Sin } \lambda.}$$

Doch wird das Verfahren des §. 2 oder der Gebrauch der Gleichung (II) und (III), für die Ausübung immer vorzuziehen seyn, da man dort weder l noch λ' zu kennen braucht, und diese Winkel immer schwer mit Schärfe zu bestimmen sind.

§. 4.

Noch mufs gezeigt werden, wie man die Winkel A und B durch Beobachtungen bestimmen kann.

Der Winkel A wird am sichersten und bequemsten zugleich durch einen Theodoliten gemessen, dessen Mittelpunct in dem Puncte A aufgestellt ist.

Den brechenden Winkel B des Prismas zu messen, stellt man das Prisma mit seiner Basis, die auf den Seitenkanten senkrecht vorausgesetzt wird, auf eine ebene Tafel, und zieht mit einem an die Seitenlinien B M und B N dieser Basis genau angelegten Lineale diese Linien B M und B N verlängert auf der Tafel, wo dann der Winkel dieser Linien auf der Tafel, nicht durch den Transporteur, sondern mit einem geradlinigen Mafsstab z. B. durch Tangenten bestimmt wird.

Viel genauer aber ist folgendes Verfahren. Man stellt das Prisma senkrecht auf den Würfel des Fernrohrs eines Theodoliten, nachdem zuerst dieses Fernrohr und die Ebene des Theodoliten horizontal gestellt worden ist. Dann dreht man den inneren horizontalen Kreis des Theodoliten, der zugleich das Fernrohr trägt, so lange, bis ein sehr entfernter terrestrischer Gegenstand S (Fig. 3.) durch die Reflexion der Seite B M des Prismas M B N in einem neben dem Theodoliten horizontal aufgestellten Fernrohr A R erscheint, in dessen Brennpunct ein vertikaler Faden gespannt ist.

In dieser Lage lese man den Theodoliten ab, und drehe dann den innern Kreis desselben weiter in der Richtung von M nach N, bis die zweyte Seite B N des Prismas in die Lage B N' kömmt, wo B N' die Verlängerung von M B ist, so wird man jetzt denselben Gegenstand S wieder in dem unverrückten Fernrohre A R an dem vertikalen Faden desselben erblicken, nämlich jetzt durch die Reflexion von der zweyten Seite B N oder B N'

des Prismas, so wie vorher durch die Reflexion von der ersten Seite B M desselben. Liest man den Theodoliten auch in dieser zweyten Lage ab, so gibt die Differenz beyder Lesungen den Winkel N B N′ = x, um welchen der innere Kreis zwischen den beyden Lesungen gedreht worden ist, und dann ist der gesuchte Winkel des Prismas

$$B = 180 - x.$$

Es ist für sich klar, dafs man bey diesem Verfahren auch die Multiplicationen anwenden kann, wenn der Theodolit dazu eingerichtet ist. Eben so kann man statt dem Prisma auch jedes andere Polyeder nehmen, wenn man nur dasselbe auf dem Kubus des Fernrohrs so befestiget, dafs die Kante desselben, dessen Winkel man messen will, vertikal steht, was man daran erkennt, dafs das Bild eines vertikalen terrestrischen Gegenstandes, z. B. eines Schornsteines, eines Blitzableiters, u. f. mit dem bereits früher durch die bekannte Methode vertikal gestellten Faden des zweyten Fernrohrs A R parallel ist. Dieses Verfahren wird man in der Mineralogie mit Vortheil anwenden, um die Neigungen der Flächen der Krystalle mit Schärfe zu bestimmen. Dafs übrigens das Polyeder, wenn es nur klein ist, sehr nahe über dem Mittelpuncte der Kreise des Theodoliten gestellt werden müsse, ist für sich klar, da man sonst nach der Drehung das Bild des Objectes nicht mehr in dem unverrückten Fernrohre A R erblicken könnte.

§. 5.

Diesen Bestimmungen der Gröfse n nach §. 2 mehr Genauigkeit zu geben, läfst man gewöhnlich die Sonnenstrahlen durch eine enge Oeffnung S′ (Fig. 2.) in ein verfinstertes Zimmer fallen, in welchem der Beobachter in A den Winkel S A S′ = A mifst. Um den directen Strahl S A, der wegen der Bewegung der Sonne seine Richtung immerwährend ändert, in einer gegebenen Richtung unverändert zu erhalten, bedient man sich des Heliostats, den schon Gravesande im Anfange des verflossenen Jahrhunderts erfunden hat, und dessen umständliche Beschreibung und Gebrauch man z. B. in Biot's Traité de Physique III. Bd. S. 175 nachsehen kann. Auch ein einfacher Metallspiegel kann zu demselben Zwecke gebraucht werden, wenn er durch drey kleine Stangen vor der Oeffnung S des Fensterladens

auf der äufsern Seite desselben so angebracht wird, dafs man mit Hülfe dieser durch den Laden gehenden Stangen den Spiegel, ohne den Laden zu öffnen, aus dem verfinsterten Zimmer so lenken kann, dafs der Strahl S A immer dieselbe Lage beybehalte.

§. 6.

Es ist übrigens eine sehr bekannte Erscheinung, dafs das Bild der kleinen runden Oeffnung nicht nur höher in S′, sondern auch zugleich viel länger als jene Oeffnung in S gesehen wird. Dieses Bild S′ auf der dem Auge A gegenüberstehenden Wand gesehen, oder durch eine zwischen dem Auge und dem Prisma senkrecht stehenden Wand aufgefangen, hat nämlich die Gestalt einer, auf den beyden längeren vertikalen Seiten von zwey parallelen geraden Linien, und oben und unten von zwey Halbkreisen begrenzten Figur. Die Breite dieses Bildes ist gleich dem Durchmesser des in derselben Entfernung von der Oeffnung S von dem ungebrochenen Lichte erzeugten kreisrunden Bildes, die Höhe aber, oder der vertikale Durchmesser dieses von den gebrochenen Strahlen erzeugten Bildes hängt von dem Einfallswinkel des Strahles, von dem brechenden Winkel des Prismas, und zugleich von der brechenden Kraft der Materie ab, aus welcher das Prisma besteht. Dieses Bild ist überdiefs mit verschiedenen Farben geschmückt, von welchen gewöhnlich sieben als die auffallendsten angeführt werden. Theilt man nämlich den Raum des Bildes, der zwischen den beyden senkrechten parallelen Linien enthalten ist, da die aufser ihnen liegenden oben erwähnten Halbkreise im Allgemeinen schlecht begrenzt, und von undeutlicher Farbe sind, durch acht horizontale Linien in sieben Zwischenräume, und nennt man die Entferung der beyden äufsersten dieser horizontalen Linien die Einheit, so enthält der unterste zunächst an S gelegene Zwischenraum des Bildes S′

in einer Breite von	0·12	die rothe Farbe
der nächstfolgende zweyte	0·08	— orange —
dritte	0·13	— gelbe —
vierte	0·17	— grüne —
fünfte	0·17	— himmelblaue

der nächstfolgende sechste 0·11 die indigoblaue Farbe
siebente 0·22 — violette. —
1·00.

Man hat daraus den Schlufs gezogen, dafs jeder Lichtstrahl aus mehreren einzelnen Strahlen von verschiedener Brechbarkeit bestehe, deren jeder eine eigene Farbe hat, und dafs unter allen die rothen Strahlen die kleinste, die violetten aber die gröfste Brechbarkeit haben.

Um das Brechungsverhältnifs n jeder dieser Farben zu erhalten, wird man im Allgemeinen wie in §. 2 verfahren, nur mit dem Unterschiede, dafs man mit dem Theodoliten in A (Fig. 2.) nicht mehr, wie zuvor, die Mitte des Farbenbildes, sondern irgend eine bestimmte Farbe desselben mifst, wodurch man dann den Winkel A, also auch das Brechungsvermögen n dieser Farbe durch die Gleichung

$$n = \frac{\text{Sin}\ \frac{1}{2}\ (A + B)}{\text{Sin}\ \frac{1}{2}\ B}$$

erhält. Gewöhnlich wählt man dazu nur die beyden äufsersten Grenzen des Farbenbildes, oder die rothe und violette Farbe, und nennt das Brechungsverhältnifs der rothen n — dn, so wie das der violetten n + dn, wo also n das Brechungsverhältnifs der Mitte des Bildes oder der gelbgrünen Farbe ist, welche letztere sich zugleich durch ihre gröfsere Intensität vor allen übrigen Farben auszeichnet.

Hat man den Winkel x, unter welchem die senkrechte Länge des ganzen Farbenbildes dem Auge in A erscheint, nicht unmittelbar gemessen, sondern kennt man die absolute Länge d und die senkrechte Distanz r desselben von dem Auge, so ist

$$\text{Sin}\ \frac{x}{2} = \frac{d}{2r}$$

woraus der Winkel x gefunden wird.

§. 7.

Um noch durch ein Beyspiel zu zeigen, wie man nach dem Vorhergehenden den Werth von n und dn aus unmittelbaren Beobachtungen findet, wollen wir einen der vielen Versuche wählen, die Newton zu diesem Zwecke angestellt hat. Der bre-

chende Winkel des Prismas war $B = 62^\circ\ 30'$, und nachdem dasselbe so gestellt worden war, daſs der Einfallswinkel dem gebrochenen gleich wurde (§. 2. II.), fand sich der Winkel, welchen die direct einfallenden Strahlen S A mit den gebrochenen mittleren oder grünen Strahlen S′A bildeten, $A = 44^\circ\ 40'$. Die absolute Länge des Bildes war $d = 7{\cdot}75$ und die Entfernung $r = 222$ Zolle, also

$$\text{Sin}\,\frac{x}{2} = \frac{7{\cdot}75}{444} \quad \text{oder } x = 2^\circ\ 0'\ 7''$$

Da der Winkel $\omega = 0$ ist, so findet man daraus:

$$n = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,(A+B)}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B} = 1{\cdot}5512$$

für die mittleren Strahlen.

Setzt man dann in demselben Ausdrucke

$$A = A - \frac{x}{2} = 44^\circ\ 40' - 1^\circ\ 0'\ 3''5$$

so erhält man $n = 1{\cdot}5411$ für die rothen Strahlen.

Und setzt man

$$A = A + \frac{x}{2} = 44^\circ\ 40' + 1^\circ\ 0'\ 3''{\cdot}5$$

so erhält man $n = 1{\cdot}5611$ für die violetten Strahlen.

Auch kann man abkürzend, aber weniger genau, die Gröſsen n und dn durch die beyden Gleichungen erhalten;

$$n = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,(A+B)}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B} \text{ und}$$

$$dn = \tfrac{1}{2}\,n\ \text{Sin}\,dA.\ \text{Cotg}\,\tfrac{1}{2}\,(A+B).$$

So ist in unserm Beyspiele

$\frac{1}{2}(A+B) = 53^\circ\ 35'$ und $dA = 1^\circ\ 0'\ 3''5$, also

$n = 1{\cdot}5512$ für die mittleren Strahlen

$dn = 0{\cdot}009995$ und daher

$n - dn = 1{\cdot}541205$ für die rothen, und

$n + dn = 1{\cdot}561195$ für die violetten Strahlen.

Die Werthe von n und dn, oder die Brechung und Farbenzerstreuung für andere durchsichtige Körper sind von der des Glases oft sehr verschieden. So findet man für den Uebergang aus Luft in

	n	dn
Regenwasser	1.34	0.012
Alkohol	1.38	0.011
Baumöhl	1.47	0.018
Bergkrystall	1.55	0.014
Saphir	1.81	0.021
Diamant	2.46	0.056

Ja selbst unter den verschiedenen Arten derselben Körper, z. B. unter den bisher bekannten Glasgattungen, findet man oft sehr beträchtliche Unterschiede der Brechung und der Farbenzerstreuung. Bey dem zu Fernröhren noch brauchbarem Glase variirt n von 1.50 bis 1.60, und dn von 0.01 bis 0.03, und wir werden unten sehen, daſs auf eben diesen Variationen die Vorzüglichkeit der neuern Fernröhre beruht. Früher setzte man eine bestimmte Abhängigkeit der Brechung und Zerstreuung bey jedem einzelnen Körper, oder eine Gleichung zwischen n und dn voraus, wodurch jede dieser beyden Gröſsen bestimmt seyn sollte, wenn die andere gegeben war; eine Voraussetzung, die auf fehlerhaften Beobachtungen beruhte, und die Fortschritte der Wissenschaft lange aufhielt, bis man sich endlich von der Nichtexistenz dieser Abhängigkeit überzeugte, und jede dieser beyden Gröſsen für sich durch Beobachtungen bestimmte.

§. 8.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Erscheinungen untersucht haben, welche Statt finden, wenn der Lichtstrahl durch ein dreyseitiges Prisma geht, wollen wir nun auch den Weg desselben Strahles durch mehrere ihrer Gestalt und Lage nach gegebene Prismen verfolgen.

Seyen (Fig. 4.) MEN, $M'EN'$, $M''EN''$.... mehrere Prismen mit einem gemeinschaftlichen Scheitel E; ferner n, n', n'', ihre Berechnungsverhältnisse, B, B'', B^{IV} ihre brechenden Winkel, und B', B'''.... die leeren Winkel, welche die Prismen von einander trennen. Die Winkel, welche der Strahl auf seinem Wege durch die Prismen mit den Seitenflächen derselben bildet, seyen nach der Ordnung, wie die Zeichnung zeigt; φ, ψ, φ', ψ', φ'', ψ''....

Dieses vorausgesetzt, hat man nach dem Vorhergehenden die sehr einfachen Gleichungen:

$$\begin{array}{lll} \text{Cos}\ \psi = \frac{1}{n}\ \text{Cos}\ \varphi & \text{und} & \varphi' = \psi + B \\ \text{Cos}\ \psi' = n\ \text{Cos}\ \varphi' & \text{»}\ \text{»} & \varphi'' = \psi' + B' \\ \text{Cos}\ \psi'' = \frac{1}{n'}\ \text{Cos}\ \varphi'' & \text{»}\ \text{»} & \varphi''' = \psi'' + B'' \\ \text{Cos}\ \psi''' = n'\ \text{Cos}\ \varphi''' & \text{»}\ \text{»} & \varphi^{IV} = \psi''' + B''' \\ \text{Cos}\ \psi^{IV} = \frac{1}{n''}\ \text{Cos}\ \varphi^{IV} & \text{»}\ \text{»} & \varphi^{V} = \psi^{IV} + B^{IV} \\ \text{Cos}\ \psi^{V} = n''\ \text{Cos}\ \varphi^{V} & \text{»}\ \text{»} & \varphi^{VI} = \psi^{V} + B^{V}\ \text{u. f.} \end{array}$$

aus welchen sich, wenn der erste Winkel φ, ferner die Winkel B, B' B'' und die Brechungen n, n', n'' gegeben sind, alle andern Winkel ψ, ψ', ψ'' und dadurch auch der ganze Weg des Strahles durch alle Prismen ableiten läfst. Eliminirt man aus diesen Gleichungen die Gröfsen φ', φ'', φ'''..... so erhält man

$$\begin{aligned} \text{Cos}\ \psi &= \frac{1}{n}\ \text{Cos}\ \varphi \\ \text{Cos}\ \psi' &= n\ \text{Cos}\ (\psi + B) \\ \text{Cos}\ \psi'' &= \frac{1}{n'}\ \text{Cos}\ (\psi' + B') \\ \text{Cos}\ \psi''' &= n'\ \text{Cos}\ (\psi'' + B'') \\ \text{Cos}\ \psi^{IV} &= \frac{1}{n''}\ \text{Cos}\ (\psi''' + B''') \\ \text{Cos}\ \psi^{V} &= n''\ \text{Cos}\ (\psi^{IV} + B^{IV})\ \text{u. f.} \end{aligned}$$

Um aber auch den Winkel A des letzten gebrochenen Strahles mit dem einfallenden Strahl $S\varphi$ zu finden, ziehe man AS mit $S\varphi$ parallel, und verlängere die Linie des ausfahrenden Strahles $A\psi^V$ bis C, so wie die Seitenlinie EM des ersten Prismas bis D, so ist der gesuchte Winkel $A = DAC$, und da $S\varphi$ mit DA parallel ist, auch $ADC = \varphi$, daher auch in dem Dreyecke ACD

$$A + \varphi + ACD = 180$$

und in dem Dreyecke $CE\psi^V$

$$ACD = CE\psi^V + 180 - \psi^V$$

Also auch, da $CE\psi^V = B + B' + B'' + B''' + B^{IV}$ ist, der gesuchte Winkel

$$A = \psi^{V} - \varphi - B - B' - B'' - B''' - B^{IV}$$

ein Ausdruck, der sich leicht fortsetzen läſst, wenn mehr als drey Prismen angenommen werden.

§. 9.

Hat eines dieser Prismen seinen brechenden Winkel abwärts, statt daſs sie ihn in der angenommenen Zeichnung alle aufwärts in dem gemeinschaftlichen Puncte E haben, so ist für dieses Prisma der ihm zugehörende Winkel B, oder B'', oder B^{IV} negativ. Haben endlich die Prismen keinen gemeinschaftlichen Scheitel, sondern stehen ihre Basen MN, $M'N'$, $M''N''$..... alle auf derselben geraden Linie, so sind in dem vorhergehenden Ausdrucke die Winkel B', B''', B^{V}.... negativ.

I. Sind aber die Winkel B, B', B'', alle sehr klein, und fällt überdieſs der Strahl auf alle Prismen nahe senkrecht ein, so gehen die oben für Cos ψ, Cos ψ', Cos ψ''.... gegebenen Ausdrücke in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} 90 - \psi &= \frac{1}{n}\left((90-\varphi)\right) \\ 90 - \psi' &= n\left(90-(\psi+B)\right) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 90 - \psi'' &= \frac{1}{n'}\left(90-(\psi'+B')\right) \\ 90 - \psi''' &= n\left(90-(\psi''+B'')\right) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 90 - \psi^{IV} &= \frac{1}{n''}\left(90-(\psi'''+B''')\right) \\ 90 - \psi^{V} &= n''\left(90-(\psi^{IV}+B^{IV})\right) \end{aligned}\right\}$$

Eliminirt man aus den beyden ersten Gleichungen den Winkel ψ, aus den beyden folgenden den Winkel ψ'', aus den beyden letzten den Winkel ψ^{IV} u. f., so hat man:

$$\psi' = \varphi + n\,B$$
$$\psi''' = \varphi + n\,B + B' + n'\,B''$$
$$\psi^{V} = \varphi + n\,B + B' + n'\,B'' + B''' + n''B^{IV} \text{ u f.}$$

welche Ausdrücke sich ebenfalls leicht fortsetzen lassen. Substituirt man endlich diesen Werth von ψ^{V} in dem oben gegebenen Ausdruck von A, so erhält man

$$A = (n-1)\,B + (n'-1)\,B'' + (n''-1)\,B^{IV} \text{ u. f.}$$

Da aber bey allen uns bekannten Körpern die Brechungsverhältnisse n, n′, n″.... durchaus gröſser als die Einheit sind, so sind auch die Gröſsen n—1, n′—1, n″—1... alle positiv. Sind ferner auch alle Scheitel der Prismen auf dieselbe Seite gekehrt, so sind auch alle Winkel B, B″, B^{IV}.... positiv, und also auch der Winkel A selbst immer eine positive Gröſse, oder für eine solche Stellung der Prismen kann der Winkel A nie gleich Null, d.h. kann der ausfahrende Strahl AC nie dem einfallenden SA parallel werden. Ist aber die Spitze eines oder mehrerer dieser Prismen abwärts, und die übrigen aufwärts gekehrt, so sind einige der Winkel B, B″, B^{IV} negativ, und dann ist es allerdings möglich, daſs A = o, oder daſs SA mit CA parallel wird.

§. 10.

Nimmt man bloſs für zwey Prismen den Winkel A = o, so gibt die letzte Gleichung:

$$\frac{B''}{B} = -\frac{n-1}{n'-1}$$

woraus folgt, daſs, wenn durch zwey Prismen die Brechung der mittleren Strahlen aufgehoben wird, d.h., wenn der ausfahrende Strahl dem einfallenden parallel wird, sich die um die Einheit verminderten Brechungen, wie verkehrt die brechenden Winkel der Prismen verhalten.

I. Differenzirt man den vorhergehenden Ausdruck von A, so ist:

$$dA = B\,dn + B''\,dn' + B^{IV}\,dn'' + \ldots\ldots$$

also wieder für zwey Prismen, wenn dA = o seyn soll

$$\frac{B''}{B} = -\frac{dn}{dn'},$$

woraus folgt, daſs, wenn durch zwey Prismen die Farbenzerstreuung gehoben wird, d. h., wenn nach allen Brechungen das durch beyde Prismen gesehene Bild farbenlos erscheint, sich die

Farbenzerstreuungen der beyden Glasarten wie verkehrt die brechenden Winkel der beyden Prismen verhalten.

Beyde Ausdrücke für $\frac{B''}{B}$ setzen übrigens, wegen ihrer negativen Werthe voraus, daſs die beyden Prismen, in Beziehung auf ihre brechenden Winkel, eine verkehrte Lage haben, daſs diese Winkel selbst nur klein seyen, und daſs endlich der Strahl alle Seiten der Prismen nahe senkrecht treffe.

§. 11.

Man hat früher diese Bemerkungen des §. 10 benützt, die Gröſse n und dn, oder doch die Verhältnisse $\frac{n}{n'}$ und $\frac{dn}{dn'}$ zu bestimmen; aber die Methode des §. 2 ist sicherer, und selbst bequemer. Nur die schlechte Begrenzung der einzelnen Farben des Sonnenbildes, scheint dieser Methode noch Eintrag zu thun, und sich der genauen Bestimmung der Werthe von n für die verschiedenen Farben entgegen zu setzen. Diesen Hindernissen zu begegnen, gerieth Fraunhofer auf die Idee, die Sonnenstrahlen, statt durch eine kreisrunde Oeffnung, wie bisher geschehen ist, durch eine lange, sehr enge vertikale Spalte des Fensterladens in das verfinsterte Zimmer fallen zu lassen, und überdieſs diese durch ein Prisma gebrochenen Strahlen nicht mit freyem Auge, sondern mit dem Fernrohre eines Theodoliten zu betrachten. Bey diesen Versuchen wurde das Prisma vor dem Objectiv des Fernrohrs so aufgestellt, daſs die Basis horizontal, also die drey längeren Kanten desselben senkrecht standen.

Das so erhaltene Farbenbild war jetzt viel länger und konnte auch mit Hülfe des Fernrohrs viel deutlicher gesehen werden, als bey den früheren Versuchen. Wenn das Prisma um seine vertikale Axe gedreht wurde, bis der Einfallswinkel des Strahls dem letzten gebrochenen Winkel gleich wurde, d. h. bis der Winkel m oder A (Fig. 2.) ein Kleinstes wurde (§. 2), so sah man durch das Fernrohr in dem Farbenbilde eine groſse Anzahl Streifen, welche auf den beyden längeren parallelen, das Farbenbild begrenzenden Seiten senkrecht standen. Die Breite dieser Streifen war verschieden, meistens sehr klein, und ihre Farbe durch-

aus viel dunkler, als der übrige Theil des Farbenbildes, bey den meisten sogar völlig schwarz.

Wurde das Prisma aus dieser Lage um seine vertikale Axe gedreht, so daſs der Einfallswinkel gröſser oder kleiner wurde, so verschwanden diese Streifen allmählig gänzlich. Wurde ferner das Ocular des Fernrohrs so gestellt, daſs man z. B. die Streifen in der rothen Farbe am deutlichsten sah, so muſste man das Fernrohr etwas verkürzen (das Ocular dem Objectiv nähern), um die Streifen der violetten Farbe am deutlichsten zu sehen. Wurde die enge Spalte des Fensterladens erweitert, so verschwanden sofort die schwächsten, und bey einer vermehrten Erweiterung der Spalte, endlich auch die starken und breiten Streifen. Die Distanzen dieser Streifen unter einander aber, oder die Verhältnisse der Winkel, welche je zwey derselben in dem Auge des Beobachters machten, wurden nicht geändert, wenn auch die Breite der Spalte, oder wenn auch die Entfernung des Theodoliten von der Spalte geändert wurde. Die brechende Materie, aus welcher das Prisma besteht, und selbst der brechende Winkel des Prismas hindert die Sichtbarkeit dieser Streifen nicht, sondern vermehrt oder vermindert bloſs ihre Itensität, und man erkennt immer dieselben Streifen in derselben Farbe, z. B. einen doppelten in der gelben, einen andern dreyfachen, von welchen zwey einander sehr nahe stehen, in der grünen, u. f. Fraunhofer zählte in dem ganzen Farbenbilde gegen 600 solcher dunkler Streifen, und überzeugte sich durch eine groſse Anzahl mannigfaltig abgeänderter Versuche, daſs diese Streifen keineswegs das Erzeugniſs irgend einer optischen Täuschung, oder eine Art von Abereation u. dgl. seyn können, sondern daſs sie vielmehr der eigentlichen Natur des Lichtes selbst angehören. Wenn man durch dieselbe Spalte das Licht einer Lampe eintreten läſst, so bemerkt man von allen jenen Streifen nur die stärksten, nämlich die in der gelben Farbe, aber auch diese genau auf der Stelle, auf welcher sie auch im Sonnenlichte gesehen werden.

Er benützte daher sieben, durch ihre Intensität vorzüglich ausgezeichnete Streifen des Farbenbildes, von welchen der erste A der rothen, der zweyte B der orange, C der gelben, D der grünen, E der blauen, F der Indigo, und G der violetten Farbe

angehörten, um durch diese in dem Fernrohre des Theodoliten sehr deutlich sichtbaren und sehr scharf begrenzten Streifen die Brechungsverhältnisse n für jede brechende Substanz, und für jede einzelne Farbe derselben zu bestimmen. Zu diesem Zwecke maſs er die Winkel, welche die Streifen A, B und B, C, und C, D... unter einander bilden, in dem er für jedes Streifenpaar das Prisma so stellte, daſs die Distanz zwischen diesen beyden Streifen ein Kleinstes wurde, oder daſs der Strahl, der von einem mitten zwischen jenen beyden Streifen liegenden Puncte kam, mit den unmittelbar oder ohne Prisma gesehenen Strahl den kleinsten Winkel bildete. Er fand so z. B. für eine Gattung Glas, indem er von dem oben erwähnten stärksten Streifen C in der gelben Farbe ausging, für den Winkel $A = 17^\circ\, 27'\, 8''$, welchen der unmittelbar einfallende Strahl mit diesem gebrochenen Strahl C bildete, und mit dem brechenden Winkel des Prismas $B = 26^\circ\, 24'\, 30''$ folgende Distanzen jener sieben Hauptstreifen:

AB	=	0°	3′	16″0
BC	=		9	4.2
CD	=		11	50.0
DE	=		10	33.9
EF	=		20	23.9
FG	=		18	18.0

Daraus folgen die Brechungsverhältnisse n dieser Streifen, oder der ihnen analogen Farben, nach der Gleichung III. §. 2...

$$\text{für C} \;.\;.\; n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.63504$$

$$\text{für D} \;.\;.\; n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B+CD)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1.64202$$

$$\text{für E} \;.\;.\; n = \frac{\operatorname{Sin} \frac{1}{2}(A+B+CD+DE)}{\operatorname{Sin} \frac{1}{2} B} = 1{\cdot}64826$$

$$\text{für B} \;.\;.\; n = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+B-BC)}{\sin \frac{1}{2} B} = 1.62968$$

$$\text{für A} \;.\;.\; n = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+B-BC-AB)}{\sin \frac{1}{2} B} = 1.62775 \text{ u. f.}$$

Man hat daher für diese Glasart:

n = 1.62775	für den Streifen der rothen Farbe	
1.62968		orangen —
1.63504		gelben —
1.64202		grünen —
1.64826		blauen —
1.66028		indigo —
1.67106		violetten —

Um zu sehen, mit welcher Genauigkeit sich auf diese Weise die Werthe von n für die verschiedenen Farbenstreifen bestimmen lassen, widerholte er mit einer andern Glasgattung diese Versuche mit zwey aus diesem Glase geschliffenen Prismen, von welchen das eine den brechenden Winkel B = 60° 15′ 42″ und das andere B′ = 45° 23′ 14″ hatte, und fand:

	B = 60° 15′ 42″	B′ = 45° 23′ 14″
rothe Strahlen	n = 1.62660	n = 1.62656
orange	1.62847	1.62845
gelb	1.63367	1.63367
grün	1.64050	1.64054
blau	1.64676	1.64678
indigo	1.65885	1.65885
violett	1.66969	1.66968

eine Uebereinstimmung, die ohne Hülfe dieser Streifen nicht wohl zu erreichen seyn möchte, wie die frühern Versuche der Physiker hinlänglich zeigen.

ZWEYTES KAPITEL.

Brechung durch Linsen.

§. 1.

Linsen nennt man hier die von zwey Kugelflächen begrenzten Körper. Die gerade Linie durch die Mittelpuncte beyder Kugeln, die hier immer auch durch die Mitte der Linse gehend angenommen wird, heifst die Achse der Linse, und die Halbmesser der Kugeln werden auch die Halbmesser der Linse genannt. Nicht sphärische Linsen, oder von andern krummen Flächen begrenzte Körper werden gewöhnlich ausgeschlossen, da sie in der Ausübung nicht mit der Sicherheit, wie Kugelflächen, erhalten werden können. Zwar brechen die sphärischen Linsen, die auf verschiedene Puncte derselben auffallenden Strahlen nicht in einen einzigen Punct, aber die Verbindung mehrerer Linsen unter einander wird uns, wie wir in der Folge sehen werden, Mittel geben, diese Vereinigung der Strahlen nach allen Brechungen, welche eine nothwendige Bedingung des deutlichen Sehens ist, zu erlangen.

Denken wir uns eine Reihe von Linsen auf einer allen gemeinschaftlichen Axe $G\gamma'$ (Fig. 5.), die erste oder nächste bey dem leuchtenden Gegenstande M, A f g B, sey auf beyden Seiten erhaben, oder biconvex, und $AF = fF = f$ der Halbmesser ihrer ersten dem Objecte zugekehrten Fläche, so wie $BG = gG = g$ der Halbmesser ihrer zweyten Fläche, und $AB = d$ die Dicke der Linse. In der Entfernung $BC = \triangle$ der dritten brechenden Fläche von der zweyten, sey eine zweyte Linse, welche wir auf beyden Seiten hohl, oder biconcav annehmen wollen. Der Halbmesser der ersten Fläche derselben sey $CF' = f'F' = f'$ und jener der zweyten Fläche $DG' = g'G' = g'$, und die Dicke der

Linse CD $= d'$. Für die folgenden Linsen seyen dieselben Gröſsen $\triangle' f'' g'' d''$ und $\triangle'' f''' g''' d'''$, u. s. w.

Der einfallende Strahl Mf lege den Weg Mf g f' g' γ' zurück, so daſs dessen Richtung nach

der I. Brechung in f nach g verlängert die Axe in φ
II. g — f' γ
III. f' — g' φ'
IV. g' γ' u. f.

schneidet, und daſs die Entfernungen dieser Durchschnittspuncte von der I., II., III. und IV. brechenden Fläche $A\varphi = x$, $B\gamma = y$, $C\varphi' = x'$ und $D\gamma' = y'$, und die Winkel an $\varphi\, \gamma\, \varphi'$ und γ' in derselben Ordnung durch $\xi\, \upsilon\, \xi'\, \upsilon'$ bezeichnet werden sollen. Die Einfallswinkel des Strahles mit dem Lothe, oder mit dem Halbmesser der brechenden Fläche seyen nach der Ordnung $Mf(f) = l$, $Ggf = m$, $F'f'g = l'$ und $f'g'(g') = m'$, so wie die gebrochenen Winkel $Ffg = \lambda$, $\gamma g(g) = \mu$, $g'f'(f') = \lambda'$, und $\gamma' g' G' = \mu'$, u. s. f., und endlich die Brechungsverhältnisse des ersten, zweyten, dritten Prismas n, n', n'' u. f.

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, findet man leicht aus der Betrachtung der verschiedenen ebenen Dreyecke der Zeichnung folgende Gleichungen:

Für die erste Brechung

$$\begin{cases} \operatorname{Sin} l = \dfrac{(f + AM)\operatorname{Sin} M}{f} \\ \operatorname{Sin} \lambda = \dfrac{1}{n} \operatorname{Sin} l \\ \xi = l - \lambda - M \\ G\varphi = f\,\dfrac{\operatorname{Sin}\lambda}{\operatorname{Sin}\xi} + f + \bar{g} - d \text{ und } x = f\,\dfrac{\operatorname{Sin}\lambda}{\operatorname{Sin}\xi} + f \end{cases}$$

F φ

Für die zweyte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } m = \dfrac{G\varphi}{g} \text{ Sin } \xi = \dfrac{f}{g} \text{ Sin } \lambda + \dfrac{(f+g-d)}{g} \text{ Sin } \xi \\ \text{Sin } \mu = n \text{ Sin } m \\ \quad \upsilon = \xi + \mu - m \\ \quad F'\gamma = g \dfrac{\text{Sin } \mu}{\text{Sin } \upsilon} + f' - g - \Lambda \text{ und } y = g \dfrac{\text{Sin } \mu}{\text{Sin } \upsilon} - g \end{cases}$$

Für die dritte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } l' = \dfrac{F'\gamma \,.\, \text{Sin } \upsilon}{f'} = \dfrac{g}{f'} \text{ Sin } \mu + \dfrac{(f'-g-\Delta)}{f'} \text{ Sin } \upsilon \\ \text{Sin } \lambda' = \dfrac{1}{n'} \text{ Sin } l' \\ \quad \xi' = \upsilon + \lambda' - l' \\ \quad G'\varphi' = f' \dfrac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - f' - g' - d' \text{ und } x' = f' \dfrac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - f' \end{cases}$$

Für die vierte Brechung:

$$\begin{cases} \text{Sin } m' = \dfrac{G'\varphi'}{g'} \text{ Sin } \xi' = \dfrac{f'}{g'} \text{ Sin } \lambda' - \dfrac{(f'+g'+d')}{g'} \text{ Sin } \xi' \\ \text{Sin } \mu' = n' \text{ Sin } m' \\ \quad \upsilon' = \xi' + m' - \mu' \\ \quad y' = g' \dfrac{\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } \upsilon'} + g' \text{ u. s. w.} \end{cases}$$

Man sieht, wie man diese Ausdrücke ohne Mühe auch auf drey oder mehr Linsen fortsetzen kann, was hier näher anzuführen überflüssig ist, da, wie unten gezeigt werden soll, zwey Linsen schon zu den meisten optischen Zwecken hinreichen. Da übrigens in dem Vorhergehenden die erste Linse biconvex und die zweyte biconcav vorausgesetzt wurde, so wird ein negativer Werth von f oder g eine concave, und ein negativer Werth von f′ oder g′ eine convexe brechende Fläche bezeichnen. Ist die brechende Fläche eine ebene, so ist ihr Halbmesser unendlich grofs. Ist endlich der einfallende Strahl Nf mit der Axe Gγ' der Linsen parallel, wie dieses bey Fernröhren für unendlich entlegene Gegenstände immer Statt hat, so ist der Winkel M = o, oder

die Distanz AM unendlich grofs, und der erste Einfallswinkel N f (f) = l, also fällt in dem ersten Systeme der gegebenen Gleichungen, der erste Ausdruck für Sin M ganz weg, und man hat blofs die drey folgenden Gleichungen, welche die Winkel λ, ξ und die Distanz $G\varphi$ oder $x = G\varphi - g + d$ aus den Gröfsen l, n, f, g und d bestimmen, so dafs man für dieses erste System von Gleichungen hat:

$$\begin{cases} \operatorname{Sin} \lambda = \frac{1}{n} \operatorname{Sin} l \\ \xi = l - \lambda \\ G\varphi = f \frac{\operatorname{Sin} \lambda}{\operatorname{Sin} \xi} + f + g - d \text{ und } x = f \frac{\operatorname{Sin} \lambda}{\operatorname{Sin} \xi} + f \end{cases}$$

§. 3.

Nimmt man daher für mit der Axe parallel einfallende Strahlen N f die vier Halbmesser f, g, f′, g′, die Brechungsverhältnisse n, n′, den ersten einfallenden Winkel l und die Dicke d, d′ der Linsen, so wie die Distanz BC = $\triangle$ als gegebene Gröfsen an, so kann man aus ihnen, mit Hülfe der vier vorhergehenden Systeme von Gleichungen den Weg des Lichtstrahls durch alle seine vier Brechungen, und daher auch seine letzte Vereinigungsweite $D\gamma' = y'$ finden. Da nun bey jedem guten optischen Instrumente alle von einem Puncte des leuchtenden Gegenstandes auffallenden Strahlen, wenn sie ein deutliches Bild machen sollen, nach allen erlittenen Brechungen sich wieder in einem einzigen Puncte vereinigen müssen, so geben diese Gleichungen ein einfaches und sicheres Mittel, jedes gegebene Fernrohr zu prüfen, ob es dieser nothwendigsten aller Bedingungen vollkommen entspreche. Ohne nämlich hier auf die bekannten Oculare, als die minder wesentlichen Theile des Fernrohres, die wir später besonders betrachten werden, zu sehen, wird es vorzüglich darauf ankommen, ob das Objectiv des Fernrohrs alle aus einem Puncte auffallende Strahlen wieder in einem einzigen Puncte vereinigt, und dadurch ein deutliches Bild hervorbringt.

Zu diesem Zwecke wird man in den vorhergehenden Gleichungen zuerst den einfallenden Winkel l gleich Null setzen, wo-

durch man die Vereinigungsweite y für eine Linse, oder y' für zwey Linsen für die der Axe unendlich nahe auffallenden, oder der Centralstrahlen erhält. Setzt man dann für l denjenigen Winkel, unter welchen die von der Axe am meisten entfernten Strahlen, oder unter welchen die Randstrahlen auf die erste brechende Fläche des Objectives fallen, so wird man, wenn man mit diesem Werthe von l die vorhergehenden Gleichungen berechnet, auch die Vereinigungsweite y' für diese Randstrahlen erhalten. — Bisher haben wir unter den Gröfsen n und n' die Brechungsverhältnisse der beyden Linsen für die mittleren oder gelbgrünen Strahlen verstanden. Da aber, wie wir in dem vorhergehenden Kapitel gesehen haben, den äufsersten gefärbten, den rothen und violetten Strahlen, andere Werthe von n und n' zukommen, so wird man mit diesen neuen Werthen von n und n' die Berechnung jener Gleichungen wiederholen, und so auch die Vereinigungsweiten y' der äufsersten gefärbten Strahlen, sowohl der rothen als der violetten Central- und Randstrahlen finden, und wenn endlich für alle diese Werthe von l und von n und n', der Werth der letzten Vereinigungsweite y' immer sehr nahe derselbe bleibt, so wird man überzeugt seyn, dafs das so construirte Fernrohr der aufgestellten Hauptbedingung genügt, und ein deutliches sowohl, als auch ein farbenloses Bild gibt.

§. 4.

Unter den verschiedenen Werthen, welche man bey diesen Rechnungen dem ersten Einfallswinkel l geben kann, verdient der für die Centralstrahlen, wo der Winkel l sehr klein ist, eine besondere Betrachtung.

Setzt man in den Gleichungen des §. 2. Sin l = l, also auch, da n nie beträchtlich von der Einheit verschieden ist, Sin λ = λ u. s. f., so gibt das erste System:

$$\lambda = \frac{l}{n}, \quad \xi = \frac{(n-1)}{n} \, l \text{ und } x = \frac{f\lambda}{\xi} + f.$$

also auch, wenn man aus diesen Gleichungen λ und ξ eliminirt $x = \frac{fn}{n-1}$. Setzt man dasselbe Verfahren auch auf die drey fol-

genden Systeme fort, so erhält man für die der Axe parallel einfallenden Strahlen

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{f\,n} \qquad \text{und} \quad B\varphi = x - d$$

$$\frac{1}{y} = \frac{n}{B\varphi} + \frac{n-1}{g} \; \ldots \; C\gamma = y - \Delta$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{n'.C\gamma} - \frac{n'-1}{n'\,f'} \; \ldots \; D\varphi' = x' - d'$$

$$\frac{1}{y'} = \frac{n'}{D\varphi'} - \frac{n'-1}{g'}$$

Oder wenn man die Gröſsen $B\varphi$, $C\gamma$ und $D\varphi'$ eliminirt

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{n\,f}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{n}{x-d} + \frac{n-1}{g}$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{1}{n'(y-\Delta)} - \frac{n'-1}{n'\,f'}$$

$$\frac{1}{y'} = \frac{n'}{x'-d'} - \frac{n'-1}{g'}$$

§. 5.

Wenn man die zweyten und höhern Potenzen der kleinen Gröſsen d und d′, und die noch viel kleinere Gröſse Δ gänzlich vernachlässigt, so erhält man für die unmittelbare Bestimmung dieser Gröſsen x, y, x′ und y′ folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{n\,f}$$

$$\frac{1}{y} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) + \frac{(n-1)^2.\,d}{n\,f^2}$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{(n-1)}{n'}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{n'\,f'} + \frac{(n-1)^2.\,d}{n.\,n'\,f^2}$$

und da $\frac{1}{D\varphi'} = \frac{1}{x'} + \frac{d'}{x'^2}$ ist

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 . d}{n f^2} .$$

$$\ldots + \left((n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{f'}\right)^2 . \frac{d'}{n'}$$

oder auch abkürzend:

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{n d}{x^2} + \frac{n' d'}{x'^2}$$

welche Ausdrücke die vier Vereinigungsweiten x, y, x' und y' der centralen Strahlen mit der Axe nach der ersten, zweyten dritten und vierten Brechung geben, und uns in der Folge noch oft nützlich seyn werden.

I. Für eine einzige Linse aber hat man, wenn man ihre Dicke d vollständig berücksichtigt, und die Brennweite derselben p nennt,

$$\frac{1}{x} = \frac{n-1}{nf} \text{ und } \frac{1}{p} = \frac{n}{x-d} + \frac{n-1}{g},$$

woraus durch Elimination von x folgt:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} + \frac{(n-1)^2 . d}{f[nf-(n-1)d]} .$$

Für eine ganze Kugel z. B., deren Halbmesser f ist, hat man f = g und d = 2 f, also $p = \frac{(1-\frac{1}{2}n) f}{n-1}$.

Für Halbkugeln aber ist d = f und g = ∞, also $p = \frac{f}{n(n-1)}$, oder auch d = g und f = ∞, also

$$p = \frac{g}{n-1}$$

§. 6.

Um von der Anwendung dieser Ausdrücke zur Prüfung gegebener Fernröhre ein Beyspiel zu geben, wollen wir dasjenige wählen, welches L. Euler in den Comment. nov. Petrop. Vol.

18, als ein sehr vorzügliches vorgeschlagen hat. Die von ihm gegebenen Dimensionen dieses Fernrohrs sind:

Halbmesser der ersten biconvexen Linse

$f = g = 0.2102$, $n = 1.53$, $dn = 0.00636$ und $d = 0.01$.

Halbmesser der zweyten biconcaven Linse

$f' = 0.1768$, $g' = 0.4756$, $n' = 1.58$, $dn' = 0.00928$, $d' = 0.004$, und $\triangle = 0.0095$.

Dieses vorausgesetzt, geben die Gleichungen des §. 3. für $n = 1.53$ und $n' = 1.58$.

$$x = 0.6068 \qquad B\varphi = 0.5968$$
$$y = 0.1966 \qquad C\gamma = 0.1871$$
$$x' = 0.7660 \qquad D\varphi' = 0.7620$$
$$y' = 1.1710$$

und dieses y' ist die Vereinigungsweite der mittleren Centralstrahlen nach der vierten Brechung.

Sucht man eben so die Vereinigungsweite y' der violetten Centralstrahlen, so wird man in den Ausdrücken des §. 3.

$n = 1.53636$ und $n' = 1.58928$

setzen, wodurch man erhält:

$$x = 0.6021 \qquad B\varphi = 0.5921$$
$$y = 0.1943 \qquad C\gamma = 0.1848$$
$$x' = 0.7648 \qquad D\varphi' = 0.7608$$
$$y' = 1.1767$$

Die Differenz der beyden Werthe von y' ist 0.0057, oder nahe der 205[te] Theil von y'. Beträgt daher die Länge des Fernrohrs, die immer nahe gleich y' ist, sechs Fuſs oder 72 Zolle, so ist diese Differenz $\frac{72}{205} = 0.35$ Zolle, oder 4.2 Linien, also bereits zu groſs, um den Rand der Gegenstände ganz farbenlos zu zeigen.

Um endlich auch die letzte Vereinigungsweite der **Randstrahlen** zu finden, wollen wir in den Gleichungen des §. 2. den ersten Einfallswinkel $1 = N f(f) = 10°$, und für die mittlere Farbe wie zuvor, $n = 1.53$ und $n' = 1.58$ annehmen, wodurch man erhält:

$\lambda = 6^\circ\ 31'\ 1'$ $\xi = 3^\circ\ 28'\ 59''$
$m = 13\ \ 25\ \ 17$ $\mu = 20^\circ\ 48\ \ 6$
$\nu = 10\ \ 51\ \ 48$ $l' = 22\ \ 6\ \ 59$
$\lambda' = 13\ \ 47\ \ 7$ $\xi' = 2\ \ 31\ \ 56$
$m' = 1\ \ 34\ \ 54$ $\mu' = 2\ \ 29\ \ 59$
$\nu' = 1\ \ 36\ \ 51$ und $y' = 1.21197.$

Dieser Werth von y′ der mittleren Randstrahlen ist von dem oben für die mittleren Centralstrahlen 1.1710 um 0.04097 also für ein Fernrohr von sechs Fuſs um volle $\frac{0.04097\ (72)}{1.1710} =$ 2.52 Zolle verschieden, eine viel zu groſse Distanz, bei welcher sich durchaus kein deutliches Bild erwarten läſst, und die daher das als vorzüglich angegebene Fernrohr in die Klasse der sehr mittelmäſsigen zurückweisen muſs.

§. 7.

Die vorzüglichste Ursache des groſsen Unterschiedes, welchen wir in diesem Beispiele für die letzte Vereinigungsweite der mittleren Central- und Randstrahlen gefunden haben, liegt, wie Klügel meint, darin, daſs der unter $l = 10^\circ$ auffallende Strahl auf seinem Wege durch die vier brechenden Flächen, mit den Einfallslothen zu groſse Winkel macht, die, wie wir gesehen haben, selbst bis 22° gehen. In der That darf man für so beträchtliche Winkel nicht mehr die einfachen Bogen für ihre Sinus substituiren, wie in der von Euler gegebenen Methode, die Halbmesser f, g, f′ und g′ zu bestimmen, vorausgesetzt wird. Wenn man aber diese oder eine ihr in dieser Beziehung ähnliche Methode beybehalten will, so muſs man vor allem darauf bedacht seyn, jene zu groſsen Winkel zu vermeiden. Zu diesem Zwecke wird man der ersten biconvexen Linse eine solche Einrichtung geben, daſs der Winkel Mf (f) des einfallenden Strahls mit seinem Lothe sehr nahe gleich dem Winkel (g) gγ des aus der zweyten brechenden Fläche heraustretenden Strahles mit dem Lothe desselben ist. Um die Halbmesser f und g der ersten Linse zu finden, welche dieser Bedingung entsprechen, hat man

$$Mf\,(f) = (g)\,g\gamma$$

oder da $\text{Sin}\, \text{Mf}\, (\text{f}) = \frac{\text{MF}}{\text{Mf}}\, \text{Sin}\, \text{fFG}$ und

$$\text{Sin}\, (\text{g})\, \text{g}\gamma = \frac{\gamma \text{G}}{\gamma \text{g}}\, \text{Sin}\, \text{FGg} \text{ ist,}$$

$$\frac{\text{MF}}{\text{Mf}}\, \text{Sin}\, \text{fFG} = \frac{\gamma \text{G}}{\gamma \text{g}}\, \text{Sin}\, \text{FGg}.$$

Es ist aber nahe $\text{Sin}\, \text{fFG} = \frac{\text{Gg}}{\text{Ff}}\, \text{Sin}\, \text{FGg}$ also auch

$$\frac{\text{MF}}{\text{Mf}}\, \text{Gg} = \frac{\gamma \text{G}}{\gamma \text{g}}\, \text{Ff}$$

Das heifst, man hat annähernd, wenn MA sehr grofs in Beziehung auf Af ist,

$$\frac{\text{MA} + \text{f}}{\text{MA}}\, \text{g} = \frac{\text{B}\gamma + \text{g}}{\text{B}\gamma}\, \text{f}.$$

Ist aber, wie bey allen Fernröhren, der einfallende Strahl Mf oder Nf mit der Axe parallel, so ist MA selbst unendlich grofs, und dann ist $\text{B}\gamma = \text{y}$ die Vereinigungsweite der Strahlen nach der zweyten Brechung, also die letzte Gleichung

$$\text{g} = \frac{\text{y} + \text{g}}{\text{y}}\, \text{f} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{\text{y}} = \frac{1}{\text{f}} - \frac{1}{\text{g}}.$$

Wenn man aber, wie bey diesen annähernden Rechnungen geschehen ist, die Dicke d der ersten Linse vernachlässiget, so hat man für dieselbe Vereinigungsweite y nach der zweyten Brechung im Allgemeinen den Ausdruck (S. 30.)

$$\frac{1}{\text{y}} = \frac{\text{n} - 1}{\text{f}} + \frac{\text{n} - 1}{\text{g}}$$

und die beyden letzten Gleichungen geben die gesuchten Halbmesser der ersten Linse, welche der erwähnten Bedingung entsprechen. Man soll nämlich zur Vermeidung aller gröfseren Brechungswinkel, nicht mehr f = g annehmen, wie in dem angeführten Beyspiel geschehen ist, sondern man wird, den beyden letzten Gleichungen zufolge, haben

$$f = \frac{2(n-1)y}{n} \text{ und } g = \frac{2(n-1)y}{2-n}$$

$$\text{also auch } \frac{f}{g} = \frac{2-n}{n}$$

§. 8.

Der letzte Ausdruck für $\frac{1}{y}$ ist schon an sich merkwürdig, er gilt aber, so wie die Gleichungen des §. 5. nur für solche Strahlen, welche mit der Axe parallel auf die erste Linse einfallen. Um den analogen Ausdruck für alle Strahlen Mf zu finden, welche aus der Entfernung $AM = a$ und unter irgend einem übrigens kleinen Winkel M auf die Linse fallen, wollen wir die Gleichungen der Seite 26 wieder vornehmen. Setzt man in denselben $\text{Sin } M = M$, so erhält man

$$l = \frac{(f+a)}{f} \cdot M$$

$$\lambda = \frac{l}{n}$$

$$\xi = l - \lambda - M \text{ und}$$

$$x = \frac{f\lambda}{\xi} + f$$

Eliminirt man aus diesen vier Gleichungen die drey Gröſsen M, λ und ξ, so erhält man

$$x = \frac{naf}{(n-1)(a+f) - nf} \text{ oder}$$

$$\frac{n}{x} = \frac{(n-1)}{f} - \frac{1}{a}$$

Aber nach S. 30 ist, wenn man $d = o$ setzt,

$$\frac{1}{y} = \frac{n}{B\varphi} + \frac{n-1}{g} \text{ oder } \frac{1}{y} = \frac{n}{x} + \frac{n-1}{g}$$

Substituirt man in dieser letzten Gleichung statt $\frac{n}{x}$ den vorhin gefundenen Werth, so erhält man:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{y} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

und dieses ist die gesuchte Gleichung, in welcher also a und y die zusammengehörigen Vereinigungsweiten des Strahls vor und nach der Brechung durch die Linse bezeichnen.

§. 9.

Man kann diese Gleichung auch noch einfacher aus den Ausdrücken des §. 5 ableiten. Da für die zweyte Linse die erste Vereinigungsweite $y = B\gamma$ eine verkehrte Lage hat, so wird man — y dafür setzen, wodurch die zweyte der erwähnten Gleichungen in die folgende übergeht:

$$\frac{1}{y} = -(n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$$

und da diese zweyte Linse biconcav angenommen wurde, so wird man für eine biconvexe Linse f′ und g′ negativ setzen, wodurch die vierte jener Gleichungen wird:

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right).$$

Die Summe dieser beyden Gleichungen gibt

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y'} = (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right)$$

welches der vorhergehende Ausdruck, nur auf die zweyte hier ebenfalls biconvex angenommene Linse angewendet, ist.

§. 10.

Um endlich denselben wichtigen Satz auch unmittelbar aus den ersten Gründen abzuleiten, so hat man, da die Winkel M f (f) g f F hier als sehr klein vorausgesetzt werden,

$$Mf(f) = n . gfF \text{ und}$$
$$(g)g\gamma = n . fgG \text{ also auch}$$
$$Mf(f) + (g)g\gamma = n . (gfF + fgG).$$

Bezeichnet man, der Kürze wegen, die spitzen Winkel bey M, G, F, γ und φ blofs mit diesen Buchstaben, so ist

$$Mf(f) = M + F \text{ und } (g)g\gamma = G + \gamma \text{ und eben so}$$
$$gfF = F - \varphi \text{ und } fgG = G + \varphi \text{ also auch}$$
$$gfF + fgG = F + G$$

und daher die vorhergehende Gleichung

$$M + F + G + \gamma = n(F + G) \text{ oder}$$
$$M + \gamma = (n-1)(F + G)$$

I. Nennt man aber die beyden Vereinigungsweiten $MA = a$ und $A\gamma = B\gamma = \alpha$, so wie die Halbmesser der Linse $FA = f$ und $GB = g$, so hat man sehr nahe

$$M = \frac{Af}{a} \qquad \gamma = \frac{Bg}{\alpha}$$

$$F = \frac{Af}{f} \qquad G = \frac{Bg}{g}.$$

Also auch, weil sehr nahe $Af = Bg$ ist

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

welches wieder die oben gefundene Gleichung ist, die man in Worten so ausdrücken kann: Die Summe der beyden reciproken Vereinigungsweiten einer Linse ist gleich der Summe der beyden reciproken Halbmesser derselben, multiplicirt durch das um die Einheit verminderte Brechungsverhältniſs.

I. Nimmt man die willkührliche Gröſse k so an, daſs man hat, $\frac{n-1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k}$, so wird man auch haben $\frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$ und aus diesen beyden Gleichungen folgt

$$f = \frac{(n-1)ak}{k+an} \text{ und } g = \frac{(n-1)\alpha k}{k-\alpha n},$$

welche Gleichungen die Halbmesser f und g durch die beyden Vereinigungsweiten a und α, und durch die willkührliche Gröſse k ausdrücken.

II. Ist die Entfernung des leuchtenden Punctes M oder N von der Linse oder die erste Vereinigungsweite a unendlich groſs, das heiſst, fallen die Strahlen parallel mit der Axe ein, und bezeichnet man für diesen besonderen Fall die zweyte Vereinigungsweite α durch p, so geht unsere Gleichung in folgende über

$$\frac{1}{p} = \frac{(n-1)}{f} + \frac{(n-1)}{g},$$

welcher Ausdruck mit dem Seite 31 gefundenen indentisch ist. Man nennt aber für parallel einfallende Strahlen diese letzte Vereinigungsweite p die B r e n n w e i t e der Linse, weil in der That die Strahlen der Sonne, die wegen der sehr groſsen Ent-

fernung dieses Himmelskörpers, mit der Axe parallel auf die Linse fallen, in ihrem Vereinigungspuncte nach der Brechung eine groſse Hitze erregen.

§. 11.

Die beyden in dem Vorhergehenden gefundenen Gleichungen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \quad \ldots \ldots \text{(A)}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \quad \ldots \ldots \text{(B)}$$

sind durch das ganze Gebieth der Optik von der gröſsten Wichtigkeit. Für eine zweyte ebenfalls biconvexe Linse, für welche wir die Gröſsen n, f, g und p mit einem Striche bezeichnen wollen, hat man also auch

$$\frac{1}{p'} = \frac{n'-1}{f'} + \frac{n'-1}{g'}$$

Vernachlässigt man aber die Dicke dieser beyden Linsen, und nimmt auch ihre Entfernung von einander unendlich klein, so hat man, wenn P die letzte Vereinigungsweite der parallel einfallenden Strahlen, nach ihrem Durchgange durch beyde Linsen ist, nach der letzten Gleichung des §. 5. vor I.,

$$\frac{1}{P} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) + (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right)$$

also auch vermöge der vorhergehenden Gleichungen

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \text{ oder}$$

$$P = \frac{p\,p'}{p+p'},$$

wo die Gröſse P als die Brennweite der zusammengesetzten doppelten Linse betrachtet werden kann.

Setzt man in den Gleichungen der S. 31 die Dicke $d = d' = o$ und berücksichtigt dafür ihre Distanz Δ, so erhält man, wenn man $y' = P$ setzt,

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p-\Delta} + \frac{1}{p'}$$

wenn wieder beyde Linsen convex sind, also auch

$$P = \frac{p'(p - \Delta)}{p + p' - \Delta}.$$

Für $\Delta = o$ ist $P = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$ wie zuvor.

Ist also $p = p'$ und $\Delta = o$, so ist

$$P = \tfrac{1}{2} p$$

oder die Brennweite einer Doppellinse, deren jede einfache die Brennweite p hat, ist gleich der Hälfte von p.

I. Bey allen diesen Ausdrücken mufs die Verschiedenheit der Zeichen der Gröfsen a, α, f, g und p für jeden besonderen Fall gehörig berücksichtigt werden.

Die Linse wurde bisher auf beyden Seiten erhaben oder biconvex angenommen, und überdiefs vorausgesetzt, dafs die Strahlen von dem Puncte M divergirend auf die erste Fläche der Linse fallen. Ist aber eine, oder sind beyde Seiten der Linse concav, so ist in dem vorhergehenden Ausdrucke von den beyden Halbmessern f und g einer oder beyde negativ, so wie für eine ebene Fläche der Halbmesser unendlich grofs ist. Fallen ferner die Strahlen auf die erste Fläche convergirend oder so auf, als ob sie von einem Puncte hinter der Linse, auf der Seite von γ' kämen, so ist in den vorhergehenden Ausdrücken die erste Vereinigungsweite a negativ. Eben so zeigt ein positiver Werth von α an, dafs das Bild γ, so wie in der Figur, auf die Rückseite der Linse, auf die dem Objecte entgegengesetzte Seite falle, während für ein negatives α das Bild auf der Vorderseite, bey G seyn wird. Eben so zeigen gleiche Zeichen der Gröfsen a und α, wie schon die blofse Ansicht der Zeichnung lehrt, an, dafs das Bild in Beziehung auf das Object verkehrt, und ungleiche Zeichen, dafs es aufrecht steht. Ein negativer Werth von p endlich zeigt an, dafs die parallel mit der Axe auffallenden Strahlen nach der zweyten Brechung, wenn sie wieder aus dem Glase in die Luft treten, divergiren, als kämen sie aus einem Puncte bey der Vorderseite der Linse, auf welcher der leuchtende Gegenstand ist, her, was bey biconcaven und bey solchen concavconvexen Linsen der Fall ist, in welchen der

Halbmesser der concaven Seite kleiner als der der convexen ist.

§. 12.

Die Gleichungen (A) und (B), ja schon der aus ihrer Verbindung folgende sehr einfache Ausdruck

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (C)$$

reicht hin, für jede Linse, deren Brennweite und deren Entfernung von dem Gegenstande gegeben ist, die Entfernung und Gröſse des Bildes, welches von den nahe an der Axe einfallenden Strahlen entsteht, durch eine einfache Zeichnung zu finden.

Sey Fig. 6. und 7. C der Mittelpunct einer biconvexen und einer biconcaven Linse, a C α ihre Axe, p ihr Brennpunct, C a = a die Entfernung des auf der Axe senkrecht stehenden Gegenstandes, dessen Gröſse a b = b und C α = α die Entfernung des Bildes, dessen Gröſse $\alpha\beta = \beta$ ist.

Der Punct a des Gegenstandes, der in der Axe liegt, wird sein Bild α ebenfalls in einem Puncte α der Axe haben, da der Strahl a C senkrecht auf die Linse fällt, und daher völlig ungebrochen durchgeht. Die Entfernung α dieses Punctes des Bildes von der Linse wird durch die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

gegeben. Aber man kann die Berechnung dieser einfachen Gleichung übergehen, und zugleich die Gröſse des Bildes finden, wenn man durch den äuſsersten Punct b des Gegenstandes eine Gerade b c parallel mit der Axe zieht, welche Gerade daher (nach §. 10. II.) von der Linse nach der Richtung c p, nämlich so gebrochen wird, daſs dieser Strahl selbst (Fig. 6.) oder dessen Verlängerung (Fig. 7.) durch den Brennpunct p der Linse geht. Ein zweyter Strahl b C, der von demselben äuſsersten Punct b des Gegenstandes nach der Mitte der Linse C gezogen wird, geht (nach dem Vorhergehenden) ungebrochen durch, daher das Bild des Punctes b in den beyden Linien c p und b C zugleich, also in ihrem Durchschnittspuncte β liegen muſs, so daſs die von β auf die Axe gezogene Normale $\beta\alpha$ zugleich den Ort und die Gröſse des Bildes gibt.

Man mufs sich nämlich vorstellen, dafs alle von dem Puncte a auf das Objectiv fallenden und dasselbe gleichsam bedeckenden Strahlen nach ihrer Brechung sich sämmtlich in dem Puncte α vereinigen, und da das **Bild** von a erzeugen, so wie alle von b auf das Objectiv fallenden Strahlen, sich in β vereinigen, und daselbst das Bild von b machen, und dasselbe gilt von allen übrigen zwischen a und b liegenden Puncten, deren Bilder zwischen α und β fallen.

Da ferner die Winkel a C b und α C β einander gleich sind, so hat man

$$\frac{b}{a} = \frac{\beta}{\alpha}$$

wodurch die Gröfse β des Bildes bestimmt wird, wenn die Gröfse b des Gegenstandes und die beyden Vereinigungsweiten a und α gegeben sind.

§. 13.

Nimmt man die beyden letzten Gleichungen zusammen, so hat man für die Entfernung α und die Gröfse β des Bildes, wenn die Entfernung a und die Gröfse b des Gegenstandes und die Brennweite p der Linse bekannt sind, folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{a\,p}{a-p} \text{ und} \\ \beta &= \frac{b\,p}{a-p} \end{aligned}\right\} \text{(D.)}$$

und aus diesen beyden Gleichungen lassen sich alle Erscheinungen ableiten, welche man bey dem Durchgange der Strahlen durch Linsen bemerkt.

I. Für eine biconvexe Linse z. B. sind die Gröfsen α und a, wenn der Gegenstand vor der Linse und über der Axe steht, positiv, so wie auch für solche Linsen die Brennweite p eine positive Gröfse ist. Ist a $>$ p, so ist α und β positiv, und das Bild verkehrt und auf der Rückseite der Linse. Nimmt ferner a ab, so nimmt α und β zu, wie diese Gleichungen unmittelbar, und auch ihre Differenzialien

$$d\alpha = -\left(\frac{\alpha}{a}\right)^2 d\,a \text{ und } d\,\beta = -\frac{\beta^2\,d\,a}{b\,p}$$

zeigen. Wird dann bey einer weiteren Abnahme die Gröfse $a = p$, so ist α unendlich; für $a < p$ aber wird α und β negativ, und das Bild steht aufrecht und zwar auf der Vorderseite der Linse; und wenn endlich die Gröfse a noch weiter abnimmt, so nehmen auch die negativen α und β ab, bis endlich mit $a = o$, auch α verschwindet und $\beta = -b$ wird. Oder mit andern Worten ausgedrückt: Ist das Object weiter als um die Brennweite von der Linse entfernt, so ist das Bild verkehrt und auf der Rückseite der Linse, und wenn diese Entfernung des Objectes abnimmt, so wächst die Entfernung und die Gröfse des Bildes. Ist die Entfernung des Objectes gleich der Brennweite, oder steht das Object im Brennpuncte, so sind alle gebrochenen Strahlen unter sich parallel, und es gibt kein Bild mehr, oder wie man zu sagen pflegt, dafs Bild liegt in einer unendlichen Entfernung von der Linse. Rückt das Object noch näher zwischen den Brennpunct und die Linse, so divergiren die gebrochenen Strahlen auf der Rückseite, und das Bild steht aufrecht auf der Vorderseite, auf welcher zugleich das Object ist, und wenn die Entfernung des Objectes noch weiter abnimmt, so nimmt auch die Entfernung und Gröfse des Bildes ab, bis sie endlich beyde in der Linse selbst zusammenfallen.

II. Ist $Ap = AP$ (Fig. 8.) die Brennweite der Linse AM, so werden sich mit der Axe PAp parallele Strahlen p′ M in dem Brennpuncte p vereinigen; divergirende Strahlen q′ M aber in einem entferntern Puncte q, und convergirende Strahlen r′ M in einem nähern Puncte r, vorausgesetzt, dafs die Entfernung des Gegenstandes von der Linse, oder dafs q′ A gröfser als die Brennweite PA ist. Ist aber q′ A kleiner als die Brennweite, so wird der Vereinigungspunct auf der Seite des Gegenstandes selbst liegen. Daraus folgt daher auch umgekehrt, dafs Strahlen, die aus dem Brennpuncte p kamen, nach ihrer Brechung in die der Axe parallele Richtung M p′ übergehen; dafs die aus einem entfernteren Puncte q kommenden Strahlen nach der Brechung nach M q′ convergiren, und endlich, dafs die aus einem näheren Puncte r kommenden Strahlen nach der Brechung nach M r′ divergiren. Aus dieser Ursache mufs z. B. der Kurzsichtige das Ocular dem Gegenstande oder im Fernrohre dem Bilde p des Gegenstandes etwas nähern, damit er divergirende Strahlen erhalte,

an die sein Auge gewöhnt ist, während der Weitsichtige nur durch nahe parallele Strahlen gut sieht.

§. 14.

Betrachtet man eben so für biconcave Linsen die Brennweite p als eine positive Gröfse, so hat man für sie die Gleichungen:

$$\alpha = -\frac{a\,p}{a+p} \text{ und}$$

$$\beta = -\frac{b\,p}{a+p},$$

woraus folgt, dafs für solche Linsen α und β immer negative Gröfsen sind, und dafs α nie gröfser als $-p$ werden kann. Ist $a=p$, so ist $\alpha = -\frac{1}{2}p$ und $\beta = -\frac{1}{2}b$, oder das Bild ist in der Mitte m (Fig. 7.) zwischen der Linse C und dem Brennpuncte p. Ist $a > p$, so ist $\alpha > -\frac{1}{2}p$, oder das Bild zwischen p und m. Ist endlich $a < p$, so ist $\alpha < -\frac{1}{2}p$, oder das Bild zwischen m und C. Mit andern Worten: Für alle Entfernungen des Objectes ist das Bild immer auf der Vorderseite der Linse und aufrecht und zwischen dem Puncte C und p. Wenn sich das Object von der Linse entfernt, so entfernt sich auch das Bild und wird immer kleiner. So lange das Object aufser der Brennweite ist, liegt das Bild zwischen m und p, und wenn das Object inner der Brennweite ist, so liegt das Bild zwischen m und C, und wenn endlich das Object in dem Brennpuncte selbst ist, so liegt das Bild in m.

I. Dafs man endlich, wenn eine hinlängliche Anzahl der Gröfsen f g .. p a gegeben sind, die übrigen mit Hülfe der Gleichungen (A) bis (D) finden könne, ist für sich klar. Sind z. B. die beyden Halbmesser $f = 2$ und $g = 6$ Zolle einer Linse gegeben, und ist ihr Brechungsverhältnifs $n = \frac{3}{2}$, so gibt die Gleichung (B) die Brennweite $p = 3$ Zolle. Ist dann die Entfernung des Objectes $a=4$, und dessen Gröfse $b = \frac{1}{10}$ Zoll, so ist (nach D) die Entfernung des Bildes $\alpha = 12$, und die Gröfse desselben, $\beta = \frac{3}{10}$ Zolle, u. s. f.

§. 15.

Um die Sätze des §. 13 und 14 zur bequemeren Uebersicht zusammenzustellen, so hat man

für biconvexe Linsen.

$$\alpha = \frac{a\,p}{a - p}$$

wo a und p positive Gröfsen sind.

Ist also $a = \infty$, so ist $\alpha = p$.

Nimmt a ab, so nimmt α zu und ist immer gröfser als p. Für $a = 2p$ ist $a = \alpha$, oder auch $\alpha = 2\,p$; für $a = p$ ist $\alpha = \infty$.

Nimmt a noch weiter ab, so wird α eine negative Zahl, und diese Zahl nimmt immer ab, ist aber doch stets gröfser als a, so dafs das Bild auf der Vorderseite der Linse immer zwischen den Brennpunct und das Object fällt.

Ist endlich $a = o$, so ist auch $\alpha = o$.

Für biconcave Linsen.

aber hat man, da für sie p negativ ist, wenn man $p = -p'$ setzt,

$$\alpha = -\frac{a\,p'}{a + p'},$$

wo p' eine positive Gröfse bezeichnet.

Wenn also erstens die Strahlen divergirend auffallen (d. h. wenn a positiv ist) so ist immer α negativ, oder die gebrochenen Strahlen sind noch mehr divergirend, und ihre Verlängerungen vereinigen sich auf der Vorderseite der Linse, (auf welcher zugleich das Object steht).

Ist $a = \infty$, so ist $\alpha = p$.

Nimmt a ab, so nimmt auch α ab.

Wird $a = p$, so ist $\alpha = \frac{1}{2}p$.

Nimmt a noch weiter ab, so nimmt auch α noch mehr ab.

Ist endlich $a = o$, so ist auch $\alpha = o$.

Bey biconcaven Linsen ist also für divergirend auffallende Strahlen das Bild immer in dem Raume zwischen der Linse und dem Brennpuncte, und zwar:

in der von der Linse entfernten Hälfte dieses Raumes, so lange $a > p$, und in der nähern Hälfte, wenn $a < p$ ist.

Wenn aber zweytens die Strahlen convergirend auffallen (d. h. wenn a negativ ist), so ist, wie dieselbe Gleichung $\alpha = -\frac{a\,p'}{a + p'}$ zeigt, die Gröfse α positiv, so lange $a < p'$ und

α negativ, wenn $a > p'$ ist, d. h. die convergirend auffallenden Strahlen vereinigen sich in der That nach ihrer Brechung, wenn sie vor ihrer Brechung nach einem Puncte auf der Rückseite der Linse, der zwischen der Linse und ihrem Brennpuncte liegt, convergirten, und zwar ist α immer gröfser als a; die convergirend auffallenden Strahlen werden aber nach ihrer Brechung divergent, wenn sie vor ihrer Brechung nach einem Punct auf der Rückseite der Linse, der jenseits des Brennpuncts liegt, convergirten; so wie sie endlich nach ihrer Brechung mit der Axe parallel werden, wenn sie vor ihrer Brechung nach dem Brennpuncte selbst convergirten, oder wenn $a = p'$ ist.

§. 16.

Zum Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir nun noch sehen, wie man bey schon vollendeten Glaslinsen die Gröfse n ihres Brechungsverhältnisses finden könne.

Zu diesem Zwecke wird man zuerst die Brennweite p und die beyden Halbmesser f und g der Linse suchen, wo dann die Gröfse n durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ oder}$$

$$n-1 = \frac{fg}{(f+g)\,p}$$

I. Die Brennweite einer Linse kann man finden, wenn man die Sonnenstrahlen, oder auch nur die Strahlen eines sehr entfernten, von dem Tageslichte beleuchteten Gegenstandes auf die Linse fallen läfst, und die Entfernung des Punctes von der Linse sucht, in welcher das Bild dieses Gegenstandes am kleinsten und deutlichsten erscheint. Dieses Verfahren ist bey Linsen von kurzen Brennweiten sehr brauchbar.

Das folgende Verfahren wird besonders für Linsen von grofsen Brennweiten vortheilhaft angewandt werden. Man stelle ein Fernrohr so, dafs man dadurch sehr weit entfernte, z. B. himmlische Gegenstände deutlich sieht, und bringe dann die zu untersuchende Linse vor das Objectiv des Fernrohrs senkrecht auf die Axe desselben, und lasse endlich in der schon beynahe bekannten Brennweite der Linse ein Buch mit kleiner Schrift oder

eine feine Zeichnung der Linse näher oder ferner bringen, bis die Zeichnung durch das Rohr völlig deutlich gesehen wird. Dann ist die Entfernung der Zeichnung von der Linse zugleich die gesuchte Brennweite desselben. Da nämlich das Objectiv des Fernrohrs die Strahlen durch die vor ihm stehende Linse parallel erhält, indem itzt die Zeichnung eben so deutlich als früher der himmlische Gegenstand gesehen wird, so mufs die Zeichnung in dem Brennpuncte der Linse stehen, weil nur für diesen Stand derselben ihre Strahlen nach der Brechung durch die Linse parallel werden können.

II. Nicht so einfach ist die Bestimmung der Halbmesser f und g der Linse. Unmittelbare Messungen können keine genauen Resultate geben, da die Erhebung der Mitte der Linse über den Rand derselben meistens zu gering ist, um aus ihrer Vergleichung mit der Breite des Glases die Halbmesser der Krümmung abzuleiten. Ist nämlich 2a der Durchmesser der Linse oder die Sehne des Kugelabschnittes, von welchem die Linse begrenzt ist, und nennt man b die Höhe oder die halbe Dicke der Linse, so hat man, wenn f den Halbmesser der Kugel bezeichnet, von welcher die Linse ein Theil ist:

$$f^2 = a^2 + (f-b)^2$$

$$f = \frac{a^2 + b^2}{2b}$$

ein Ausdruck, in welchem der gesuchte Werth von f durch den geringsten Fehler von b schon bedeutend entstellt werden kann. Wir wollen daher ein anderes Verfahren suchen, diese Halbmesser zu bestimmen.

Wenn der leuchtende Punct in der Axe der biconvexen Linse in der Entfernung a vor der Linse und sein Bild in der Entfernung α hinter derselben steht, so hat man nach dem Vorhergehenden:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \quad \ldots\ldots \text{(I.)}$$

Ist nun γ (Fig. 5.) der leuchtende Punct und Gg = f der Halbmesser der vordern Fläche Bg, so wie φf = g der Halbmesser der hintern Fläche Af der Linse, so entferne man die Linse von dem leuchtenden Puncte γ so lange, bis die von der hin-

tern, mit einem undurchsichtigen Körper belegten Fläche Af reflectirten Strahlen genau wieder auf den Punct γ zurück geworfen werden. Damit dieses geschehe, muſs der auffallende Strahl $g\gamma$ nach seiner ersten Brechung in g senkrecht auf die hintere Fläche in f fallen, oder gf muſs in der Richtung des Halbmessers φgf liegen, weil nur dann der Strahl gf keine Ablenkung von seinem Wege erfährt, und daher wieder in der Richtung fg zurückgeworfen wird. Es ist daher eben so viel, als ob der Strahl von der andern Seite der Linse in der Richtung fg ankäme, wo er bey seinem Eintritte in f, wegen des rechten Einfallswinkels, keine Ablenkung leidet, und bey seinem Austritte in g nach der Richtung $g\gamma$ gebrochen wird.

Sind aber überhaupt A und B die beyden Vereinigungsweiten einer Linse, so hat man nach dem Vorhergehenden

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

und da hier nach dem Obengesagten die erste Vereinigungsweite $A = -g$ ist, so ist auch

$$\frac{1}{B} = \frac{n-1}{f} + \frac{n}{g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(II.)}$$

wo B die Entfernung des leuchtenden Punctes γ von der Linse ist.

Kehrt man dann die Linse um, so daſs die Seite Af gegen das Object γ gewendet wird, und sucht auch hier die Entfernung A des leuchtenden Punctes γ von der Linse, für welche das reflectirte Bild wieder auf den Gegenstand γ zurück fällt, so ist eben so

$$\frac{1}{A} = \frac{n-1}{g} + \frac{1}{f} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III.)}$$

Die drey Gleichungen I., II. und III. reichen hin, die drey unbekannten Gröſsen f, g und n zu bestimmen, wenn die Gröſsen A, B und $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$ bekannt sind.

Subtrahirt man nämlich die Summe der beyden letzten Gleichungen von der ersten, so erhält man:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right) = n\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad \text{(IV.)}$$

Multiplicirt man aber die Gleichungen II. und III. wechsel-

weise durch n — 1 und durch n, so gibt die Differenz dieser Producte

$$\frac{n-1}{A} - \frac{n}{B} = \frac{1-2n}{g} \text{ und}$$

$$\frac{n-1}{B} - \frac{n}{A} = \frac{1-2n}{f}.$$

Substituirt man endlich die aus den beyden letzten Gleichungen folgende Werthe von $\frac{1}{f}$ und $\frac{1}{g}$ in der Gleichung IV., so erhält man

$$n = \frac{(A+B)\,a\,\alpha - (a+\alpha)\,A\,B}{(A+B)\,a\,\alpha - 2\,(a+\alpha)\,A\,B}$$

oder da $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ ist,

$$n = \frac{(A+B)\,p - A\,B}{(A+B)\,p - 2\,A\,B}$$

wodurch die Gröſse n gegeben ist. Kennt man aber n, so findet man die beyden Halbmesser f und g durch die Gleichungen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1-2n}\left(\frac{n-1}{B} - \frac{n}{A}\right) \text{ und}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{1-2n}\left(\frac{n-1}{A} - \frac{n}{B}\right).$$

Um die Coincidenz des Bildes mit dem leuchtenden Gegenstande genau zu beobachten, wird man in der oben erwähnten kleinen Oeffnung des Fensterladens eines verfinsterten Zimmers ein feines Haar einspannen, welches gleichsam zum Gegenstande dienen kann, dessen ganz deutliches Bild man auf die Fläche des Ladens ganz nahe an die Oeffnung desselben fallen läſst. Uebrigens wird man der im ersten Capitel gegebenen Methode der Bestimmung von n und d n immer bey weitem den Vorzug geben, weil die Brechungen der Strahlen durch Prismen viel gröſser sind als durch Linsen, und weil man zur zweckmäſsigen Verfertigung eines Fernrohrs die Gröſsen n und d n schon vor der Ausarbeitung der Linsen kennen muſs, da die Halbmesser der Linsen durch jene beyden Gröſsen ihre Bestimmung erhalten.

DRITTES KAPITEL.

Kugelabweichung.

§. 1.

Wir haben in dem vorhergehenden Kapitel die Gleichungen des §. 2. S. 26 entwickelt und gezeigt, wie man sich ihrer zur Prüfung bereits gegebener Fernröhre bedienen könne. Allein viel wichtiger noch ist die Aufgabe, wie man die vier Halbmesser der beyden Linsen bestimmen soll, damit das von denselben hervorgebrachte Bild ganz rein und deutlich erscheine, und so das aus ihnen gebildete Fernrohr der vorzüglichsten Forderung, die man an dasselbe machen kann, vollkommen entspreche.

Wir haben bereits gesehen, daſs sphärische Linsen nicht die Eigenschaft haben, die nahe und fern von der Axe einfallenden Strahlen nach ihrer Brechung in einen einzigen Punct zu vereinigen, was doch geschehen muſs, wenn anders der aufgestellten Bedingung gemäſs, das Hauptbild des Fernrohrs deutlich erscheinen soll; daſs aber auch, was eine einzige Linse nicht zu leisten vermag, durch die Verbindung von zwey oder mehreren Linsen möglich gemacht werden kann.

Um dieſs näher zu untersuchen wollen wir zuerst die Vereinigungspuncte der Strahlen mit der Axe nach ihrer Brechung durch eine einfache Linse, sowohl für die nahe an der Axe, als auch für die am Rande derselben einfallenden Strahlen bestimmen, und dabey uns zuerst nur auf die Strahlen der mittleren Brechbarkeit oder auf die gelben Strahlen beschränken, während wir die besondere Betrachtung der übrigen gefärbten Strahlen dem folgenden Kapitel vorbehalten.

§. 2.

Wir hatten oben (S. 26.) die Gleichungen

$$\text{Sin } l = \frac{f + AM}{f} \text{ Sin } M$$

$$\text{Sin } \lambda = \frac{1}{n} \text{ Sin } l$$

$$\xi = l - \lambda - M \text{ und}$$

$$x = \frac{f \text{ Sin } \lambda}{\text{Sin } \xi} + f$$

und wir haben bereits (S. 30.) gesehen, daſs für Centralstrahlen, oder daſs für solche Strahlen, welche der Axe sehr nahe einfallen, diese vier Gleichungen in folgende einfache übergehen:

$$x = \frac{nf}{n-1}$$

Nehmen wir nun an, daſs der Winkel M, nicht mehr sehr nahe gleich Null, aber doch auch nur so groſs sey, daſs man die vierten und höhern Potenzen desselben gegen den Halbmesser vernachlässigen kann, eine Voraussetzung, die nach einer sehr verbreiteten Meinung für beynahe alle Fernröhre genügen soll, so gibt die erste jener Gleichungen, wenn man der Kürze wegen

$$f + AM = c \text{ setzt,}$$

$$\text{Sin } l = \frac{c}{f} \text{ Sin } M = \frac{c}{f}\left(M - \frac{M^3}{6}\right) \text{ also auch}$$

$$l = \frac{c}{f} M + \frac{c(c^2 - f^2) M^3}{6 f^3}$$

oder da $MFf = l - M$ ist

$$MFf = \frac{c - f}{f} . M + \frac{c\,(c^2 - f^2)\, M^3}{6 f^3} .$$

Weiter gibt die zweyte der oben angeführten Gleichungen

$$\text{Sin } \lambda = \frac{c}{nf} \text{ Sin } M = \frac{c}{nf}\left(M - \frac{{}^3M}{6}\right) \text{ oder}$$

$$\lambda = \frac{cM}{nf} + \frac{c\,(c^2 - n^2 f^2)\, M^3}{6 n^3 f^3}$$

und daher die dritte Gleichung

$$\xi = \text{M F f} - \lambda \text{ oder}$$

$$\xi = \frac{(n-1)c-nf}{nf} M + \frac{c}{6n^3 f^3}[(n^3-1)c^2 - n^2(n-1)f^2] M^3$$

und dessen Sinus

$$\text{Sin } \xi = \frac{(n-1)c-nf}{nf} M$$

$$+ \frac{1}{6n^2 f^3}[3(n-1)c^3 + 3(n-1)^2 c^2 f - 4n(n-1)cf^2 + n^2 f^3] M^3$$

also endlich auch die vierte Gleichung:

$$x = \frac{f \,.\, \text{Sin } \lambda}{\text{Sin } \xi} + f \text{ oder}$$

$$x = \frac{cf}{(n-1)c-nf} - \frac{c^2(n-1)(c-f)(c+nf)}{2nf[(n-1)c-nf]^2} M^2 + f, \text{ oder}$$

$$x = \frac{nf(c-f)}{(n-1)c-nf} - \frac{c^2(n-1)(c-f)(c+nf) M^2}{2nf[(n-1)c-nf]^2}$$

Stellt man den Werth von $c = AM + f$ wieder her, und bezeichnet man, wie zuvor, diese erste Vereinigungsweite AM durch a, so hat man

$$x = \frac{naf}{(n-1)a-f} - \frac{a(n-1)(a+f)^2 . [a+(n+1)f] M^2}{2nf[(n-1)a-f]^2}$$

Dadurch ist also die Entfernung $A\varphi = x$ gefunden, in welcher der unter dem Winkel M einfallende Strahl die Axe nach der **ersten** Brechung treffen würde. Auch ist nach dem Vorhergehenden der Winkel $A\varphi f$, oder

$$\xi = \frac{(n-1)c-nf}{nf} M + \frac{c(n-1)[(n^2+n+1)c^2 - n^2 f^2] M^3}{6n^3 f^3}$$

oder:

$$\xi = \frac{(n-1)a-f}{nf} M + \frac{(n-1)(a+f)}{6n^3 f^3}[(n^2+n+1)a(a+2f) + (n+1)f^2] M^3$$

§. 3.

Wenn dann der Strahl nach seiner ersten Brechung in f und nach seinem Durchgange durch die Linse wieder in dem Puncte g in die Luft tritt, so erleidet er in diesem Puncte g der Hinter-

fläche der Linse eine zweyte Brechung, durch welche er aus der Richtung $fg\varphi$ nach $g\gamma$ gebracht wird.

Um auch hier die beyden Gröfsen $A\gamma$ und $A\gamma g$ zu finden, kann man den Strahl $g\gamma$ so ansehen, als wäre er vor der zweyten Brechung in der Lage $\varphi\gamma$ gewesen, so dafs die Puncte γ und φ der zweyten Brechung respective den Puncten φ und M der ersten Brechung entsprechen. Man wird daher die gesuchten Ausdrücke von $A\gamma$ und $A\gamma g$ erhalten, wenn man in den bereits gefundenen Ausdrücken von $A\varphi = x$ und $A\varphi f = \xi$

die Gröfsen n a f und M

respective in $\frac{1}{n}$ — x — g und ξ

verwandelt, wodurch man erhält:

$$A\gamma = \frac{gx}{(n-1)x+nx} - \frac{n(n-1)\,x\,(g+x)^2\,[nx+(n+1)g]}{2\,g\,[(n-1)x+ng]^2}\,\xi^2$$

und:

$$A\gamma g = \frac{(n-1)\,x+ng}{g}\,\xi,$$

wenn man die dritten und höhern Potenzen von ξ wegläfst.

Substituirt man in diesen beyden Gleichungen die oben gefundenen Werthe von x und ξ, so erhält man endlich

$$A\gamma = \alpha - \frac{a(n-1)(a+f)^2\,[g-(n-1)\alpha]^2\,[a+(n+1)f]\,M^2}{2n^2fg^2\,[(n-1)a-f]^2}$$
$$- \frac{\alpha(n-1)(\alpha+g)^2\,[(n-1)a-f]^2\,[\alpha+(n+1)g]\,M^2}{2n^2f^2g\,[g-(n-1)\alpha]^2}$$

und:

$$A\gamma g = \frac{g\,[(n-1)a-f]\,M}{f\,[g-(n-1)\alpha]}$$

wo der Kürze wegen

$$\alpha = \frac{afg}{a(n-1)(f+g)-fg}, \text{ das heifst}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

gesetzt wurde, und wo daher (S. 30) α die zweyte, so wie a

die erste Vereinigungsweite der der Axe **sehr nahe** einfallenden Strahlen bezeichnet.

§. 4.

Der gefundene Werth von $A\gamma$ für die Vereinigungsweite der Randstrahlen nach der zweyten Brechung ist also von der Vereinigungsweite α der Centralstrahlen verschieden, und die Verschiedenheit beyder hängt im Allgemeinen von dem Werthe des Winkels M ab, so daſs daher, da $A\gamma$ sich mit dem Winkel M ändert, für verschiedene Entfernungen des einfallenden Strahles von der Axe der Linse auch verschiedene Vereinigungsweiten $A\gamma$, oder verschiedene Bilder Statt haben. Diese Verschiedenheit der Bilder ist es, welche den Eindruck des **Hauptbildes** (das von den Centralstrahlen für $M = o$ in der Entfernung $A\gamma = \alpha$ Statt hat) stören, und auf die Deutlichkeit des Sehens hindernd einwirken. Man nennt diesen veränderlichen, von M abhängigen Theil der Gröſse $A\gamma$ die Abweichung der Strahlen wegen der kugelförmigen Gestalt der Linsen, oder kürzer, die **Kugelabweichung** derselben, und wir wollen sie künftig durch Φ bezeichnen.

§. 5.

Setzt man, um diesen Werth von Φ noch weiter zu reduziren, $x = a \operatorname{tang} M = aM$, wo x die Entfernung des Punctes der Linse von ihrer Mitte ist, in welchem sie von dem Strahl getroffen wird, welche Entfernung man, für die Randstrahlen, den **Oeffnungs-Halbmesser** der Linse heiſst, so folgt aus der letzten Gleichung für $A\gamma$

$$\Phi = \frac{(n-1)\,\alpha^2 x^2}{2n^2}\left\{\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{(n-1)}{g}\right)^2\left(\frac{n+1}{\alpha}+\frac{1}{f}\right)}{\left(\frac{n-1}{f}-\frac{1}{a}\right)^2}\right\}$$

$$+\frac{(n-1)\,\alpha^2 x^2}{2n^2}\left\{\frac{\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{g}\right)^2\left(\frac{n-1}{f}-\frac{1}{a}\right)^2\left(\frac{n+1}{\alpha}+\frac{1}{g}\right)}{\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{(n-1)}{g}\right)^2}\right\}$$

Nach (S. 37) ist aber, wenn k irgend eine willkührliche Gröſse bezeichnet,

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{(n-1)}{g} = \frac{n}{k} \text{ und } \frac{n-1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{n}{k}$$

also ist auch

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{n(k+a)}{(n-1)k.a} \text{ und } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{g} = \frac{n(k-\alpha)}{(n-1)k\alpha}$$

und eben so

$$\frac{n+1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{n(nk+a)}{(n-1)ak} \text{ und } \frac{n+1}{\alpha} + \frac{1}{g} = \frac{n(nk-\alpha)}{(n-1)\alpha k}$$

Substituiret man diese Werthe in dem vorhergehenden Ausdrucke von Φ, so erhält man

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}\left[\left(\frac{n}{a}+\frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{k}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha}-\frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{k}\right)^2\right]$$

oder endlich, wenn man den Factor

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$$

absondert,

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p}\left[n\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + \frac{2n+1}{k}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{k^2}\right]$$

§. 6.

Suchen wir nun denjenigen Werth der willkührlichen Gröſse k, für welchen die Kugelabweichung Φ ein **Kleinstes** wird. Zu diesem Zwecke werden wir das Differenzial des Ausdruckes

$$\frac{2n+1}{k}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{k^2}$$

gleich Null setzen, wodurch man für den gesuchten Werth von k erhält

$$\frac{1}{k} = -\frac{(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}\right)$$

Substituirt man diesen Werth von k in den letzten Ausdruck von Φ, so erhält man für die **kleinste Kugelabweichung**

$$\Phi = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)p}\left\{n\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)-\frac{(2n+1)^2}{4(n+2)}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2\right\}$$

oder da $n\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)=n\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{n}{a\alpha}$,

und $\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)^2=\frac{1}{p^2}-\frac{4}{a\alpha}$ ist,

$$\Phi = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left[\frac{1}{p^2}+\frac{4(n-1)^2}{(4n-1)a\alpha}\right]$$

I. Ist daher λ irgend eine willkührliche positive Zahl, die gröſser als die Einheit ist, so kann man für den Ausdrurk der Kugelabweichung überhaupt annehmen

$$\Phi = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left[\frac{\lambda}{p^2}+\frac{4(n-1)^2}{(4n-1)a\alpha}\right]$$

wo dann für die kleinste Kugelabweichung die Gröſse $\lambda = 1$ ist.

Setzt man daher der Kürze wegen

$$\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)} \text{ und } \nu = \frac{4(n-1)^2}{4n-1} \text{ und } P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p}+\frac{\nu}{a\alpha}\right)$$

so erhält man für die Kugelabweichung den einfachen Ausdruck

$$\Phi = \alpha^2 x^2 . P.$$

II. Vergleicht man den letzten Ausdruck von Φ mit dem des §. 5, so erhält man die Gleichung

$$\frac{1}{k} = -\frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\alpha}\right)-\frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

welche zeigt, wie die beiden willkührlichen Gröſsen λ und k von einander abhängen.

§. 17.

Um eben so die Gröſsen f und g durch λ auszudrücken, wird man den so eben gefundenen Werth von $\frac{1}{k}$ in den beiden Gleichungen

$$\frac{(n-1)}{f} = \frac{1}{a} + \frac{n}{k} \text{ und } \frac{n-1}{g} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{k}$$

substituiren, wodurch man erhält

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{\varrho}{a} + \frac{\sigma}{\alpha} + \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda-1} \text{ und} \\ \frac{1}{g} &= \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\sigma}{a} - \frac{\tau}{p}\sqrt{\lambda-1} \end{aligned}\right\}$$

wenn man der Kürze wegen setzt

$$\varrho = \frac{4+n-2n^2}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\sigma = \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)}$$

$$\tau = \frac{n\sqrt{4n-1}}{2(n-1)(n+2)}$$

I. Es ist aber $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, also auch, wenn man den Werth von α aus dieser Gleichung in den vorhergehenden Ausdrücken von $\frac{1}{f}$ und $\frac{1}{g}$ substituirt,

$$\left.\begin{aligned} \frac{p}{f} &= \sigma - (\sigma - \varrho)\frac{p}{a} + \tau\sqrt{\lambda-1} \text{ und} \\ \frac{p}{g} &= \varrho + (\sigma - \varrho)\frac{p}{a} - \tau\sqrt{\lambda-1} \end{aligned}\right\}$$

welche Ausdrücke sich auch in folgende verwandeln lassen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{p}{f} &= \varrho + (\sigma - \varrho)\frac{p}{\alpha} + \tau\sqrt{\lambda-1} \text{ und} \\ \frac{p}{g} &= \sigma - (\sigma - \varrho)\frac{p}{\alpha} - \tau\sqrt{\lambda-1} \end{aligned}\right\}$$

II. Sind beyde Halbmesser f und g einander gleich, oder ist die Linse gleichseitig, so gibt die Summe jener beyden Gleichungen

$$f = g = \frac{2p}{\sigma + \varrho}$$

und ihre Differenz

$$\sqrt{\lambda - 1} = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right) \cdot \frac{a - \alpha}{a + \alpha}$$

Ist daher entweder a oder auch α unendlich grofs, so ist

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} = \frac{4(n^2 - 1)}{2n\sqrt{4n - 1}}$$

III. Sucht man aber den Werth von $\sqrt{\lambda - 1}$ für jede, nicht blofs für eine, gleichseitige Linse, so gibt die Division der vorhergehenden Ausdrücke von $\frac{p}{f}$ und $\frac{p}{g}$ die Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{\lambda - 1} = \dfrac{f\sigma - g\varrho}{(f+g)\tau} - \dfrac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} \text{ oder auch} \\ \sqrt{\lambda - 1} = \dfrac{g\sigma - f\varrho}{(f+g)\tau} - \dfrac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau} \end{array}\right\}$$

IV. Für planconvexe Linsen ist $f = \infty$ also in III

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} = \frac{\varrho}{\tau} + \frac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau}$$

und für convexplane Linsen ist $g = \infty$, also

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\varrho}{\tau} + \frac{p(\sigma - \varrho)}{a\tau} = \frac{\sigma}{\tau} - \frac{p(\sigma - \varrho)}{\alpha\tau}$$

Ist daher bei solchen Linsen entweder a oder auch α unendlich grofs, so hat man

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\varrho}{\tau} \text{ für planconvexe, und}$$

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} \text{ für convexplane Linsen.}$$

V. Ist endlich $\lambda = 1$, oder die Kugelabweichung ein Kleinstes, so hat man für das Verhältnifs der Halbmesser

$$\frac{f}{g} = \frac{a\varrho + p(\sigma - \varrho)}{a\sigma - p(\sigma - \varrho)}$$

oder wenn a sehr grofs ist

$$\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma}$$

Zur bequemern Berechnung werden die Werthe der eingeführten Gröfsen μ, ν, ϱ, σ und τ, so wie endlich der Werth von $\lambda = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 + 1$ bey gleichseitigen Linsen für die vorzüglichsten Werthe von n durch folgende Tafel gegeben, die zugleich, wie wir im VIII. Capitel sehen werden, für neue, sehr wünschenswerthe Glasarten, oder endlich für mit Flüssigkeiten gefüllte Linsen dienen können.

n	μ	ν	ϱ	σ	τ	λ
1·30	2·2978	0·0857	0.9697	2·3636	1·3456	1·2683
1·31	2·1827	0·0907	0·9150	2·3108	1·3144	1·2819
1·32	2·0773	0·0957	0·8637	2·2613	1·2852	1·2956
1·33	1·9805	0·1008	0·8155	2·2138	1·2578	1·3092
1.34	1·8914	0·1061	0·7700	2·1712	1·2320	1·3234
1·35	1·8093	0·1114	0·7271	2·1301	1·2076	1·3374
1.36	1·7333	0·1168	0·6865	2·0912	1·1846	1·3515
1·37	1·6629	0·1222	0·6481	2·0546	1·1628	1·3658
1.38	1·5975	0·1278	0·6116	2·0199	1·1421	1·3801
1·39	1·5334	0·1340	0·5771	1·9871	1·1225	1·3945
1·40	1·4758	0·1395	0·5441	1·9559	1·1039	1·4089
1·41	1·4267	0·1449	0·5121	1·9263	1·0887	1·4218
1·42	1·3769	0·1508	0·4829	1·8981	1·0693	1·4379
1·43	1·3303	0.1567	0·4543	1·8721	1·0532	1·4530
1·44	1·2865	0·1627	0·4271	1·8457	1·0378	1·4671
1·45	1·2453	0·1687	0·4009	1·8213	1·0231	1·4819
1·46	1·2065	0·1749	0·3760	1·7979	1·0091	1·4964
1·47	1·1708	0·1810	0·3520	1·7756	0.9956	1·5106
1·48	1·1352	0·1873	0·3290	1·7543	0·9823	1·5263
1·49	1·1025	0·1936	0·3069	1·7339	0·9702	1·5408
1·50	1·0714	0·2000	0·2858	1·7143	0·9583	1·5555
1·51	1·0420	0·2065	0·2653	1·6956	0·9468	1.5705
1·52	1·0140	0·2129	0·2456	1·6776	0·9358	1·5854
1·53	0·9875	0·2194	0·2267	1·6601	0·9252	1·6001
1·54	0·9622	0·2260	0·2083	1·6434	0·9149	1·6151
1·55	0·9381	0·2326	0·1908	1·6274	0·9051	1·6299

n	μ	ν	ς	σ	τ	λ
1·56	0·9151	0·2393	0·1737	1·6119	0·8956	1·6447
1·57	0·8932	0·2461	0·1573	1·5970	0·8864	1·6595
1·58	0·8724	0·2529	0·1414	1·5827	0.8775	1·6744
1·59	0·8525	0·2597	0·1259	1·5689	0·8689	1·6895
1·60	0·8333	0·2666	0·1111	1·5555	0·8607	1.7041
1·61	0·8127	0·2736	0·0967	1·5426	0·8526	1·7190
1·62	0·7974	0·2805	0·0827	1·5302	0·8448	1·7340
1·63	0·7806	0·2876	0·0691	1·5182	0·8373	1·7488
1·64	0·7644	0·2946	0·0562	1·5065	0·8300	1·7633
1·65	0·7455	0·3017	0·0432	1·4952	0·8229	1·7783
1·66	0·7405	0·3089	0·0308	1·4843	0·8160	1·7931
1·67	0·7197	0·3161	0·0187	1·4738	0·8094	1·8080
1·68	0·7059	0·3233	0·0070	1·4636	0·8028	1·8231
1·69	0·6926	0·3306	—0·0044	1·4536	0·7965	1·8377
1·70	0·6798	0·3379	—0·0154	1·4440	0·7904	1·8523
1·71	0·6674	0·3452	—0·0262	1·4347	0·7844	1·8672
1·72	0.6555	0·3526	—0·0366	1·4256	0·7786	1·8817
1·73	0·6440	0·3600	—0·0470	1·4168	0·7741	1·8939
1·74	0·6332	0·3675	—0·0569	1·4091	0·7674	1·9123
1·75	0·6222	0·3750	—0·0667	1·4000	0·7620	1·9262
1·76	0·6118	0·3825	—0·0761	1·3919	0·7568	1·9407
1·77	0·6018	0·3900	—0·0854	1·3841	0·7518	1·9552
1·78	0·5921	0·3976	—0·0944	1·3764	0·7467	1·9700
1·79	0·5827	0·4052	—0·1032	1·3691	0·7419	1·9844
1·80	0·5736	0·4129	—0·1118	1·3618	0·7372	1·9990

§. 8.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Kugelabweichung für eine einfache Linse gefunden haben, wollen wir nun auch dieselbe für zwei und mehrere Linsen suchen.

Stellt (Fig. 5.) $Mm = P\alpha^2 x^2 = P\alpha^2 a^2 M^2$ die Kugelabweichung der ersten Linse vor, so wird für den Punct M die Kugelabweichung einer zweyten Linse durch $P' \alpha'^2 . a'^2 . M'^2 = \frac{P'^2 \alpha'^2 . a'^2 . x^2}{\alpha^2}$ ausgedrückt werden können, wenn P′ dieselbe Function von $n' p' \ldots$, wie P von $n p \ldots$ bezeichnet, wo die Gröfsen a', α', n', $p' \ldots$ für die zweyte Linse dieselbe Bedeutung haben, wie a, α, n. p. für die erste. Ueberdiefs wird aber auch die Aenderung Mm (nach S. 35 letzte Gleichung) für die von ihr erzeugte Aenderung des Ortes des Bildes den Ausdruck geben

$$\frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot Mm = \frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot P\alpha^2 x^2,$$

so dafs man daher für die vollständige Kugelabweichung einer doppelten Linse haben wird

$$\Phi' = \frac{\alpha'^2}{a'^2} \cdot P\alpha^2 x^2 + \frac{a'^2}{\alpha^2} P' \alpha'^2 x^2,$$

oder wenn man die Werthe von

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) \text{ und}$$

$$P' = \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\alpha'}\right)$$

substituirt,

$$\Phi' = \frac{\alpha^2 \alpha'^2 x^2}{a'^2}\left\{\frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) + \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\alpha'}\right)\right\}$$

Fährt man so fort, so erhält man für eine, zwey, drey . . . Linsen die Ausdrücke:

$$\Phi = \alpha^2 x^2 P$$

$$\Phi' = \left(\frac{\alpha\alpha'}{a'}\right)^2 x^2 \left\{P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P'\right\}$$

$$\Phi'' = \left(\frac{\alpha.\ \alpha.\ \alpha''}{a'\ a''}\right)^2 x^2 \left[P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{a'\ a''}{\alpha.\ \alpha'}\right)^4 P''\right]$$

$$\Phi''' = \left(\frac{\alpha.\ \alpha'.\ \alpha''.\ \alpha'''}{a'.\ a''.\ a'''}\right)^2 x^2 \left[P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{a'\ a''}{\alpha\ \alpha'}\right)^4 P'' + \left(\frac{a'\ a''\ a'''}{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}\right)^4 P'''\right]$$

u. s. f., wo man hat

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\ \alpha}\right)$$

$$P' = \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\ \alpha'}\right)$$

$$P'' = \frac{\mu''}{p''}\left(\frac{\lambda''}{p''^2} + \frac{\nu''}{a''\ \alpha''}\right) \text{ u. s. f.}$$

oder endlich, wenn man diese Werthe von P, P', P'' substituirt:

$$\Phi = a^2 x^2 . \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\ \alpha}\right)$$

$$\Phi' = \alpha'^2 x^2 . \left(\frac{\alpha}{a'}\right)^2 . \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\ \alpha}\right)$$

$$+ \alpha'^2 x^2 \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^2 . \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\ \alpha'}\right)$$

$$\Phi'' = \alpha''^2 x^2 \left(\frac{\alpha\ \alpha'}{a'\ a''}\right)^2 . \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\ \alpha}\right)$$

$$+ \alpha''^2 x^2 \left(\frac{a'\ \alpha'}{\alpha\ a''}\right)^2 . \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\ \alpha'}\right)$$

$$+ \alpha''^2 x^2 \left(\frac{a'\ a''}{\alpha\ \alpha'}\right)^2 \frac{\mu''}{p''}\left(\frac{\lambda''}{p''^2} + \frac{\nu''}{a''\ \alpha''}\right)$$

$$\Phi''' = \alpha'''^2 x^2 \left(\frac{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}{a'\ a''\ a'''}\right)^2 \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\ \alpha}\right)$$

$$+ \alpha'''^2 x^2 \left(\frac{a'\ \alpha'\ \alpha''}{\alpha\ a''\ a'''}\right)^2 \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\ \alpha'}\right)$$

$$+ \alpha'''^2 x^2 \left(\frac{a'\ a''\ \alpha''}{\alpha\ \alpha'\ a'''}\right)^2 \frac{\mu''}{p''}\left(\frac{\lambda''}{p''^2} + \frac{\nu''}{a''\ \alpha''}\right)$$

$$+ \alpha'''^2 x^2 \left(\frac{a'\ a''\ a'''}{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}\right)^2 \frac{\mu'''}{p'''}\left(\frac{\lambda'''}{p'''^2} + \frac{\nu'''}{a'''\ \alpha'''}\right) \text{ u. s. f.}$$

Ausdrücke, von welchen das Gesetz des Fortganges deutlich ist, und die sich daher leicht fortsetzen lassen.

I. Für Fernröhre wird man, da für sie der Gegenstand immer sehr entfernt angenommen wird, in den vorhergehenden Gleichungen $a = \infty$, und daher $\alpha = p$ setzen, wodurch man z. B. für eine Linse erhält:

$$\Phi = \frac{x^2 \mu \lambda}{p}$$

und für zwey

$$\Phi' = \frac{\alpha'^2 x^2 \mu \lambda}{a'^2 p} + \left(\frac{\alpha a' x}{p}\right)^2 \frac{\mu'}{p'} \left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a' \alpha'}\right) \text{ u. s. w.}$$

§. 9.

Sey c C c' (Fig. 6.) eine Linse, a C α ihre Axe, a der leuchtende Punct, von welchem die Centralstrahlen nach ihrer Brechung die Axe in α, die Randstrahlen a c aber in p schneiden, so daſs $\Phi = p\alpha$ die Kugelabweichung der Linse ist, die wir durch Ψx^2 bezeichnen wollen, wo $C c = x$ ist.

Wenn daher ein anderer Strahl a c', welcher in der Entfernung $C c' = z$ von der Axe auf die Linse fällt, nach seiner Brechung die Axe in p' schneidet, so ist für ihn die Kugelabweichung $p'\alpha = \Psi z^2$, also auch beyder Differenz

$$p p' = \Psi (x^2 - z^2).$$

Verlängert man den ersten gebrochenen Strahl c p, bis er dem zweyten c' p' in n begegnet, und zieht man $n m = \varrho$ senkrecht auf die Axe, so hat man

$$\varrho = p m . \text{tang}\, p = p' m . \text{tang}\, p'.$$

Aber $\text{tang}\, p = \frac{x}{C p}$, oder da $p\alpha$ gegen $C p$ sehr klein ist, $\text{tang}\, p = \frac{x}{C \alpha}$ und eben so $\text{tang}\, p' = \frac{z}{C \alpha}$, daher gibt der vorhergehende doppelte Ausdruck von ϱ

$$p m : p' m = z : x \text{ oder}$$
$$p m : p m + p' m = z : x + z$$

oder da $p m + p' m = p p' = \Psi (x^2 - z^2)$ ist

$$pm = \frac{\Psi(x^2 - z^2).z}{x+z} = \Psi z(x-z)$$

und daher auch

$$\varrho = pm \tang p = \frac{\Psi x z(x-z)}{C\alpha}$$

Um den gröfsten Werth von ϱ zu finden, wird man das Differenzial von $\frac{\Psi x . z(x-z)}{C\alpha}$, oder kürzer, von $z(x-z)$ in Beziehung auf z gleich Null setzen, wodurch man $z = \frac{1}{2} x$ erhält, und wenn man diesen Werth von z in den vorhergehenden Ausdrücken von pm und ϱ substituirt, so hat man:

$$pm = \frac{\Psi x^2}{4} = \frac{1}{4}\Phi \text{ und}$$

$$\varrho = \frac{\Psi x^3}{4C\alpha} = \frac{1}{4}\frac{\Phi x}{C\alpha}$$

Man nennt diesen letzten Ausdruck von ϱ den Halbmesser der Kugelabweichung. In der That wird ein aus dem so bestimmten Puncte m mit diesem Werth von $\varrho = mn$ als Halbmesser beschriebener Kreis alle Strahlen in sich enthalten, welche auf die Linse in keiner gröfseren Entfernung als x auffallen; und dieser Abweichungskreis wird zugleich unter allen übrigen mit ihm parallelen Kreisen der gröfste seyn. Denn alle Strahlen unter der Axe werden zwischen p und n durchgehen, und daher jenen Kreis entweder unter der Axe zwischen m und n, oder über der Axe schneiden, weil sie dann zwischen p und m durchgehen. Eben so werden auch alle Strahlen über der Axe durch diesen Kreis durchgehen, so lange sie nur in keiner gröfsern Entfernung als $Ac = x$ auf die Linse fallen. Ein kleinerer Kreis aber, der alle Strahlen enthielte, ist nicht möglich: nicht zwischen m und p, weil der Strahl c′n und mehrere andere fehlen würden, und auch nicht zwischen m und α, weil dann der Strahl cpn und mehrere andere fehlen würden.

Das Auge erhält daher die Strahlen des Punctes a so, als kämen sie alle von diesem Abweichungskreise her, durch welchen nach dem Vorhergehenden alle jene Strahlen gehen müs-

sen, und man kann daher den Halbmesser ϱ dieses Kreises als das Mafs der Undeutlichkeit wegen der sphärischen Gestalt der Linse betrachten, so dafs diese Undeutlichkeit desto kleiner seyn wird, je kleiner der Halbmesser

$\varrho = \frac{\Psi\ x^3}{4\ C\alpha}$ ist, und es ist für sich klar, dafs derselbe

Ausdruck von

$\varrho = \frac{\Psi\ x^3}{4\ C\ \alpha}$ nicht blofs für eine einzige Linse, sondern

dafs er auch für jede gegebene Anzahl von Linsen gilt, wenn man nur in ihm den Werth von Ψ für jede gegebene Linsenzahl (S. 62) substituirt, und $C\alpha$ gleich der letzten Vereinigungsweite der letzten Linse setzt. Nennet man also überhaupt l die Entfernung des letzten Bildes von dem Auge, so sieht es jenen Halbmesser des Abweichungskreises unter dem Winkel

$$R = \frac{\varrho}{l} = \frac{\Psi . x^3}{4 C\alpha . l}$$

und dieser letzte Werth ist der gesuchte Halbmesser der Kugelabweichung, dessen wir uns in dem Folgenden bedienen werden. Um ihn in Secunden des Bogen zu erhalten, mufs man ihn durch 206265 multipliciren. In Minuten des Bogens aber ausgedrückt, ist dieser Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = \frac{3438}{4} . \frac{\Psi\ x^3}{C\alpha . l} .$$

§. 10.

Nennt man aber, wie zuvor, die beyden Vereinigungsweiten der ersten Linse a, α, der zweyten a′, α', der dritten a″, α'' u. f., und bezeichnet man durch m, m′, m″.... die Vergröfserung des durch eine, zwey, drey ... Linsen gesehenen Gegenstandes, so werden wir im Folgenden sehen, dafs zwischen diesen Gröfsen und l und $C\alpha$ folgende Gleichungen Statt haben.

Für eine Linse $l = \frac{\alpha}{m}$, $C\alpha = \alpha$

— zwey ... $l = \frac{\alpha\ \alpha'}{a'\ m'}$, $C\alpha = \frac{\alpha\ \alpha'}{a'}$

für drey Linsen $l = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a' a'' m''}$, $C\alpha = \frac{\alpha . \alpha' \alpha''}{a' a''}$

— vier ... $l = \frac{\alpha . \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a''' m'''}$, $C\alpha = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a'''}$ u. f.

Dieses vorausgesetzt, hat man also auch:

für eine Linse $l . C\alpha = \alpha^2 . \frac{1}{m}$

— zwey — $l . C\alpha = \left(\frac{\alpha \alpha'}{a'}\right)^2 . \frac{1}{m'}$

— drey — $l . C\alpha = \left(\frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a' a''}\right)^2 . \frac{1}{m''}$

— vier — $l . C\alpha = \left(\frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a'''}\right)^2 . \frac{1}{m'''}$. . . u. f.

Substituirt man daher diese Ausdrücke von $l . C\alpha$ in dem Werthe von

$$R = \frac{\Psi . x^3}{4 l . C\alpha},$$

so erhält man für

eine Linse $R = \frac{m x^3 .}{4} P$

zwey ... $R' = \frac{m' x^3}{4} \left\{P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P'\right\}$

drey ... $R'' = \frac{m'' x^3}{4} \left\{P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{a' a''}{\alpha \alpha'}\right)^4 P''\right\}$

vier ... $R''' = \frac{m''' x^3}{4} \left[P + \left(\frac{a'}{\alpha}\right)^4 P' + \left(\frac{a' a''}{\alpha' \alpha'}\right)^4 P'' + \left(\frac{a' a'' a'''}{\alpha \alpha' \alpha''}\right)^4 P'''\right]$

und ferner.

I. Für Fernröhre ist $a = \infty$ und $p = \alpha$, also für eine Linse

$$R = \frac{\mu \lambda}{p^3} . \frac{m x^3}{4}$$

Nennt man weiter

$$Q' = \lambda' \left(\frac{a'}{p'}\right)^2 + \frac{\nu' a'}{\alpha'}$$

$$Q'' = \lambda'' \left(\frac{a''}{p''}\right)^2 + \frac{\nu'' a''}{\alpha''}$$

$$Q''' = \lambda''' \left(\frac{a'''}{p'''}\right)^2 + \frac{\nu''' a'''}{\alpha'''} \text{ u. f.}$$

so hat man für eine willkührliche Anzahl der Linsen eines Fernrohres den Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = \frac{m x^3}{4 p^4} \left[\mu \lambda p + \frac{\mu' a'^2}{p'} Q' + \frac{\mu'' a''^2}{p''} \left(\frac{a'}{\alpha'}\right)^4 Q'' + \frac{\mu''' a'''^2}{p'''} \left(\frac{a' a''}{\alpha' \alpha''}\right)^4 Q''' + \right]$$

§. 11.

Aus diesen Ausdrücken folgt, dafs die Kugelabweichung R der Linsen überhaupt dem Würfel des Oeffnungshalbmessers x des Objectivs oder der ersten Linse des Fernrohrs proportional ist. Ein doppelt so grofser Oeffnungs-Halbmesser gibt daher, wenn alles Uebrige gleich bleibt, eine achtmahl gröfsere Kugelabweichung, und umgekehrt: vermindert man den Oeffnungshalbmesser des Objectivs um die Hälfte, so wird die Kugelabweichung achtmahl kleiner. Die Rücksicht auf die Kugelabweichung setzt also der Oeffnung des Objectivs gewisse Grenzen.

Da aber die Helligkeit, unter welcher der Gegenstand durch das Fernrohr gesehen wird, im Allgemeinen von der Lichtmenge, die auf das Objectiv fällt, bestimmt wird, so wird, wenn x kleiner gemacht wird, auch diese Helligkeit, und zwar wie das Quadrat von x abnehmen. Aus diesem Grunde mufs man bey solchen Fernröhren, bey welchen man die Kugelabweichung nicht ganz wegbringen kann, noch einen kleinen Ueberrest derselben dulden, um die Helligkeit derselben nicht zu sehr zu vermindern. Nach den bisherigen Erfahrungen an den besten Fernröhren mit einfachen Objectiven, wo man die Kugelabweichung nicht ganz wegbringen kann, darf der Werth von R nicht leicht gröfser als eine Secunde seyn, wenn die Deutlichkeit des Sehens nicht merkbar leiden soll. Die Abweichung wegen den Farben aber, die wir sogleich näher betrachten werden, kann auf

fünf, sechs und mehrere Minuten gehen, ohne dafs man die Gegenstände an ihrem Rande noch bedeutend gefärbt erblickt.

Bey einfachen Objectiven kann also die Kugelabweichung nur auf Kosten der Helligkeit vermindert, oder die Helle nur auf Kosten der Deutlichkeit des Sehens (die durch die Kugelabweichung gehindert wird), vermehrt werden. Soll die Vergröfserung m des Fernrohrs sehr grofs seyn, so braucht man auch viel Licht, um den Gegenstand noch mit der nöthigen Helligkeit zu sehen, d. h. so mufs auch der Oeffnungshalbmesser x des Objectives sehr grofs seyn. Aber grofse Oeffnungen einfacher Linsen fordern auch grofse Brennweiten derselben, wie wir unten sehen werden, und diefs ist eine der Ursachen, warum stark vergröfsernde Fernröhre mit einfachen Objectiven zugleich immer so lang seyn müssen. Es ist daher wünschenswerth, solche Linsen zu haben, die selbst für bedeutende Oeffnungen nur noch eine mäfsige Brennweite haben, und diesen Vortheil gewähren eben die doppelten und mehrfachen Objective, welche wir in dem Folgenden näher betrachten werden. Eine andere Ursache, welche stark vergröfsernde Fernröhre auch zugleich sehr lang macht, liegt in der Farbenabweichung, zu deren Vermeidung man, wie wir zeigen werden, die Längen der Fernröhre wie die Quadrate der Vergröfserungen wachsen lassen mufs, so dafs, wenn z. B. ein Fernrohr mit einfachem Objectiv bey einer Länge von vier Fufs 40 Mahl vergröfsert, ein anderes, welches 80 Mahl vergröfsern, und die Gegenstände eben so farbenlos zeigen soll, nahe 16 Fufs lang seyn mufs, wie wir in der Folge sehen werden. Bey solchen Fernröhren endlich, von welchen man nur eine geringe Vergröfserung fordert, wird man, wie der letzte Ausdruck für R zeigt, die Rücksicht auf die Kugelabweichung desto sicherer weglassen dürfen, je gröfser die Brennweite und je kleiner die Oeffnung des Objectives ist.

Um die Gröfse Φ der Kugelabweichung i n d e r A x e zu bestimmen, welche ein Objectiv noch haben darf, ohne das von ihr erzeugte Bild für unsere Sinne undeutlich zu machen, wollen wir, nach dem Vorhergehenden, den gröfsten Werth von dem Halbmesser der Kugelabweichung $R = 1^{\text{Sec}} = 0.0000048\,48$ annehmen. Es war aber (S. 63)

$$\Phi = \frac{\mu \lambda x^2}{p} \text{ und } R = \frac{\mu \lambda \cdot m x^3}{4 p^2},$$

also auch, wenn man die Gröſsen $\mu \lambda$ eliminirt,

$$\Phi = \frac{4 p^2 R}{m x}.$$

Wir werden aber weiter unten sehen, daſs man $m = \frac{p}{p'}$ hat, wenn p die Brennweite des Objectivs, und p' die des Oculars bezeichnet, und daſs nach Huyghen's Versuchen das Verhältniſs $\frac{p'}{x}$ nicht gröſser als 2.2 seyn kann. Setzt man daher $\frac{p'}{x} = 2.2$, so erhält man $\Phi = (8.8)\, p R$, oder $\Phi = 0.00004266\, p$, und diesen Werth von Φ soll die Längenabweichung eines Objectives nicht übersteigen, um noch ein deutliches Bild zu geben.

VIERTES KAPITEL.

Farbenabweichung.

§. 1.

Wir haben in dem vorhergehenden Kapitel die Mittel angegeben, die mittleren Strahlen, welche in verschiedenen Entfernungen von der Axe auf die Linse fallen, nach ihren Brechungen in einen einzigen gemeinschaftlichen Punct zu vereinigen. Allein diese Bedingung reicht nicht hin, das von den Linsen entworfene Bild vollkommen deutlich zu machen, da aufser diesen mittleren auch noch die äufsersten gefärbten Strahlen, welche letzte nach S. 14 ihre eigene Brechbarkeit haben, in ihren Vereinigungspuncten mit der Axe ebenfalls Bilder erzeugen, welche, wenn man sie unberücksichtigt läfst, die durch das Fernrohr gesehenen Gegenstände mit Farben umgeben, die dem deutlichen Sehen Hindernisse entgegen stellen, welche unter dem Nahmen der Farbenabweichung bekannt sind, und nun hier näher untersucht werden sollen.

Bezeichnet n das mittlere Brechungsverhältnifs z. B. für die gelben Strahlen und dn die Aenderung desselben für die letzten rothen oder violetten Strahlen, so gibt die Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

wenn man in ihr die Gröfsen f und g constant nimmt,

$$dp = -\frac{p \cdot dn}{n-1}.$$

Eben so gibt aber auch die Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha},$$

wenn man in ihr die Gröſse a constant nimmt

$$d\alpha = \frac{\alpha^2 dp}{p^2}$$

woraus folgt $d\alpha = -\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha^2}{p}$.

Setzt man der Kürze wegen die Gröſse

$\frac{dn}{n-1} = \theta$ und für andere Glasarten

$\frac{dn'}{n'-1} = \theta'$ u. f., so ist

$$d\alpha = -\frac{\theta \alpha^2}{p}$$

und dieser Ausdruck gibt die Aenderung $d\alpha$ der zweyten Vereinigungsweite einer einfachen Linse, welche von der Aenderung der Gröſse n durch die verschiedenen Farben der Lichtstrahlen entsteht.

§. 2.

Um eben so die analoge Aenderung der zweyten Vereinigungsweite α' einer zweyten Linse zu finden, hat man

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$ also auch

$$\frac{d\alpha'}{\alpha'^2} = \frac{dp'}{p'^2} - \frac{da'}{a'^2}$$

Da aber die Entfernung $\alpha + a'$ der beyden Linsen in jedem Fernrohre im Allgemeinen eine constante Gröſse ist, so hat man

$$da' = -d\alpha = \frac{\theta \alpha^2}{p}.$$

Endlich ist noch, wie zuvor, $dp' = -p'\theta'$. Substituirt man daher diese Werthe von da' und dp' in dem vorhergehenden Ausdrucke von $d\alpha'$, so erhält man für eine doppelte Linse

$$d\alpha' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{\alpha^2 p'}\right) \frac{\alpha^2 \alpha'^2}{a'^2},$$

und eben so wird man für eine dreyfache Linse erhalten

$$d\alpha'' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{\alpha^2 p'} + \frac{\theta'' a'^2 a''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 p''}\right) \cdot \frac{\alpha^2 \alpha'^2 \alpha''^2}{a'^2 . a''^2},$$

und für eine vierfache

$$d\alpha''' = -\left[\frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{\alpha^2 p'} + \frac{\theta'' a'^2 a''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 p''} + \frac{\theta''' a'^2 a''^2 a'''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 \alpha''^2 p'''}\right] \frac{\alpha^2 \alpha'^2 \alpha''^2 \alpha'''^2}{a'^2 a''^2 a'''^2}.$$

§. 3.

Soll daher für eine doppelte Linse die Farbenabweichung verschwinden, oder soll das von diesen Linsen erzeugte Bild ganz farbenlos erscheinen, so hat man die Bedingungsgleichung

$$o = \frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{\alpha^2 p'}$$

Da die Gröſsen θ und θ' ihrer Natur nach, so wie die Quadrate a'^2 und α^2, immer positiv sind, so zeigt diese Gleichung, daſs, wenn die Farbenabweichung durch zwey Linsen gehoben werden soll, die Brennweiten der beyden Linsen entgegengesetzte Zeichen haben müssen, oder daſs die eine Linse concav seyn muſs, wenn die andere convex ist. (Verg. S. 20.)

I. Ist die Distanz $a' + \alpha$ der beyden Linsen gleich Null, und setzt man der Kürze wegen $\pi = \frac{\theta}{\theta'}$ so hat man bey einer Doppellinse für die Bedingung der Farbenlosigkeit die einfache Gleichung

$$\frac{p}{p'} = -\pi$$

Bey einer solchen Doppellinse ist aber (S. 38) die Brennweite derselben

$$\alpha' = \frac{pp'}{p + p'}$$

Verbindet man die beyden letzten Gleichungen unter einander, so erhält man für die Brennweiten p und p' der beyden ein-

fachen Linsen, aus welchen die farbenlose Doppellinse besteht, die Ausdrücke

$$p = \alpha'(1 - \pi) \text{ und}$$

$$p' = -\alpha' \left(\frac{1-\pi}{\pi}\right)$$

§. 4.

In dem Vorhergehenden wurde auf die Dicke der Linsen keine Rücksicht genommen. Nennt man aber d die Dicke der ersten biconvexen und d' die Dicke der zweyten biconcaven Linse, so hat man (S. 31) für die Brennweite α' der Doppellinse den Ausdruck

$$\frac{1}{\alpha'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 d}{n f^2}$$
$$+ \left[(n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{f'}\right]^2 \frac{d'}{n'}$$

Setzt man in dem letzten Gliede dieses Ausdrucks, da es schon in die sehr kleine Gröſse d' multiplicirt ist statt $(n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - \frac{(n'-1)}{f}$ abkürzend die Gröſse $\frac{1}{\alpha'} + \frac{n'-1}{g'}$ und differentiirt dann jenen Werth von $\frac{1}{\alpha'}$ in Beziehung auf α', n und n', so erhält man, wenn man nach der Differentiation d. α' gleich Null setzt,

$$0 = \left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) dn - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) dn'$$
$$+ (n^2-1)\frac{d.dn}{n^2 f^2}$$
$$+ \left[(n'^2-1)\alpha' + 2\alpha' g' - g'^2\right] \frac{d'.dn'}{n'^2.\alpha'^2 g'^2},$$

oder endlich, wenn man abkürzend $\frac{dn}{dn'} = \pi$ und die Dicke d' der zweyten biconcaven Linse gleich Null setzt

$$\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'} = \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \pi + (n^2 - 1) \frac{\pi d}{n^2 f^2}.$$

und dieser Ausdruck ist ebenfalls die Bedingungsgleichung, der Genüge geschehen mufs, wenn das von der Doppellinse erzeugte Bild farbenlos erscheinen soll. Man sieht aus dem Vorhergehenden, dafs man von den beyden Fehlern eines zusammengesetzten Objectives, die von der sphärischen Gestalt der Linsen und von der Zerstreuung der verschiedenen Farben entstehen, den ersten durch eine schickliche Wahl der Krümmungshalbmesser, und den zweyten durch ein angemessenes Verhältnifs der Brennweiten der zwey einfachen Linsen, aus welchen das Doppelobjectiv besteht, aufzuheben sucht, da nach der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

zu derselben Brennweite einer Linse unzählige Paare von Krümmungshalbmessern gehören können.

Uebrigens wird man zur Bestimmung der Werthe von dn (nach Cap. I.) nicht die beyden äufsersten und schwächsten Farben des Sonnnenbildes, sondern vielmehr die beyden lebhaftesten, nämlich das helle an Orange grenzende Roth und das lebhafte Dunkelblau wählen, und diese letzten in dem Fernrohre zur Vereinigung bringen, was man daran erkennt, dafs das Fernrohr, wenn es auf lichtstarke Gegenstände, z. B. auf den Mond gestellt und das Ocular über die Grenze des deutlichen Sehens von dem Objective entfernt wird, den Mond mit einem schwachen purpurfarben Rande zeigt, während im Gegentheile, wenn das Ocular dem Objective zu sehr genähert wird, der Mondrand schwach grüngelb erscheint. Würde man aber die beyden äufsersten und schwächsten Farben Roth und Violett zur Bestimmung des Werthes von dn gewählt haben, so würde der Mondrand in jenem ersten Falle mit einem lebhaften Orange, und in dem zweyten mit einem starken Blau umgeben erscheinen, weil diese beyden letzten Farben unter allen am unvollkommensten zur Vereinigung gebracht worden wären, da sie doch, eben ihrer gröfseren Intensität wegen, vorzüglich hätten berücksichtigt werden sollen.

Endlich sieht man aus dem Vorhergehenden auch ohne ausdrückliche Erinnerung, daſs durch die vorgetragene Methode weder eine vollkommene Vereinigung aller weiſsen, noch auch eine Coincidenz aller einfachen gefärbten Strahlen möglich ist, sondern daſs man sich begnügt, von den weiſsen Strahlen nur die zwey äuſsersten, die Central- und Randstrahlen, und von den gefärbten nur die zwey hellsten und lichtstärksten zur Vereinigung zu bringen, in der Voraussetzung, daſs dann auch alle übrigen nicht zu sehr von jenen ersten abweichen, oder daſs wenigstens ihre Abweichung für unsere unvollkommenen Sinne nicht zu störend einwirken werde. So hatte man z. B. für die Vernichtung der Farben die Gleichung (S. 72) $\frac{p'}{p} = -\frac{\theta'}{\theta}$ oder $\frac{p'}{p} = -\frac{(n-1)dn'}{(n'-1)dn}$, welche, da für jedes Doppelobjectiv die Gröſse $\frac{p'}{p}$ constant ist, voraussetzt, daſs auch für alle Gattungen von Strahlen die Gröſse $\frac{(n-1)dn'}{(n'-1)dn}$ constant ist, oder daſs sich für je zwey Glasarten $\frac{n-1}{n'-1}$ wie $\frac{dn}{dn'}$ verhalte, welche Voraussetzung aber keineswegs mit den Beobachtungen übereinstimmt.

Aus beyden Ursachen ist daher eine ganz strenge Auflösung des Problems so gut als unmöglich, da für eine solche das Objectiv nicht aus zwey, sondern eigentlich aus unendlich vielen einfachen Linsen bestehen müſste, deren jede ihre eigene Brechbarkeit und Farbenzerstreuung hat, wie dieses wohl bey unserm Auge der Fall seyn mag, dessen Krystalllinse nach Porterfield (On the eye. Edinb. 1759.) in ihrer Dichte gegen den Mittelpunct derselben zunimmt, und die nach Leeuwenhoek (Arcana naturae detecta. Lugd. Batav. 1722) aus mehr als 10000 verschiedenen concentrischen Schalen besteht.

FÜNFTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Erste Methode.

§. 1.

Wir wollen nun die in den beyden vorhergehenden Kapiteln enthaltenen Ausdrücke auf die Construction eines Doppelobjectives anwenden, welches von den beyden dort erwähnten Abweichungen, die von der sphärischen Gestalt der Linse und von der verschiedenen Brechbarkeit der gefärbten Strahlen kommen, frey ist.

Nennen wir, wie bisher, n die Brechung, dn die Farbenzerstreuung, p die Brennweite, a und α die beyden Vereinigungsweiten, und f und g die beyden Halbmesser der ersten oder der dem Gegenstande zugekehrten Linse. Für die zweyte Linse bezeichnen wir dieselben Gröſsen n, dn, p.... mit einem Striche. Die erste soll aus der unter dem Namen Kronglas bekannten Glasart, für die n gleich 1.50 bis 1.54 ist, und die andere aus Flintglas bestehen, für welches n′ gleich 1.55 bis 1.63 ist. Die Entfernung der Mitten beyder Linsen, oder die Gröſse ab (Fig. 5.) wollen wir durch ω, und das Verhältniſs $\frac{dn}{dn'}$ durch π bezeichnen.

I. Da bey jedem Fernrohre der dadurch zu betrachtende Gegenstand sehr weit entfernt vorausgesetzt wird, so ist $a = \infty$, also auch $\alpha = p$, und daher

$$\omega = \alpha + a' = p + a'$$

und a′ eine negative Gröſse, weil bey einem Doppelobjective, dessen zwey Linsen sich nahe berühren, immer $p > \omega$ ist.

Für die zweyte Linse ist ferner $\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$, und die Bedingung der Farbenlosigkeit gibt (S. 72)

$$o = \frac{\theta}{p} + \frac{\theta' a'^2}{p^2 p'},$$

so daſs man also die drey folgenden Gleichungen hat

$$\left.\begin{aligned} \omega &= p + a' \\ \frac{1}{p'} &= \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \\ p\theta &= -\frac{a'^2 \theta'}{p'} \end{aligned}\right\}$$

in welchen die zwey Gröſsen ω und α' noch unbestimmt, oder unserer Willkühr überlassen sind.

Sey also ω irgend ein Theil der ersten Brennweite, oder sey $\omega = \frac{p}{h}$, wo h irgend eine positive Zahl bezeichnet, die gröſser als die Einheit ist, so findet man aus jenen drey Gleichungen die Werthe von p, p′ und a′ durch die andere willkührliche Gröſse α' ausgedrückt. Ist nämlich der Kürze wegen $k = h(\theta' - \theta) - \theta'$, so hat man

$$p = \frac{k\,h}{\theta'(h-1)^2} \cdot \alpha' \text{ oder auch } p = \left[h\left(1 - \frac{\theta}{\theta'}\right) - 1\right] \frac{h\,\alpha'}{(h-1)^2}$$

$$p' = -\frac{k}{h\,\theta} \cdot \alpha' \;\; . \; . \; . \; . \;\; p' = \left[1 - \frac{\theta'(h-1)}{\theta\,h}\right] \alpha',$$

$$a' = -\frac{k}{\theta'(h-1)} \cdot \alpha' \;\; . \; . \; . \; . \;\; a' = \left[1 - h\left(1 - \frac{\theta}{\theta'}\right)\right] \frac{\alpha'}{h-1}$$

und überdieſs $\omega = \frac{k}{\theta'(h-1)^2}\,\alpha'$

II. Wollte man aber, in einer für kleinere Fernröhre oft erlaubten Abkürzung, die Distanz ω der Mitten beyder Linsen gleich Null setzen, so hätte man statt den vorhergehenden Gleichungen die folgenden:

$$p = \frac{(\theta' - \theta)}{\theta'} \cdot \alpha'$$

$$p' = - \frac{(\theta' - \theta)}{\theta} \cdot \alpha'$$

$$a' = - \frac{(\theta' - \theta)}{\theta'} \alpha' \text{ das heifst } a' = - p.$$

Aus diesen Gleichungen folgt, dafs die Brennweiten p p' beyder Linsen entgegengesetzte Zeichen haben, dafs also eine der Linsen convex und die andere concav seyn mufs. Nimmt man p positiv, oder die erste Linse convex, so mufs $\theta' > \theta$ seyn, und daraus folgt, dafs, ohne Rücksicht auf die Zeichen, $p' > p$, oder dafs die Brennweite der concaven Linse immer gröfser ist, als die der convexen, und dafs man daher die concave Linse aus derjenigen der beyden Glasarten machen mufs, welche die gröfsere Farbenzerstreuung θ' hat.

Auf diese Weise sind daher durch die Vernichtung der Farbenabweichung die beyden Brennweiten p und p' und die Gröfse a' bestimmt worden. Die willkührliche Gröfse α', welche die Brennweite des Doppelobjectivs bezeichnet, kann hier als die Einheit angenommen werden, auf welche sich alle Dimensionen der Gröfsen p, p', f, f', und g, g' beziehen.

§. 2.

Da bey der erwähnten Wahl der beyden Glasarten nach dem Vorhergehenden die Gröfse θ' immer gröfser als θ, also auch $p' > p$ ist, so sind auch, wegen der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g},$$

im Allgemeinen die Halbmesser der ersten Linse kleiner, als die der zweyten. Da jedoch die für jedes Fernrohr so nothwendige Helligkeit erfordert, dafs das Objectiv, oder dessen Oeffnungshalbmesser so grofs als möglich gemacht werde, und da dasselbe desto gröfser genommen werden kann, je weniger die Oberflächen der Linsen gekrümmt, d. h. je gröfser die Halbmesser der Linsen sind, so mufs man im Allgemeinen diejenige Einrichtung als vortheilhafter ansehen, welche die gröfseren Halbmesser gibt,

oder da nach dem Vorhergehenden die Halbmesser der zweyten Linse bereits die gröſseren sind, so wird man diejenige Einrichtung vorziehen, welche die gröſsten Halbmesser der ersten Linse gibt. Zu dieser Absicht wird man also die Halbmesser f und g der ersten Linse unter sich gleich groſs machen, oder wie aus der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

folgt, man wird annehmen

$$f = g = 2(n-1)\,p,$$

durch welchen Ausdruck daher die Halbmesser der ersten Linse durch die bekannte Brennweite p dieser Linse bestimmt werden.

Ist aber $f = g$, so erhält man (S. 57)

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$$

oder wenn $n = 1.53$ ist (S. 59)

$$\lambda = 1.6001,$$

und eben so $\mu = 0.9875$ und $\nu = 0.2194$.

§. 3.

Noch ist die Berücksichtigung der Kugelabweichung übrig, zu deren Vernichtung wir die zwey noch zu bestimmenden Halbmesser f' und g' der zweyten Linse verwenden wollen.

Die Vernichtung der Kugelabweichung gibt aber (nach S. 61) die Bedingungsgleichung

$$0 = \mu\lambda + \frac{\mu' a'^2}{p p'}\left(\frac{\lambda' a'^2}{p'^2} + \frac{\nu' a'}{\alpha'}\right)$$

Da in dieser Gleichung die Gröſsen p und p' und $a' = -p$ aus (S. 78), die Gröſsen λ und μ aber aus (S. 60) bekannt, und endlich die Werthe vor μ' und ν' schon durch das angenommene

Brechungsverhältnifs n' des Flintglases (durch die Tafel S. 60) gegeben sind, so bleibt nur noch die Gröfse λ' aus dieser Gleichung, oder aus

$$\lambda' = -\frac{\mu \lambda p p'^3}{\mu' a'^4} - \frac{\nu' p'^2}{a' \alpha'}$$

zu bestimmen übrig. Kennt man aber den Werth von λ', so findet man die gesuchten Halbmesser f' und g' der zweyten Linse durch die Gleichungen (S. 56)

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{\varrho'}{\alpha'} + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

und dadurch ist das verlangte Doppelobjectiv vollständig bestimmt.

§. 4.

Um auf die vorhergehenden Ausdrücke ein Beyspiel anzuwenden, sey für die erste Linse von Kronglas $n = 1.53$ und $\theta = \frac{dn}{n-1} = 0.00636$, und für die zweyte Linse von Flintglas $n' = 1.58$ und $\theta' = \frac{dn'}{n'-1} = 0.00928$, also auch $\pi = 0.68534$, wofür wir der Kürze wegen $\pi = \frac{3}{4}$ annehmen wollen.

Setzt man die Entfernung der Mitten beyder Linsen $\omega = 0$, also auch $a' = -p$, so geben die Gleichungen (S. 78)

$$p = \frac{\alpha'}{4},\ p' = -\frac{\alpha'}{3} \text{ und } a' = -\frac{\alpha'}{4}$$

also ist auch (S. 79)

$$f = g = 1.06\, p = 0.265\, \alpha'$$

Weiter ist $\lambda = 1.6001$, $\mu = 0.9875$, $\nu = 0.2194$, $\mu' = 0.8724$ und $\nu' = 0.2529$, also gibt die erste Gleichung dieser Seite, wenn man in ihr $a' = -p$ setzt

$$\lambda' = 4.4053.$$

Endlich gibt das angenommene Brechungs - Verhältnifs $n' = 1.58$ für Flintglas (S. 60) $\varrho' = 0.1414$, $\sigma' = 1.5827$ und $\tau' = 0.8775$, also ist auch (S. 56)

$$\frac{\alpha'}{f'} = -0.5656 + 1.5827 \mp 4.8582$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = +0.1414 - 6.3308 \pm 4.8582$$

Nimmt man in diesen beyden Gleichungen, um die Halbmesser so grofs als möglich zu machen (S. 79), die obern Zeichen, so hat man

$$\frac{\alpha'}{f'} = -3.8411 \text{ oder } f' = -0.2603\ \alpha'$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = -1.3312 \qquad g' = -0.7512\ \alpha',$$

Die halbe Oeffnung x des Objectivs kann man, wie später gezeigt werden wird, gleich 0.0326 α' annehmen.

Wir haben daher für die gesuchte Einrichtung des Doppelobjectives unter der Voraussetzung von $\omega = 0$ folgende Ausdrücke:

	Erste convexe Linse von Kronglas	Zweyte concave Linse von Flintglas
Brennweite	$p = 0.250\ \alpha'$	$p' = -0.333\ \alpha'$
Halbmesser	$f = g = 0.265\ \alpha'$	$f' = -0.260\ \alpha'$
		$g' = -0.751\ \alpha'$

wo α' die willkührliche Brennweite des Doppelobjectivs bezeichnet. Soll z. B. diese Brennweite α' gleich 5 Fufs oder 60 Zolle seyn, so hat man

$$p = 15 \text{ Zolle und } p' = -20 \text{ Zolle}$$

$$f = g = 15.90 \qquad f' = -15.60$$

$$g' = -45.06.$$

§. 5.

Wollte man die erste Linse nicht gleichseitig, sondern nur überhaupt biconvex annehmen, so hat man, wenn man $\alpha' = 1$ setzt:

$$\lambda' = - \frac{\mu \cdot \lambda \, p'^3}{\mu' \, p^3} + \frac{\nu' \, p'^2}{p}$$

in welcher p und p′ aus (S. 78), μ, μ', ν' aus (S. 60) gegeben sind, und wo der Werth von λ willkührlich angenommen wird.

Kennt man so den Werth von λ', so erhält man die vier Halbmesser durch die Gleichungen (S. 56)

$$\frac{1}{f} = \sigma + \frac{\tau}{p} \sqrt{\lambda - 1} \quad \text{und} \quad \frac{1}{f'} = - \frac{\varrho'}{p} + \sigma' + \frac{\tau'}{p'} \sqrt{\lambda' - 1}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{p} - \frac{\tau}{p} \sqrt{\lambda - 1} \qquad \frac{1}{g'} = \varrho' - \frac{\sigma'}{p} - \frac{\tau'}{p'} \sqrt{\lambda' - 1}$$

Zur Erläuterung dieses zweyten Verfahrens wollen wir ein Beyspiel aus Santini's Dioptrik (Padua 1828) anführen.

Sey $n = 1.53$ $n' = 1.634494$ also $\frac{\theta}{\theta'} = 0.605747$, und

$dn = 0.009$, $dn' = 0.017787$.

Ist $\alpha' = 1$, so hat man nach (S. 78)

$$p = 0.394256 \text{ und } p' = - 0.650853$$

Die angenommenen Werthe von n und n′ geben nach (S. 60)

$\log \mu = 9.9945449$	$\log \mu' = 9.8883567$
$\log \nu = 9.3413418$	$\log \nu' = 9.4635639$
$\log \sigma = 0.2201369$	$\log \sigma' = 0.1798181$
$\log \varrho = 9.3554177$	$\log \varrho' = 8.8005278$
$\log \tau = 9.9662458$	$\log \tau' = 9.9211687$

I. Nehmen wir nun z. B. an, daſs das Verhältniſs der beyden ersten Radien $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ ist, welches Verhältniſs, wie wir später sehen werden, Klügel für das vortheilhafteste hält, so hat man die Gröſse λ aus der Gleichung (S. 57)

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{f\sigma - g\varrho}{(f+g)\tau} = \frac{\sigma - 3\varrho}{4\tau}$$

woraus man erhält $\lambda = 1.070129$.

Kennt man aber λ, so findet man die beyden ersten Halbmesser selbst durch die Ausdrücke:

$$f = \frac{p}{\sigma + \tau\sqrt{\lambda - 1}} = 0.278605\text{, und}$$

$$g = \frac{p}{\varrho - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = 0.835815.$$

Weiter erhält man den Werth von λ' durch die obenangeführte Gleichung

$$\lambda' = -\frac{n\lambda p'^3}{n' p^3} + \frac{\nu' p'^2}{p} \text{ also } \lambda' = 6.46066.$$

Kennt man aber λ', so erhält man die beyden andern Radien f' und g' durch die Gleichungen (S. 56), wenn man bemerkt, daſs $a' = -p$, und $\alpha' = 1$ ist, nämlich durch

$$\frac{1}{f'} = -\frac{\varrho}{p} + \sigma + \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda' - 1} = -1.641696 \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = \varrho' - \frac{\sigma'}{p'} - \frac{\tau'}{p'}\sqrt{\lambda' - 1} = -0.779808.$$

Es ist daher $f' = -0.609126$ und
$g' = -1.282663.$

II. Hätte man in dem letzten Beyspiele $\frac{f}{g} = \frac{5}{2}$ angenommen, so würde man gefunden haben:

$\lambda = 2.468048$	$\lambda' = 14.49215$
$f = 0.731339$	$g = 0.292535$
$f' = -0.298143$	$g' = 1.072360$

also hier die vierte brechende Fläche convex, während zuvor für $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ die beyden letzten Flächen concav waren.

§. 6.

In einem zweyten Beyspiele, in welchem wir auch auf die Entfernung ω der beyden Linsen Rücksicht nehmen wollen, sey

$$\omega = \frac{1}{12} p, \text{ also } h = 12,$$

so hat man, wenn man die vorigen Werthe von n, n', θ und θ' beybehält, und wieder $\pi = \frac{\theta}{\theta'} = \frac{3}{4}$ also auch $k = h(\theta' - \theta) - \theta' = 8$ setzt, nach den Gleichungen (S. 77)

$$p = \frac{24\,\alpha'}{121},\; p' = -\frac{2\,\alpha'}{9},\; a' = -\frac{2\,\alpha'}{11} \text{ und } \omega = \frac{2\,\alpha'}{121}.$$

Ferner ist $f = g = 1.06\, p = 0.2103\,\alpha'$, und λ, μ, ν, so wie μ' und ν' wie zuvor. Damit gibt die Gleichung (S. 61)

$$0 = \mu\lambda - \frac{6\,\mu'}{8}\left(\frac{81\lambda'}{121} - \frac{2\nu'}{11}\right),$$

oder $\lambda' = 3.67598$ und mit diesem Werthe von λ' und den (S. 60) gegebenen Werthen von ϱ', σ', τ' findet man

$$\frac{\alpha'}{f'} = -0.7777 + 1.5827 \mp 6.4599$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = +0.1414 - 8.7048 \pm 6.4599,$$

also, wenn man auch hier die oberen Zeichen wählt,

$$\frac{\alpha'}{f'} = -5.6549 \text{ oder } f' = -0.1768\,\alpha'$$

$$\frac{\alpha'}{g'} = -2.1035 \quad g' = -0.4754\,\alpha'$$

In diesem zweyten Beispiele ist ein Halbmesser f' der zweyten Linse beträchtlich kleiner, als die der ersten Linse, was (nach S. 79) nicht vortheilhaft ist. Uebrigens sieht man aus der Vergleichung beyder Beyspiele, wie beträchtlich oft eine selbst

geringe Entfernung ω der beyden Linsen die Halbmesser derselben ändert.

Als Oeffnungshalbmesser für die so bestimmten Doppelobjective schlägt Klügel den vierten Theil des kleinsten unter den vier Halbmessern vor, also

$$x = \tfrac{1}{4} f' = 0.0442\ \alpha'.$$

Diese Methode, ein Doppelobjectiv zu bestimmen, ist zuerst von L. Euler gegeben, und später von Klügel (in dessen analyt. Dioptrik) weiter ausgeführt worden. Wir haben aber dieselbe schon (S. 32) geprüft und gefunden, dafs dadurch die Farbenabweichung nur beynahe, die Kugelabweichung aber höchst unvollkommen aufgehoben wird. Indessen durfte sie hier nicht übergangen werden, weil sie die erste vorzügliche Auflösung dieses Problemes enthält, und weil sie, ihrer Einfachheit wegen, für die Construction kleinerer Fernröhre mit Vortheil angewendet werden kann, wo auch, wie hier geschehen ist, die Dicke der Linsen, ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden darf.

I. Ist $\frac{d}{2}$ die Dicke, f der Halbmesser, und x die halbe Oeffnung einer planconvexen Linse, so hat man für den Einfallswinkel $= l$, $x = f \operatorname{Sin} l$, und $\frac{d}{2} = 2 f . \operatorname{Sin} \frac{l}{2}$, oder nahe $\frac{d}{2} = \frac{x^2}{2f}$.

Nennt man daher d die ganze Dicke einer biconcaven Linse, deren Halbmesser f und g sind, so hat man

$$d = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right).$$

Ist eine Seite dieser Linse concav oder eben, so ist ihr Halbmesser negativ oder unendlich grofs.

Für gleichseitige biconvexe Linsen ist $f = g$, also $d = \frac{x^2}{f}$ $= f \operatorname{Sin}^2 l$, oder auch, da $f = 2(n-1)p$ ist, $d = 2(n-1)p \operatorname{Sin}^2 l$.

Ist z. B. $n = 1.55$ und $l = 10^{\circ}$, so ist die Dicke der gleichseitigen Linse $d = (0.033)\ p$, und dafür nehmen die Künstler gewöhnlich das Doppelte, also hier $(0.066)\ p$, damit die Linse bey dem Schleifen nicht gebogen werde, und damit ihr ein stär-

kerer stumpfer Rand für die metallene Fassung gegeben werden könne.

§. 7.

Es ist übrigens, wie man ohne meine Erinnerung sieht, nicht nöthig, die Bestimmung der vier Halbmesser nur in der eben angezeigten Ordnung vorzunehmen, da das Vorhergehende selbst mehrere Wege zu anderen Anordnungen der Rechnung anbiethet. So haben wir oben zuerst die Brennweite der beyden Linsen so bestimmt, daſs die Farbenabweichung verschwindet, die Halbmesser der ersten Linse aber zur Vergröſserung der Oeffnung und die der zweyten Linse zur Vernichtung der Kugelabweichung benützt.

Will man aber z. B. nach der Vernichtung der Farben sogleich die Kugelabweichung entfernen, und überdieſs die Halbmesser der zwey vorderen brechenden Flächen einander gleich setzen, wodurch $f = -f'$ wird, so gibt die Farbenabweichung in unserm zweyten Beyspiele, wie zuvor:

$$p = \frac{24}{121},\ p' = -\frac{2}{9} \text{ und } a' = -\frac{2}{11},$$

wenn die Brennweite α' des Doppelobjectivs als die Einheit angenommen wird. Dieſs vorausgesetzt, gibt die Bedingung des Verschwindens der Kugelabweichung

$$0 = \mu\lambda - \frac{3\mu'}{4}\left(\frac{81\lambda'}{121} - \frac{2\nu'}{11}\right).$$

Die Annahme von $f = -f'$ aber gibt, wenn man $a = \infty$ und $\alpha = p$ setzt (S. 56)

$$\frac{\sigma}{p} - \frac{\tau\sqrt{\lambda - 1}}{p} = -\frac{\varrho'}{a'} - \sigma' - \frac{\tau'\sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

Substituirt man in den beyden letzten Gleichungen die vorigen Werthe von μ, σ, τ für $n = 1.53$ und von μ', σ', ϱ', τ' für $n' = 1.58$, so erhält man

$$0 = 0.9875\,\lambda - 0.43800\,\lambda' + 0.030086$$
$$0 = 4.66472\sqrt{\lambda - 1} + 3.94875\sqrt{\lambda' - 1} - 9.1750.$$

Die erste dieser Gleichungen gibt

$$\lambda - 1 = 0.4435443\ \lambda' - 1.03047\ ,$$

und wenn man diesen Werth von $(\lambda - 1)$ in der zweyten Gleichung substituirt,

$$0 = 4.66472\ \sqrt{0.4435443\ \lambda' - 1.03047}$$
$$+\ 3.94875\ \sqrt{\lambda' - 1}\ -\ 9.1750.$$

Diese letzte Gleichung aber gibt sogleich nach einigen Versuchen

$$\lambda' = 3.34072\ ,$$

und mit diesem Werthe von λ' erhält man

$$\lambda - 1 = 0.4435443\ \lambda' - 1.03047 = 0.45129\ ,$$
$$\text{oder } \lambda = 1.45129.$$

Kennt man aber λ und λ', so findet man die Halbmesser f g und f' g' durch die Ausdrücke (S. 56)

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda - 1}}{p}\ ;\ \frac{1}{g} = \frac{\varrho}{p} + \frac{\tau' \sqrt{\lambda - 1}}{p}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \sigma' + \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}\quad \frac{1}{g'} = \varrho' + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau' \sqrt{\lambda' - 1}}{p'}$$

Man erhält so:

$$\frac{1}{f} = 8.36972 - 3.13363 = 5.23609\ ,$$

$$\text{oder } f = 0.1910 \text{ und eben so } g = 0.2338$$
$$f' = -\ 0.1910 \quad \text{und} \quad g' = -\ 0.3965$$

wo zugleich die Gleichheit der Werthe von f und — f' zur Bestätigung der Richtigkeit der Rechnung dient.

Man bemerkt, dafs hier keiner der Halbmesser der zweyten Linse kleiner ist, als jene der ersten, was allerdings vortheilhaft wäre, wenn nicht auch hier, wie man nach (S. 32) finden kann, die Kugelabweichung so unvollkommen gehoben wäre, dafs sich von dem ganzen Verfahren, welche Wendung man

ihm auch sonst geben kann, kaum einiger Nutzen für die Construction grofser Fernröhre erwarten läſst, wovon die Ursache vorzüglich in den der Rechnung gleich Anfangs (S. 50) zu Grunde gelegten Abkürzungen von Sin M $= M - \frac{M^3}{6}$ u. f. zu suchen ist, welche Ausdrücke, für etwas gröſsere Werthe von M, von der Wahrheit zu sehr abweichen, um bey Fernröhren von gröſsern Oeffnungen noch befriedigende Resultate geben zu können.

SECHSTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Zweyte Methode.

§. 1.

Es war $\frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} - \frac{1}{a}$,

$$\text{und } \frac{n}{k} = \frac{n-1}{f} - \frac{1}{a}$$

Substituirt man diese Werthe von α und k in der letzten Gleichung (S. 54), so erhält man nach einigen Reductionen, wenn man die dritten und höheren Potenzen der sehr kleinen Gröſse $\frac{1}{a}$ wegläſst:

$$\Phi = \frac{n^2 \alpha^2 x^2}{2p} \left\{ \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n^3 f^2} + \frac{1}{g^2} + \frac{2n^2 - 2n - 1}{n^2 fg} + \left(\frac{3n + 4 - 3n^2}{n^3 f} - \frac{3n+1}{n^2 g} \right) \cdot \frac{1}{a} + \frac{3n+2}{n^3} \cdot \frac{1}{a^2} \right\}$$

Heiſst also der Kürze wegen

$$A = \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n^3 f^2} + \frac{1}{g^2} + \frac{2n^2 - 2n - 1}{n^2 fg}$$

$$B = \frac{3n + 4 - 3n^2}{n^3 f} - \frac{3n+1}{n^2 g}$$

$$C = \frac{3n+2}{n^3}$$

$$\text{so ist } \Phi = \frac{n^2 \alpha^2 x^2}{2p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right)$$

I. Betrachten wir nun mehrere Linsen, die unter einander in unmittelbarer Berührung stehen, so hat man, wenn man ihre Dicke vernachlässigt,

$$\alpha + a' = 0, \quad \alpha' + a'' = 0, \quad \alpha'' + a''' = 0 \ldots \text{ oder}$$

$$a' = -\alpha \qquad a'' = -\alpha' \qquad a''' = -\alpha'' \text{ u. f.}$$

Substituirt man diese Werthe von a', a'' a'''... in den Gleichungen (S. 62), so erhält man für die Kugelabweichung

von einer Linse $\Phi = \alpha^2 x^2 P$
von zwey Linsen $\Phi' = \alpha'^2 x^2 (P + P')$
von drey » $\Phi'' = \alpha''^2 x^2 (P + P' + P'')$
von vier » $\Phi''' = \alpha'''^2 x^2 (P + P' + P'' + P''')$ u. s. w.

Es ist aber nach dem Vorhergehenden

$$P = \frac{n^2}{2p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right)$$

und eben so ist analog

$$P' = \frac{n'^2}{2p'}\left(A' + \frac{B'}{a'} + \frac{C'}{a'^2}\right)$$

$$\text{und } P'' = \frac{n''^2}{2p''}\left(A'' + \frac{B''}{a''} + \frac{C''}{a''^2}\right) \text{ u. s. f.}$$

wo A' B' C' und A'' B'' C'' dieselben Functionen von n' und n'', wie A B C von n bezeichnen.

Bleiben wir also bey einer Doppellinse stehen, so wird ihre Kugelabweichung gleich Null oder aufgehoben seyn, wenn man hat

$$0 = P + P' \text{ oder}$$

$$0 = \frac{n^2}{p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right) + \frac{n'^2}{p'}\left(A' + \frac{B'}{a'} + \frac{C'}{a'^2}\right)$$

Es ist aber $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, d. h., da $\alpha = -a'$ ist,

$$\frac{1}{a'} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p},$$

also geht die letzte Gleichung in folgende über

$$o = \frac{n^2}{p}\left(A + \frac{B}{a} + \frac{C}{a^2}\right) + \frac{n'^2}{p'}\left\{A' + B'\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right) + C'\left(\frac{1}{a^2} - \frac{2}{ap} + \frac{1}{p^2}\right)\right\}$$

und da dieser Ausdruck für alle Werthe von a verschwinden soll, so ist er folgenden drey Gleichungen gleichgeltend:

$$\left.\begin{aligned} o &= \frac{n^2}{p} \cdot A + \frac{n'^2}{p'}\left(A' - \frac{B'}{p} + \frac{C'}{p^2}\right) \\ o &= \frac{n^2}{p} . B + \frac{n'^2}{p'}\left(B' - \frac{2C'}{p}\right) \\ o &= \frac{n^2}{p} \cdot C + \frac{n'^2}{p'} \cdot C' \end{aligned}\right\} \ldots (I.)$$

§. 2.

Die Bedingung der Vernichtung der Farbenabweichung aber gibt (Cap. IV.) die Gleichungen

$$p = 1 - \pi \text{ und } p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi} \text{ wo } \pi = \frac{dn}{dn'} \text{ ist.}$$

Substituirt man diese Werthe von p und p' in den Gleichungen (I), stellt man dann die Bedeutungen von A, A'... wieder her, und setzt man in diesen letzten Gröſsen statt g und g' ihre Werthe aus den bekannten Gleichungen

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{(n-1)p} - \frac{1}{f} \text{ und } \frac{1}{g'} = \frac{1}{(n'-1)p'} - \frac{1}{f'}$$

so geht nach allen Reductionen die erste der Gleichungen (I) in folgende über

$$o = \frac{(n+2)}{nf^2} - \frac{(2n+1)}{(n-1)(1-\pi)f} - \frac{(n'+2)\pi}{n'f'^2}$$
$$+ \left\{\frac{4(n'+1)}{n'} - \frac{(2n'+1)\pi}{n'-1}\right\} \cdot \frac{\pi}{(1-\pi)f'}$$

$$+\left\{\left(\frac{n}{n-1}\right)^2-\left(\frac{n'}{n'-1}\right)^2.\pi^3+\frac{(2n'+1)\pi^2}{n'-1}-\frac{(3n'+2)\pi}{n'}\right\}.\frac{1}{(1-\pi)^2}\ldots(A)$$

und eben so erhält man für die zweyte der Gleichungen (I)

$$o = 4\,\frac{n(n+1)}{4f}-\frac{4(n'+1)\pi}{n'f'}$$

$$-\left\{\frac{3n+1}{n-1}+\left(\frac{3n'+1}{n'-1}\pi^2-2(3n'+2)\frac{\pi}{n'}\right\}.\frac{1}{1-\pi}\ldots.(B)$$

Die dritte der Gleichungen (I) endlich kann hier ganz weggelassen werden, da sie von den Halbmessern f f' der Linsen ganz unabhängig und überdieſs noch im Widerspruche mit der obenangeführten Farbengleichung $p = -p'.\pi$ ist.

Diese beiden Gleichungen (A) und (B) enthalten, wie man sieht, bloſs die beyden Halbmesser f und f' der ersten und dritten brechenden Fläche als unbekannte Gröſsen, die man daher aus ihnen durch die bekannte Auflösung einer quadratischen Gleichung finden wird. Kennt man aber so die Werthe von f und f', so findet man die beyden übrigen Halbmesser g und g' durch die Gleichungen

$$\frac{1}{g}=\frac{1}{(n-1)(1-\pi)}-\frac{1}{f} \text{ und } \frac{1}{g'}=\frac{-\pi}{(n'-1)(1-\pi)}-\frac{1}{f'}$$

Die eben erwähnte Auflösung der quadratischen Gleichung führt zwar auf doppelte Werthe von f und f', von welcher aber immer zwey zusammengehörende für beyde einfache Linsen eine convexconcave Form mit sehr kleinen Halbmessern geben, die daher nach (S. 78) vermieden werden sollen.

Auf dem Vorhergehenden beruht die einfache und schöne Auflösung unserer Aufgabe, die J. F. W. Herschel in den Philos. Transact. f. d. J. 1821 gegeben hat.

§. 3.

Um auf diese Ausdrücke ein Beyspiel anzuwenden, sey $n = 1.524$, $n' = 1.585$ und $\pi = 0.55$, so sind jene zwey Gleichungen (A) und (B).

$$o = \frac{2.3123}{f^2} - \frac{17.1671}{f} - \frac{1.2440}{f'^2} + \frac{3.1817}{f'} + 38.8609$$

und

$$o = \frac{6.6247}{f} - \frac{3.5880}{f'} - 19.8254$$

Die zweyte dieser Gleichungen gibt

$$\frac{1}{f'} = \frac{1.846349}{f} - 5.525475,$$

und wenn man diesen Werth von $\frac{1}{f'}$ in der ersten Gleichung substituirt, so hat man

$$o = \frac{1}{f^2} - \frac{7.306142}{f} + 8.659524$$

und daraus folgt $f = 0.17189$ oder $f = 0.67184$. Diese beyden Werthe von f aber geben durch die zweyte der oben angeführten Gleichungen $f' = + 0.191721$ oder $f' = - 0.36006$. Wählt man aus der oben angeführten Ursache die letzten Werthe von f und f', so hat man also $f = + 0.67184$ und $f' = - 0.36006$.

Der angenommene Werth von π gibt aber $p = 0.45$ und $p' = - 0.81818$ also hat man für die beyden übrigen Halbmesser

$$g = + 0.36332 \text{ und } g' = + 1.45353$$

I. Diese Methode gibt also für die erste Linse von Kronglas eine biconvexe, und für die zweyte von Flintglas eine concavconvexe Form. Die Einheit aller Dimensionen ist die Brennweite der Doppellinse. Soll also diese Brennweite des zusammengesetzten Objectivs d. h. sehr nahe die Länge des ganzen Fernrohrs z. B. gleich 10 Fuſs seyn, so hat man für die einzelnen Dimensionen

$f = 6.7184$ Fuſs $\qquad f' = - 3.6006$ Fuſs

$g = 3.6332$ » $\qquad g' = 14.5353$ »

$p = 4.5$

$p' = - 8.1818$ und

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p + p'} = 10 \text{ (S. 72)}$$

Andere Werthe der Halbmesser und eine andere Form der Flintglas-Linse würde man erhalten, wenn man die beyden ersten Werthe von f und f′ zu Grunde gelegt hätte.

§. 4.

Man sieht, daſs diese zweyte Methode im Allgemeinen mit der vorhergehenden ersten auf denselben abgekürzten Ausdrücken beruht, wobey überdieſs die Dicke der Linsen gänzlich vernachlässigt wird; daſs aber die Modificationen, welche man mit diesen Ausdrücken, durch die Entwickelung der Gröſse Φ' nach den Potenzen von $\frac{1}{a}$ vorgenommen hat, mehrere Vortheile gewähren, welche die frühere Methode nicht besitzt. So werden z. B. hier die Halbmesser der Linsen bedeutend gröſser, als dort, was (nach S. 78) sehr vortheilhaft ist; so haben ferner die beyden inneren Flächen beynahe denselben Halbmesser f′ und g, was für die praktische Ausführung nicht ohne Nutzen ist; so sind endlich die Aenderungen des ersten Halbmessers f für verschiedene Werthe von n, n′ und π nur gering, woraus ein anderer Vortheil zur Abkürzung der hieher gehörenden Rechnungen entsteht, die den mit analytischen Operationen gewöhnlich nicht sehr vertrauten Künstlern nicht anders als wünschenswerth seyn kann.

Um die letzte Bemerkung besser zu übersehen, gab Herschel folgende für verschiedene Werthe von n n′ und π berechnete Halbmesser

π	n	n′	f	g	f′	g′
0.55	1.524	1.585	0.67184	0.36332	—0.36006	1.45353
0.65			0.67316	0.25208	—0.25566	1.35709
0.75			0.70816	0.16073	—0.16450	1.05186
0.55	1.504	1.585	0.65703	0.34637	—0.34626	1.25193
0.65			0.66190	0.24049	—0.24608	1.12481
0.75			0.71164	0.15311	—0.15808	0.83491
0.55	1.524	1.600	0.67168	0.36336	—0.36196	1.37803
0.65			0.67503	0.25182	—0.25682	1.25224
0.75			0.71668	0.16030	—0.16503	0.94375

Aus dieser Tafel leitete Herschel eine einfache Vorschrift zur Verfertigung kleinerer Doppelobjective ab, die nach seiner Versicherung in den meisten Fällen zu guten Resultaten führen soll. Nach dieser Vorschrift ist, die Brennweite des Doppelobjectivs gleich der Einheit vorausgesetzt, der Krümmungshalbmesser der ersten brechenden Fläche immer $f = 0.672$ und jener der letzten $g' = 1.42$, und daraus findet man die beyden übrigen Halbmesser f' und g durch die Gleichungen (da nach dem Vorhergehenden $p = 1 - \pi$ und

$$p' = \frac{1-\pi}{\pi} \text{ ist}),$$

$$\frac{1}{1-\pi} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ und}$$

$$\frac{\pi}{1-\pi} = \frac{n-1}{f'} + \frac{n-1}{g'}$$

wo f, g und g' positiv, und f' negativ ist. Hat man z. B. $n = 1.528$ und $n' = 1.601$, und $\pi = 0.683$, so erhält man:

$$f = 0.672 \qquad f' = -0.233$$
$$g = 0.222 \qquad g' = 1.420$$

und soll die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. 24 Zoll seyn, so wird man die letzten Zahlen für f, g, f' und g' durch 24 multipliciren.

§. 5.

Um daraus die Halbmesser für andere Werthe von n und n' zu finden, wollen wir die zwey äufsersten f und g' wählen, von welchen wenigstens der erste sich nur sehr langsam ändert, und die für andere Werthe von n und n' Statt habenden Halbmesser f und g' den folgenden Ausdrücken gleich setzen:

$$\left.\begin{aligned} f &= \text{tab. } f + (n - 1.524)\frac{df}{dn} + (n' - 1.585)\frac{df}{dn'} \\ g' &= \text{tab. } g' + (n - 1.524)\frac{dg'}{dn} + (n' - 1.585)\frac{dg'}{dn'} \end{aligned}\right\} \ldots (C)$$

Nach der vorhergehenden Tafel ist aber für

$$dn = -0.02$$

$df = -0.01481 \ldots -0.01126 \ldots +0.00348$, also auch

$$\frac{df}{dn} = +0.740 \ldots +0.563 \ldots -0.174$$

$$\frac{dg'}{dn} = +10.160 \ldots +11.614 \ldots +10.847$$

und eben so ist für $dn' = +0.015$

$$\frac{df}{dn'} = -0.010 \ldots +0.125 \ldots +0.568$$

$$\frac{dg'}{dn'} = -5.033 \ldots -6.990 \ldots -7.207,$$

wodurch man also folgende Tafel erhält:

π	f	$\frac{df}{dn}$	$\frac{df}{dn'}$	g'	$\frac{dg'}{dn}$	$\frac{dg'}{dn'}$
0.55	0.67184	0.74	—0.01	1.45353	10.16	—5.03
0.65	0.67316	0.56	0.12	1.35709	11.61	—6.99
0.75	0.70816	—0.17	0.57	1.05186	10.85	—7.21

Kennt man so durch die letzte Tafel, und durch die Gleichungen (C) die Werthe von f und g' für jeden gegebenen Werth von n, n' und π, so findet man die beyden andern Halbmesser f' und g durch die Gleichungen

$$f' = \frac{(n'-1)\,p'\,g'}{g'-(n'-1)\,p'} \text{ und } g = \frac{(n-1)\,pf}{f-(n-1)\,p}$$

$$\text{wo } p = 1-\pi \text{ und } p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi} \text{ ist}$$

Ex. Sey $n = 1.528$, $n' = 1.575$ und $\pi = 0.600$.

Mit diesem Werthe von π gibt die letzte Tafel:

$$f = 0.6725 \qquad g' = 1.40531$$

$$\frac{d\,f}{d\,n} = 0.65 \qquad \frac{d\,g'}{d\,n} = 10.83$$

$$\frac{d\,f}{d\,n'} = 0.05 \qquad \frac{d\,g'}{d\,n'} = -\,6.01$$

Weiter ist $n - 1.524 = 0.004$ und

$$n' - 1.585 = -\,0.01,$$

daher geben die Gleichungen (C)

$$f = 0.6725 + 0.0026 - 0.0005 - 0.6746\text{, und}$$
$$g' = 1.4053 + 0.0435 + 0.0601 - 1.5089,$$

ferner ist $p = 0.4$ und $p' = -\frac{2}{3}$ also auch

$$g = 0.3074 \text{ und } f' = -\,0.2854,$$

und die Brennweite des Doppelobjectivs

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p + p'} = 1$$

§. 6.

Man sieht, dafs dieses Verfahren selbst für die mit gewöhnlichen Rechnungen ungeübten Künstler noch bequem genannt werden kann, und dafs daher diese Methode dem praktischen Künstler sehr willkommen seyn mufs.

Zur gröfseren Genauigkeit der Resultate wird aber auch eine gröfsere Ausdehnung der letzten Tafel erfordert, und diese Behandlung übernahm Peter Barlow, der in dem Edinburgh Philos. Journal Nro. 27 und 28 folgende Tafel mitgetheilt hat.

π	f	$\frac{df}{dn}$	$\frac{df}{dn'}$	g'	$\frac{dg'}{dn}$	$\frac{dg'}{dn'}$
0·550	0·67185	0·740	—0·011	1·45353	10·080	—5·033
0·555	0·67170	0·733	—0·006	1·45103	10·177	—5·095
0·560	0·67155	0·725	—0·001	1·44857	10·274	—5·158
0·565	0·67140	0·718	0·003	1·44617	10·371	—5·220
0·570	0·67129	0·710	0·008	1·44377	10·468	—5·283
0·575	0·67119	0·703	0·013	1·44137	10·564	—5·345
0·580	0·67109	0·696	0·018	1·43897	10·661	—5·408
0·585	0·67199	0·691	0·023	1·43657	10·758	—5·470
0·590	0·67089	0·686	0·027	1·43417	10·854	—5·533
0·595	0·67079	0·681	0·032	1·43177	10·951	—5·595
0·600	0·67071	0·676	0·037	1·42937	11·049	—5·659
0·605	0·67091	0·664	0·046	1·42212	11·105	—5·725
0·610	0·67116	0·653	0·055	1·41487	11·162	—5·792
0·615	0·67141	0·642	0·064	1·40762	11·219	—5·859
0·620	0·67166	0·631	0·072	1·40037	11·275	—5·925
0·625	0·67191	0·619	0·081	1·39312	11·322	—5·992
0·630	0·67216	0·608	0·090	1·38589	11·389	—6·059
0·635	0·67241	0·597	0·099	1·37869	11·445	—6·125
0·640	0·67266	0·585	0·107	1·37249	11·502	—6·192
0·645	0·67291	0·574	0·116	1·36429	11·558	—6·258
0·650	0·67316	0·563	0·125	1·35709	11·614	—6·323
0·655	0·67416	0·539	0·143	1·34449	11·614	—6·444
0·660	0·67516	0·517	0·160	1·33189	11·614	—6·569
0·665	0·67614	0·495	0·178	1·31912	11·614	—6·694
0·670	0·67709	0·472	0·196	1·30683	11·614	—6·819
0·675	0·67804	0·450	0·213	1·29431	11·614	—6·944
0·680	0·67899	0·427	0·233	1·28175	11·614	—7·069
0·685	0·67994	0·405	0·253	1·26920	11·614	—7·194
0·690	0·68089	0·382	0·274	1·25665	11·614	—7·319
0·695	0·68184	0·360	0·294	1·24410	11·614	—7·444
0·700	0·68279	0·335	0·312	1·23154	11·614	—7·570

Der Gebrauch dieser Tafel ist derselbe, wie jener der vorhergehenden. Ist z. B. $n = 1.515$, $n' = 1.671$ und $\pi = 0.613$, also $p = 0.387$ und $p' = -0.631$ gegeben, so hat man nach den Gleichungen (C)

$$f = \text{tab. } f - 0.009 \frac{df}{dn} + 0.086 \frac{df}{dn'}$$

$$g' = \text{tab. } g' - 0.009 \frac{dg'}{dn} + 0.086 \frac{dg'}{dn'}$$

Aber tab. $f = 0.67131$ tab. $g' = 1.41052$

$$\frac{df}{dn} = 0.644 \qquad \frac{dg'}{dn} = 11.196$$

$$\frac{df}{dn'} = 0.060 \qquad \frac{dg'}{dn'} = -5.832.$$

also ist $f = 0.67067$ und $g' = 0.80820$ und daraus folgt:

$$g = \frac{(n-1)\,p\,f}{f-(n-1)\,p} = 0.28358 \text{ und}$$

$$f' = \frac{(n'-1)\,p'\,g'}{g'-(n'-1)\,p'} = -0.27784.$$

Soll daher die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. gleich 10 Zolle seyn, so ist

$$\begin{aligned} f &= 6.7067 \text{ Zoll} \\ g &= 2.8358 \\ f' &= -2.7784 \\ g' &= 8.0820. \end{aligned}$$

Da sich übrigens g' viel schneller ändert als f, so wäre es vortheilhafter, aus der vorhergehenden Tafel bloſs den Werth von f und dann jenen von f' unmittelbar aus der einfachen Gleichung (B) (S. 92) zu berechnen. Kennt man so f, f' und $p = 1 - \pi$, und $p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi}$, so findet man die beyden übrigen Halbmesser g und g' aus den Gleichungen:

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ und}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{n'-1}{f'} + \frac{n'-1}{g'}$$

§. 7.

Wir wollen nun noch sehen, welche Genauigkeit die durch diese Methode bestimmten Werthe der Halbmesser gewähren, und zu diesem Zwecke die Gleichungen (S. 27) auf sie anwenden.

Ist $n = 1.524$		$n' = 1.585$
$dn = 0.02$		$dn' = 0.04$
also $\pi = 0.50$	und	$d = 0$

so findet man nach dem Verfahren (S. 92)

$f = 0.67485$	$f' = 0.41575$
$g = 0.42827$	$g' = -1.43697$.

wo wie (S. 27) negative Werthe von f' oder g' convexe Oberflächen der zweyten Linse bezeichnen. Nimmt man den ersten Einfallswinkel $l = 10°$, so erhält man durch die Entwickelung der Gleichungen (S. 26)

$\lambda = 6° \; 32' \; 33.'' \, 4$	$m = 19° \; 33' \; 54.'' \, 8$
$\mu = 30 \; 41 \; 15. \; 4$	$l' = 31 \; 12 \; 28. \; 3$
$\lambda' = 19 \; 4 \; 51. \; 7$	$m' = -7 \; 10 \; 50. \; 2$
$\mu' = -11 \; 25 \; 37. \; 6$	$\upsilon' = 6 \; 41 \; 58. \; 0$
	$\eta' = 1.0033834$

wo y' die letzte Vereinigungsweite für die mittleren Randstrahlen bezeichnet.

Für die Centralstrahlen aber hat man nach (S. 31)

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right)$$

also auch für die mittleren Strahlen

$n = 1.524$, $n' = 1.585$ und $\eta' = 0.999989$,

Fehler $= 0.003394$.

und für die violetten Strahlen

$$n = 1.544,\ n' = 1.625,\ \text{also}\ \eta' = 0.992093,$$

$$\text{Fehler} = 0.007896$$

also beyde Abweichungen nicht ganz in dem Grade gehoben, wie es für gröfsere Fernröhre wohl nöthig seyn möchte. Doch mufs man bemerken, dafs die Fehler bedeutend vermindert werden, wenn man einen kleineren Einfallswinkel l zu Grunde legt. Ist nämlich x der Oeffnungshalbmesser des Objectivs, f der Krümmungshalbmesser der ersten brechenden Fläche, und l der Einfallswinkel der Randstrahlen, so ist

$$x = f \operatorname{Sin} l.$$

Nach der vorhergehenden Tafel ist aber, wenn Π die Brennweite des Doppelobjectivs bezeichnet, im Mittel

$$f = 0.67\,\Pi$$

also nahe f = 40 Zolle für $\Pi = 60$ Zolle oder für eine Länge des Fernrohrs von 5 Fufs. Für solche Fernröhre pflegen aber die englischen Künstler die halbe Oeffnung des Ocjectivs x gleich 2 Zollen zu nehmen, daher ist die vorhergehende Gleichung

$$\operatorname{Sin} l = \frac{2}{40}$$

woraus folgt l = 2° 52′, also viel kleiner, als wir oben angenommen haben. Für l = 10° und f = 40 gäbe dieselbe Gleichung

$$x = f \operatorname{Sin} l = 6.95$$

oder die halbe Oeffnung des Objectivs beynahe 7 Zoll, also über dreymal gröfser, als man sie bey Fernröhren von 5 Fufs bisher angewendet hat.

I. Da dieses einfache Verfahren wohl verdient, den Werth der dadurch erhaltenen Resultate genau zu untersuchen, und diefs am besten durch unmittelbare Prüfung des Rohres nach (S. 31) geschieht, so habe ich folgende sechs von Herschel selbst (a. a. O.) gegebenen Einrichtungeu dieser Untersuchung unterworfen.

$$n = 1.524 \qquad n' = 1.585$$

dn	dn′	f	g	f′	g′
I. 0.01650	0.03300	0.67485	0.42827	0.41575	—1.43697
II. 0.01771	0.03220	0.67184	0.36332	0.36006	—1.45353
III. 0.01875	0.03125	0.67069	0.30488	0.30640	—1.42937

$n = 1.504$ $n' = 1.585$

IV. 0.01650	0.03300	0.66485	0.40581	0.39733	—1.23854
V. 0.01771	0.03220	0.65703	0.34637	0.34626	—1.25193
VI. 0.01875	0.03125	0.65716	0.29082	0.29484	—1.20839

Wir wollen den ersten Einfallswinkel $l = 5$ Grade annehmen, und die Dicke d der ersten Linse nach der Gleichung

$$d = \frac{1}{2} (f \text{ Sin } l)^2 \cdot \left\{ \frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right\}$$

bestimmen, und $d' = \frac{1}{2}$ und endlich $\triangle = 0$ setzen.

Diefs vorausgesetzt, erhält man nach (Seite 26.)

ξ	x	υ	y
I. 1°43′17.″52	1.959522	6°51′12.″9	0.485309
II. 1 43 17. 52	1.950782	7 37 29. 5	0.432657
III. 1 43 17. 52	1.947442	8 38 25. 4	0.379037
IV. 1 40 40. 4	1.98066	6 45 25.25	0.48491
V. 1 40 40. 4	1.95736	7 27 36.62	0.43255
VI. 1 40 40. 4	1.95775	8 28 23.47	0.37878

ξ′	x′	υ′	y′
I. 1° 15′ 21.″ 3	2.679384	3° 21′ 56.″ 9	0.996805
II. 1 15 37. 1	2.657092	3 21 0. 8	0.996476
III. 1 14 38. 3	2.686190	3 20 39. 2	0.995877
IV. 1 5 59. 55	3.01451	3 18 56. 4	0.996970
V. 1 5 52. 16	2.98354	3 16 40. 7	0.995550
VI. 1 3 48. 08	3.07954	3 16 35. 97	0.996180

Die letzte Columne enthält also für alle sechs Fälle die letzte Vereinigungsweite für die mittleren oder homogenen Randstrahlen.

Sucht man nun auch nach (S. 31) diese letzte Vereinigungsweite für die mittleren und gefärbten Centralstrahlen, so erhält man

I.

Weifse	Centr.	0.996660	Differenz
	Rand.	0.996805	0.000145
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.003305	Differenz
	weifs	0.996660	0.006645
	violett	0.990098	0.006562

II.

Weifse	Centr.	0.996349	Differenz
	Rand.	0.996476	0.000127
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.004288	Differenz
	weifs	0.996349	0.007939
	violett	0.988532	0.007817

III.

Weiſse	Centr.	0.996391	Differenz
	Rand.	0.995877	0.000514
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.005330	Differenz
	weiſs	0.996391	0.008939
	violett	0.986532	0.009859

IV.

Weiſse	Centr.	0.996848	Differenz
	Rand.	0.996970	0.000122
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.006031	Differenz
	weiſs	0.996848	0.009183
	violett	0.987832	0.009016

V.

Weiſse	Centr.	0.996461	Differenz
	Rand.	0.995550	0.000911
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.007529	Differenz
	weiſs	0.996461	0.011068
	violett	0.985822	0.010639

VI.

Weiſse	Centr.	0.996194	Differenz
	Rand.	0.996180	0.000014
Gefärbte Cent. Strhl.	roth	1.009286	Differenz
	weiſs	0.996194	0.013092
	violett	0.983430	0.012764

Das Vorhergehende zeigt hinlänglich, in welchem Grade durch diese Methode sowohl die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt, als auch die wegen der Farbenzerstreuung gehoben wird. Uebrigens ist auch bei diesem Einfallswinkel $I = 5^\circ$

die halbe Oeffnung x des Objectives immer noch gröſser, als in unsern bessern Fernröhren angetroffen wird. Es ist nähmlich $x = f \text{ Sin } 5^\circ$ und da im Mittel aus jenen sechs Fällen $f = 0.66$ ist, so hat man $x = 0.0575$. Genauer findet man den Werth dieser Oeffnung durch den Ausdruck $x = y' \text{ tang } \upsilon'$ oder wenn man die mittleren Werthe von y' und υ' aus jenen sechs Fällen nimmt, $x = 0.9963 \text{ tang } 3^\circ 19' = 0.05773$, nahe wie zuvor. Die halbe Oeffnung des Objectivs ist also nach der letzten Gleichung für eine Brennweite des Doppelobjectivs von 3, 4 oder 5 Fuſs in derselben Ordnung 2.08, 2.77 oder 3.46 Zolle.

SIEBENTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Dritte Methode.

§. 1.

Es würde unnöthig seyn, die übrigen ähnlichen Versuche von Clairaut, D'Alembert, u. a. hier umständlich anzuführen, da sie sämmtlich ebenfalls nur von einem genäherten Werthe von Φ ausgehen, und daher im Allgemeinen denselben Nachtheilen, wie die beyden vorhergehenden, unterworfen sind. Klügel, der diesen Umstand zuerst bemerkte, schlug daher einen anderen Weg ein, welcher diesem Vorwurf nicht ausgesetzt ist, indem er seine neue Berechnung eines Doppelobjectivs unmittelbar auf die ganz strengen Gleichungen (S. 26) gründete. Sein Verfahren, welches er in den Comment. Götting, Ad. An. 1795 — 98. Vol. XIII. bekannt gemacht hat, ist mit einigen, wie mir scheint, zweckmäſsigen Abänderungen im Folgenden enthalten.

I. Zuerst wählt er die beyden Halbmesser f und g der ersten Linse so, daſs der Strahl mit seinen Lothen auf beyden Seiten dieser Linse sehr nahe gleiche Winkel macht, wodurch er den, wie er glaubt, wesentlichen Zweck erreichen wollte, daſs der Strahl mit allen seinen Lothen nur kleine Winkel bilde. Dieser Bedingung gemäſs hat man für die beyden Halbmesser der ersten Linse die Ausdrücke (S. 34)

$$f = \frac{2(n-1)p}{n} \text{ und } g = \frac{2(n-1)p}{2-n}$$

II. Dann bestimmt er den ersten Halbmesser f' der zweyten Linse so, daſs die in der Mitte und die am Rande auffallenden mittleren Strahlen nach der dritten Brechung sich genau in demselben Puncte der Axe schneiden, wobey er voraussetzt, daſs sich dann beyde Strahlengattungen auch nach der vierten oder letzten Brechung sehr nahe in demselben Puncte der Axe schneiden werden. Zu diesem Zwecke hat man nach (S. 30) für die Centralstrahlen

$$y = \frac{(2p - d)g}{ng + (n-1)(2p-d)} \text{ und (Fig. 5.)}$$

$$C\gamma = \eta - \Delta$$

$$x' = \frac{n' . C\gamma . f'}{f' - (n'-1) C\gamma}$$

für die Randstrahlen aber, für welche wir die Gröſsen x' und y' durch (x') und (y') bezeichnen wollen, ist (S. 26)

$$\text{Sin}\,\lambda = \frac{1}{n} \text{Sin}\,l$$

$$\xi = l - \lambda$$

$$G\varphi = \frac{f . \text{Sin}\,\lambda}{\text{Sin}\,\xi} + f + g - d$$

$$\text{Sin}\,m = \frac{G\varphi}{g} . \text{Sin}\,\xi$$

$$\text{Sin}\,\mu = n\,\text{Sin}\,m$$

$$\upsilon = \xi + \mu - m \text{ und}$$

$$C\gamma = \frac{g\,\text{Sin}\,\mu}{\text{Sin}\,\upsilon} - g - \Delta$$

Ferner hat man

$$\text{Sin}\,l' = \frac{(C\gamma + f')\,\text{Sin}\,\upsilon}{f'}$$

$$\text{Sin}\,\lambda' = \frac{1}{n'} . \text{Sin}\,l'$$

$$\xi' = \upsilon + \lambda' - l' \text{ und}$$

$$(x') = \frac{f' \operatorname{Sin} \lambda'}{\operatorname{Sin} \xi'} - f'$$

Man bemerkt von selbst, daſs bey der Berechnung dieser Ausdrücke für die Centralstrahlen alle Gleichungen bis auf die letzte für x', und für die Randstrahlen alle bis auf die vier letzten von der unbekannten Gröſse f' ganz unabhängig sind. Man wird daher zuerst diese von f' unabhängigen Gröſsen, d. h. für die Centralstrahlen die Gröſsen y und $C\gamma$, und für die Randstrahlen die Gröſsen λ, m, μ, υ und $C\gamma$ suchen, und dann die von f' abhängigen Gleichungen mit irgend einem genäherten Werth von f' (wofür man in einer ersten Näherung das arithmetische Mittel der beyden ersten Halbmesser, oder $f' = \frac{f + g}{2}$ nehmen kann) berechnen, wo dann einige hypothetische Voraussetzungen für f' nach der bekannten Methode sofort den wahren Werth von f', oder denjenigen geben werden, für welchen $x' = (x')$ wird. — Zu dieser Absicht kann man sich mit Vortheil des folgenden Verfahrens bedienen. Sind A und A' zwey solche hypothetische Werthe der unbekannten Gröſse f', und ist α der Fehler der ersten Hypothese (d. h. hier der Unterschied der beyden Gröſsen (x') und x', den man erhält, indem man $f' = A$ setzte), und ist eben so α' der Fehler der zweyten Hypothese $f' = A'$, so hat man für den genäherten Werth der unbekannten Gröſse f' den Ausdruck:

$$A - \frac{\alpha (A - A')}{\alpha - \alpha'};$$

ein Verfahren, welches man so lange wiederholt anwenden wird, bis der Fehler der letzten Hypothese so klein ist, als man will.

III. Den vierten Halbmesser g' endlich bestimmt er so, daſs die centralen äuſsersten, d. h. die in der Nähe der Axe auffallenden rothen und violetten Strahlen nach der vierten Brechung sich in einem einzigen Puncte der Axe vereinigen. Zu diesem Zwecke hat man die Gleichungen (S. 30)

$$x = \frac{n f}{n - 1}$$

$$y = \frac{g\,(x-d)}{n\,g + (n-1)\,(x-d)} \text{ und}$$

$$D\,\varphi' = \frac{n'\,f'\,(\eta-\Delta)}{f' - (n'-1)\,(\eta-\Delta)} - d'.$$

Man sucht nämlich zuerst aus diesen Gleichungen den Werth von $D\,\varphi' = k$, indem man in diesen Formen statt n und n' die Gröſsen $n - dn$ und $n' - dn'$ für die rothen Strahlen setzt, und dann auch eben so den Werth von $D\,\varphi' = k'$, indem man in ihnen $n + dn$ und $n' + dn'$ statt n und n' setzt. Dieſs vorausgesetzt, gibt die Gleichung (S. 30)

$$\frac{g'}{y'} = \frac{n'\,g'}{D\,\varphi'} - (n'-1)$$

hier für die rothen Strahlen

$$y' = \frac{k\,g'}{(n'-dn')\,g' - (n'-dn'-1)\,k}$$

und für die violetten

$$y' = \frac{k'\,g'}{(n'+dn')\,g' - (n'+dn'-1)\,k'},$$

also auch, wenn man beyde Werthe von y' einander gleich setzt,

$$g' = \frac{2\,k\,k'.\,dn}{(k+k')\,dn' + (k-k')\,n'},$$

wodurch der vierte und letzte Halbmesser des Doppelobjectivs bestimmt ist.

§. 2.

Um den Gebrauch dieser Ausdrücke durch ein Beyspiel zu zeigen, sey

$$n = 1.53175 \qquad n' = 1.58121$$
$$dn = 0.00587 \qquad dn' = 0.00937$$

ferner die Dicke der ersten Linse $d = 0.025$
zweyten —— $d' = 0.010$
und die Distanz der zwey innern brechenden Flächen $\Delta = 0.010.$

I. Nimmt man den ersten Einfallswinkel $l = 10^\circ$ und die Brennweite p der ersten Linse für die Einheit an, so ist

$$f = \frac{2\,(n-1)}{n} = 0.6943 \text{ und}$$

$$g = \frac{2\,(n-1)}{2-n} = 2.2712$$

II. Für die Centralstrahlen hat man

$$y = 0.9904,\ C\varphi = 0.9804 \text{ und}$$

$$x' = \frac{\overline{0.1903928\,f'}}{f' - 0.5698183}$$

wo die überstrichenen Zahlen schon Logarithmen sind.

Für die Randstrahlen aber ist

$$\begin{array}{llll} l = 10^\circ & & \lambda = 6^\circ\ 30'\ 34'' \\ \xi = 3^\circ\ 29'\ 26'' & & m = 6\ \ 30\ \ 58 \\ \mu = 10\ \ 0\ \ 37 & & \upsilon = 6\ \ 59\ \ 5 \end{array}$$

und überdieſs

$$\operatorname{Sin} l' = \overline{9.0849502} \left\{ \frac{0.9653 + f'}{f'} \right\}$$

$$\operatorname{Sin} \lambda' = \overline{9.8010105} \operatorname{Sin} l'$$

$$(x') = \frac{f' \operatorname{Sin} \lambda'}{\operatorname{Sin} (\upsilon + \lambda' - l')} - f'$$

woraus man sogleich nach einigen Versuchen findet:

$$f' = 1.48936,$$

und dieser Werth von f' gibt

$$x' = 2.51085$$
$$(x') = 2.51084$$
$$\text{und } \xi' = y + \lambda' - l' = 2^\circ\ 42'\ 17''.7.$$

III. Ferner ist für die rothen Centralstrahlen.

$$\begin{array}{llll} n = 1.52588 & & x = 2.01461 \\ n' = 1.57184 & & y = 1.0015 \\ & & D\varphi' = k = 2.50646 \end{array}$$

und für die violetten

$$n = 1.53762 \qquad x = 1.9859$$
$$n' = 1.59058 \qquad y = 0.9796$$
$$D\varphi' = k' = 2.49557.$$

Setzt man dann $n' = 1.58121$ und $dn' = 0.00937$; so erhält man

$$g' = \frac{2\,k\,k'\,dn'}{(k+k')\,dn' + (k-k')\,n'} = 1.82904.$$

Die vier gesuchten Halbmesser sind daher:

Erste biconvexe Linse von Kronglas.	Zweyte biconcave Linse von Flintglas.
$f = 0.6943$	$f' = 1.48936$
$g = 2.2712$	$g' = 1.82904$

§. 3.

Um zu untersuchen, ob diese Halbmesser den aufgestellten Bedingungen auch in der That genug thun, hatten wir $(x') = 2.51084$, also auch $D\varphi' = (x') - d' = 2.50084$ und $\xi' = 2^\circ\,42'\,17.''\,7$.

Damit findet man nach (S. 109) die vierte oder letzte Vereinigungsweite y' der Centralstrahlen

$$y' = \frac{g'\,D\varphi'}{n'g' - (n'-1)\,D\varphi'}.$$

Um aber eben so den Werth von (y') für die Randstrahlen zu finden, hat man (S. 27)

$$G'\,\varphi' = (x') - g' - d' = D\varphi' - g'$$

$$\text{Sin}\; m' = \frac{G'\,\varphi'}{g'}\,\text{Sin}\;\xi'$$

$$\text{Sin}\;\mu' = n'\,\text{Sin}\;m'$$

$$v' = \xi' + m' - \mu' \text{ und}$$

$$(\eta') = \frac{g'\,\text{Sin}\;\mu'}{\text{Sin}\;v'} + g'$$

für die mittleren Strahlen ist $n' = 1.58121$ und $D\varphi' = 2.5008$

also auch für die Centralstrahlen $y' = 3.1795$. Für die Randstrahlen aber ist $G'\varphi' = 0.6718$,

$$m' = 0^\circ\ 59'\ 35.''\ 3$$
$$\mu' = 1\ \ 34\ \ 14.\ \ 2$$
$$\upsilon' = 2\ \ \ 7\ \ 39.\ \ 0$$

und daher $(y') = 3.1794$ sehr nahe wie zuvor. Eben so erhält man für die rothen Strahlen $n' = 1.5718$, $D\varphi' = 2.50646$, also $y' = 3.1798$ nahe wie zuvor.

Ja selbst die rothen oder violetten Randstrahlen geben bey dieser Einrichtung noch einen genügenden Werth für die letzte Vereinigungsweite, obgleich, wie man sieht, in dem Vorhergehenden auf diese Strahlen keine besondere Rücksicht genommen worden ist, da die Farbenabweichung eigentlich nur für die Centralstrahlen aufgehoben wurde. So hat man für die rothen Strahlen $n' = 1.5718$, $D\varphi' = 2.50646$, $G'\varphi' = 0.67746$

$$\xi' = 2^\circ\ 42'\ 17.''\ 7$$
$$m' = 1\ \ \ 0\ \ \ 5.\ \ 7$$
$$\mu' = 1\ \ 34\ \ 27.\ \ 9$$
$$\upsilon' = 2\ \ \ 7\ \ 55.\ \ 5$$

und daher $(y') = 3.1797$ nur wenig von dem obigen Werthe von y' oder (y') verschieden.

I. Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist

$$x = y' \tan \upsilon' = 0.03715\, y'$$

also nahe der $\frac{1}{400}$ ste Theil der Brennweite, wie er in der That bey den besseren neueren Fernröhren von fünf oder sechs Fuſs Brennweite gefunden wird.

II. Alle vorhergehenden Bestimmungen setzen übrigens die Brennweite p der ersten Linse von Kronglas als die Einheit voraus. Will man daher, wie gewöhnlich, die Brennweite $y' = 3.1796$ des Doppelobjectivs als die Einheit aller Dimensionen annehmen, so wird man alle vorhergehenden Zahlen durch y' dividiren, wodurch man erhält

$$f = 0.21836 \qquad f' = 0.46841$$
$$g = 0.71430 \qquad g' = 0.57524$$
$$x = 0.03715.$$

Diese Brennweite y' des Doppelobjectivs kann man am bequemsten unabhängig von den vorhergehenden Rechnungen durch die Gleichung (S. 31.)

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right) + \frac{n\,d}{4}$$

bestimmen, wo die sehr kleinen Grössen d' und $\triangle$ weggelassen wurden, da man ohnehin den Werth von y' zur Bestimmung jener Verwandlungen der Halbmesser und der Grösse von x nicht mit der äussersten Schärfe zu kennen braucht.

§. 4.

Klügel bestimmt (a. a. O.) den dritten Halbmesser f' auf eine von der vorigen ganz verschiedene Art durch Hülfe einer bloss genäherten kubischen Gleichung, die also auch nur einen genäherten Werth von f' geben kann, zu welchen er (Loc. cit. pag. 41) ob imperfectionem formularum non nisi tentando auf eine etwas willkührliche Weise eine Verbesserung aufzusuchen sich bemüht. Man sieht überdiess, dass dieses Verfahren auf die Farbenabweichung der Randstrahlen keine eigene Rücksicht nimmt, da in dem letzten Beyspiele diese Abweichung wohl nur zufällig so klein ausfiel, und dass endlich selbst bey den mittleren Strahlen die Coincidenz der nahe und fern von der Axe einfallenden Strahlen nur nach der dritten Brechung beabsichtigt ist, da sie doch eigentlich nach der vierten und letzten Brechung statt haben sollte. Differentiirt man die Gleichung

$$\frac{g'}{y'} = \frac{n'\,g'}{x'} - (n'-1)$$

unter der Voraussetzung, dass n' und g' constant sind, so hat man:

$$d\,y' = \frac{n'\,y'}{x'} \cdot d\,x'$$

oder für unser Beyspiel

$$d\,y' = 2.544\ d\,x'$$

so, dass jeder Mangel der Coincidenz nach der dritten Brechung durch die vierte beträchtlich vermehrt wird.

§. 5.

Es wird daher ohne Zweifel vortheilhafter seyn, die Coincidenz der Strahlen nach der vierten Brechung zu bewirken, und die beyden letzten Halbmesser f′ und g′ zugleich so zu bestimmen, daſs die mittleren Central- und Randstrahlen, und selbst die äuſsersten gefärbten Strahlen sich nach derselben vierten Brechung in einem und demselben Puncte der Axe vereinigen.

Zu diesem Zwecke hatten wir oben (S. 31) für die letzte Vereinigungsweite der Centralstrahlen, wenn man die Gröſse d′ als unbeträchtlich wegläſst,

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2\, d}{n\, f^2}$$

Setzt man das Differential dieses Ausdrucks von y′ gleich Null, so ist

$$o = \left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)\pi - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + (n^2-1)\,.\,\frac{\pi d}{n^2\, f^2}$$

Setzt man aber wie (S. 106)

$$f = \frac{2\,(n-1)}{n} \text{ und } g = \frac{2\,(n-1)}{2-n},$$

so gehen jene zwey Gleichungen in die folgenden über

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{n\, d}{4} \text{ und}$$

$$o = \frac{\pi}{n-1} - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n+1)\,\pi d}{4\,(n-1)}$$

Ist daher $M = \frac{1}{n-1}\left\{1+(n+1)\frac{d}{4}\right\}$

so wird die letzte Gleichung

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = M\,\pi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

und wenn man diesen Werth von $\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}$ in dem letzten Ausdrucke von $\frac{1}{y'}$ substituirt, so erhält man

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1) M \pi + \frac{n d}{4} \quad . \; . \; . \; (2)$$

Diese zwey Gleichungen (1) und (2), verbunden mit denen (S. 26) geben uns nun folgende Auflösung unserer Aufgabe.

§. 6.

Die beyden ersten Halbmesser erhält man sofort aus den Gleichungen

$$f = \frac{2 (n-1)}{n} \text{ und } g = \frac{2 (n-1)}{2-n}$$

Dann sucht man mit dem Einfallswinkel l die Gröſse λ m ... y' aus den folgenden Gleichungen:

$$\text{Sin } \lambda = \frac{1}{n} \text{ Sin } l$$

$$\text{Sin } m = \frac{f}{g} \text{ Sin } \lambda + \frac{(f+g-d)}{g} \text{ Sin } (l-\lambda)$$

$$\text{Sin } \mu = n \text{ Sin } m$$

$$v = (l-\lambda) - (m-\mu)$$

$$C\gamma = \frac{g \text{ Sin } \mu}{\text{Sin } v} - g$$

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1) M\pi + \frac{n d}{4}$$

wo wie zuvor

$$M = \frac{1}{n-1} \left(1 + (n+1) \frac{d}{4}\right) \text{ ist.}$$

Bis hieher ist die Rechnung von allen Hypothesen, die man über f' oder g' aufstellen kann, unabhängig. Nimmt man daher für l und d gegebene Werthe an, so ist, wie die vorhergehenden Ausdrücke zeigen, die Gröſse $C\gamma$ als eine bloſse Function

von n zu betrachten, daher man sie in eine Tafel, deren Argument n ist, bringen kann, wodurch eigentlich alle vorhergehenden Rechnungen gänzlich erspart werden. Wir werden unten wieder auf diese Tafel zurückkommen, und gehen hier, um den Zusammenhang des ganzen Verfahrens nicht zu unterbrechen, sofort auf den zweyten Theil der Rechnung über.

I. Mit irgend einem hypothetischen Werth von f′ sucht man also zuerst die Gröſse

$$\frac{1}{g'} = M\pi - \frac{1}{f}$$

und damit die Gröſsen l′ λ′ bis (y′) aus den Gleichungen

$$\operatorname{Sin} l' = \left(\frac{C\gamma + f'}{f'}\right) \operatorname{Sin} \upsilon$$

$$\operatorname{Sin} \lambda' = \frac{1}{n'} \operatorname{Sin} l'$$

$$\xi' = \upsilon + \lambda' - l'$$

$$x' = \frac{f' \operatorname{Sin} \lambda'}{\operatorname{Sin} \xi'} - f'$$

$$\operatorname{Sin} m' = \frac{(x' - g') \operatorname{Sin} \xi'}{g'}$$

$$\operatorname{Sin} \mu' = n' \operatorname{Sin} m'$$

$$\upsilon' = \xi' + m' - \mu'$$

$$(y') = \frac{g' \operatorname{Sin} \mu'}{\operatorname{Sin} \upsilon'} + g'$$

Ist nun der zuletzt gefundene Werth von (y′) von dem im ersten Theile gefundenen Werth von y′ noch verschieden, so wird man mit einem etwas veränderten Werth von f′ diesen zweyten Theil der Rechnung widerholen, und so durch die (S. 108) erwähnte indirecte Methode endlich die wahren Werthe von f′ und g′, d. h. diejenigen erhalten, für welche (y′) gleich y′ ist.

Man kann dabey bemerken, daſs der Werth von (y′) wächst, wenn f′ abnimmt, und umgekehrt, und daſs der Werth des letz-

ten Winkels v' selbst für beträchtliche Aenderungen von f' sich nur unbedeutend ändert.

§. 7.

Um das Vorhergehende durch ein Beispiel deutlich zu machen, sey

$$n = 1.53,\ n' = 1.58,\ dn = 0.006,\ dn' = 0.009$$

$$\text{also } \pi = \frac{dn}{dn'} = \frac{2}{3} \text{ und endlich } l = 10^{\circ} \text{ und } d = 0.01.$$

Dieses vorausgesetzt erhält man

$$f = 0.692811 \qquad g = 2.255319$$
$$\lambda = 6^{\circ}31'0.''7 \qquad m = 6^{\circ}32'48.''2$$
$$\mu = 10\ 24\ 5.9 \qquad v = 6\ 58'57.0$$
$$C\gamma = 0.9809314 \qquad \frac{1}{y'} = 0.269651$$
$$y' = 3.708498$$

$$\text{und überdiess } \frac{1}{g'} = 1.2658176 - \frac{1}{f'}$$

Daraus findet man nach dem angezeigten indirecten Verfahren den genäherten Werth von

$$f' = 1.51300 \quad \text{und } g' = 1.653223$$

wodurch das Objectiv vollkommen bestimmt ist.

I. Um zu prüfen, ob bei dieser Einrichtung die Kugelabweichung für die mittleren Strahlen gehoben ist, findet man mit den gegebenen Werthen von f' und g'

$$l' = 11^{\circ}33'33''4 \qquad \lambda' = 7^{\circ}17'9.''9$$
$$\xi' = 2\ 42\ 33.5 \qquad m' = 1\ 27\ 48.3$$
$$\mu' = 2\ 18\ 45.3 \qquad v' = 1\ 51\ 36.5$$

$$\begin{aligned} \text{Es war } (y') &= 3.708371 \\ y &= 3.708498 \\ \hline \text{Differenz}\ \ . &\ \ .\ 0.000127 \end{aligned}$$

Zur Prüfung der Farbenabweichung aber hat man die Gleichung

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 d}{n f^2}$$

oder mit den gefundenen Werthen der vier Halbmesser

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757240}\,(n-1)$$
$$+\ \overline{0.1023711}\,(n'-1)$$
$$+\ \overline{8.3187718}\,\frac{(n-1)^2}{n}$$

Für die mittleren Strahlen ist $n = 1.53$ und $n' = 1.58$ also

$$\frac{1}{y'} = 0.2696$$

Für die rothen ist $n = 1.524$, $n' = 1.571$ also $\frac{1}{y'} = 0.2697$

Für die violetten ist $n = 1.536$, $n' = 1.589$ also

$$\frac{1}{y'} = 0.2696$$

Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist endlich

$$x = y' \operatorname{tang} \upsilon' = 0.03247\ y'$$

für $y' = 5$ Fuſs ist $x = 1.943$ Zolle

II. Noch folgt hier die oben erwähnte Tafel für die Gröſsen υ und $C\gamma$, durch welche die Berechnung des ganzen ersten Theils erspart wird. Sie setzt $l = 10°$ und $d = 0.01$ voraus.

n	υ	Cγ
1.520	6° 53′45.″2	0.98095
1.525	6 56 21. 6	0.98094
1.530	6 58 57. 0	0.98093
1.535	7 1 31. 4	0.98092
1.540	7 4 4. 9	0.98090
1.545	7 6 37. 3	0.98089
1.550	7 9 8. 8	0.98087
1.555	7 11 39. 3	0.98086
1.560	7 14 8. 8	0.98085

§. 8.

Noch ist aber die Frage zu beantworten übrig, ob jene Bestimmung (S. 106) der beyden ersten Halbmesser, durch welche man, wie oben erwähnt wurde, die Brechungen des Strahles so klein als möglich machen will, zu unserem Zwecke in der That so wichtig ist, oder ob diese beyden Halbmesser nicht vielmehr zu anderen viel wichtigeren Zwecken benutzt werden sollen. Ohne Zweifel wird es nicht nur vortheilhaft, sondern selbst nothwendig seyn, die Winkel l' m' λ' μ' des Strahles mit seinen Einfallslothen dann so klein als möglich zu machen, wenn man wie im Capitel V. und VI. nur von einem genäherten Werth von Φ ausgeht, weil dann die Voraussetzungen $\text{Sin}\,\omega = \omega - \frac{\omega^3}{6}$ oder $\omega = \text{Sin}\,\omega + \frac{1}{6}\,\text{Sin}^3\,\omega$ um so fehlerhafter werden, je gröſser der Winkel ω ist. Allein, wenn man, wie hier, eine obschon indirecte aber strenge Auflösung der Aufgabe wählt, so fällt jene Rücksicht ganz weg, und es kann bey einem Verfahren, welches sich keine Abkürzungen erlaubt, im Allgemeinen gleichgeltend seyn, ob jene Winkel groſs oder klein sind. So fand schon Bohnenberger (Zeitsch. für Astron. Vol. I. pag. 279.) daſs das Verhältniſs der beyden ersten Halbmesser $\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$ in der That noch vortheilhafter für die endliche Coincidenz der Strahlen seyn soll, als das oben (S. 106) gebrauchte, welches $\frac{f}{g} = \frac{2-n}{n}$ also für $n = 1.5$ nahe $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ gibt. Verbindet man diesen Ausdruck $\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$ mit der bekannten Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

so erhält man für die beyden ersten Halbmesser die Werthe

$$f = \frac{5}{3}\,(n-1)\,p \text{ und } g = \frac{5}{2}\,(n-1)\,p$$

und man wird daher unter dieser Voraussetzung das (S. 114) ge-

brauchte Verfahren unverändert anwenden, wenn man nur statt der beyden Gleichungen (1) und (2) die folgenden annimmt,

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n' - 1) M \pi + 0.36 \frac{d}{n} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = M \pi - \frac{1}{f'}$$

$$\text{wo } M = \frac{1}{n-1} \left\{ 1 + 0.36 (n+1) \frac{d}{n^2} \right\} \text{ ist.}$$

§. 9.

Doch sieht man dabey nicht, warum eben das Verhältnifs $\frac{f}{g} = \frac{2}{3}$, welches gleichsam nur willkührlich gewählt worden ist, den Vorzug vor allen übrigen verdienen soll, und ob es nicht vielleicht noch viel vorzüglichere gebe. Wenigstens findet man dieses Verhältnifs nicht in den von Fraunhofer construirten Doppelobjectiven, von welchen hier einige nach genauen Messungen des Herrn Professors Stampfer folgen:

I. Focallänge des Doppelobjectivs $p = 20$ Zolle

Halbe Oeffnung

	$x = 0.58$	$f = 7.15$	
	$n = 1.530$	$g = 7.00$	$\frac{f}{g} = 1.02$
	$n' = 1.636$	$f' = -7.00$	
	$\pi = 0.603$	$g' = \infty$	
II.	$p = 49$	$f = 33.42$	
	$x = 1.53$	$g = 13.29$	$\frac{f}{g} = 2.5$
	$n = 1.528$	$f' = -13.55$	
	$n' = 1.616$	$g' = 60.61$	
	$\pi = 0.635$		
III.	$p = 62$	$f = 41.800$	
	$x = 2$	$g = 16.638$	$\frac{f}{g} = 2.5$
	$n = 1.528$	$f' = -16.972$	
	$n' = 1.616$	$g' = 75.653$	
	$\pi = 0.635$		

Eben diese Unbestimmtheit aber zeigt zugleich, daſs das Problem selbst ein unbestimmtes ist, so lange man bloſs den zwey Bedingungen, die allerdings die wesentlichsten sind, genügen will, daſs nämlich die Kugelabweichung für die mittleren Central- und Randstrahlen, und die Farbenabweichung bloſs für die Centralstrahlen gehoben werden soll, so daſs man daher zu jeder Kronglaslinse, welches auch das Verhältniſs ihrer Halbmesser seyn mag, immer eine zweite Linse von Flintglas finden kann, welche jenen zwey Bedingungen genug thut, oder welche die nahe und ferne von der Axe einfallenden mittleren Strahlen, und die der Axe nahen gefärbten Strahlen nach der vierten Brechung genau in einen und denselben Punct der Axe vereinigt. Aus dieser Ursache haben auch die bisherigen Schriftsteller über die Optik für das Verhältniſs jener beyden Halbmesser sehr verschiedene Hypothesen in Vorschlag gebracht, je nachdem sie diese oder jene Absicht als eine ihnen vorzüglich erscheinende oder auch nur als ein die Rechnung erleichterndes Mittel zu erreichen bemüht waren. So hat Klügel oben, um die Brechungen der Strahlen so klein als möglich zu machen, $\frac{f}{g} = \frac{1}{3}$ angenommen (Comment. Götting Vol. XIII.); so hat derselbe Schriftsteller in seiner früher erschienenen analytischen Dioptrik, um die möglich kleinsten Krümmungen und dadurch die möglich gröſsten Oeffnungen der Linsen zu erhalten, jene beyden Halbmesser einander gleichgesetzt, was später wieder, wegen der dadurch entstehenden zu groſsen Brechungen der Strahlen als unzulässig und schädlich beinahe allgemein verworfen wurde; so hat noch früher Euler, um bei der ersten Linse von Kronglas die Kugelabweichung zu einem Kleinsten zu machen, das Verhältniſs dieser Halbmesser $\frac{f}{g} = \frac{1}{7}$ angenommen, was aber nur bey seiner genährten Auflösung der Aufgabe zweckmäſsig erscheinen mag, während es bey einer strengen Auflösung derselben ganz überflüssig ist u. s. f.

II. Da im Allgemeinen die Krümmungshalbmesser der ersten biconvexen Linse kleiner sind, als die der zweiten (S. 79), so wird auch die halbe Oeffnung des Doppelobjectivs sich vorzüg-

lich nach der ersten Linse richten, und man kann nähernd annehmen

$$x = f \text{ Sin } l$$

wo f der Radius der ersten brechenden Fläche und l der erste Einfallswinkel ist. — Sey $g = \omega f$ und $n = \frac{3}{2}$, so ist

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g} \text{ oder } f = \frac{(\omega+1)p}{2\omega}$$

Aber es ist (S. 78) $p = \frac{\theta' - \theta}{\theta'} \cdot \alpha'$. Setzt man daher $\frac{\theta}{\theta'} = \frac{3}{4}$ und die Brennweite des Doppelobjectivs $\alpha' = 1$, so ist $p = \frac{1}{4}$ und daher $f = \frac{\omega+1}{8\omega}$, also auch

$$x = \frac{(\omega+1)}{8\omega} \cdot \text{Sin } l$$

Um nach der letzten Gleichung die oben gegebenen Hypothesen zu prüfen, wollen wir zuerst bemerken, daſs unter den vier Einfalls- und Brechungswinkeln $l\ \lambda\ m\ \mu$.. (S. 26) der Winkel μ gewöhnlich einer der gröſsten ist, wie die im Vorhergehenden entwickelten Beyspiele zeigen. Um einen abgekürzten Ausdruck dieses Winkels μ zu erhalten, hat man, wenn man in den Gleichungen (S. 26) statt Sin λ, Sin m, Sin μ die Gröſsen λ m μ setzt,

$$\lambda = \frac{l}{n}$$

$$m = \left\{\frac{f}{g} + \frac{n-1}{n}\right\} l$$

$$\text{und } \mu = \left\{\frac{fn}{g} + n - 1\right\} l$$

also auch, wenn man $n = \frac{3}{2}$ setzt

$$\mu = \left\{\frac{3f}{g} + 1\right\} \cdot \frac{l}{2}$$

Nimmt man nun als allgemeine Vorschrift an, daſs der gröſste jener Winkel, d. h. daſs μ höchstens 15 Grade betragen soll, so ist

$$l = \frac{30}{\frac{3f}{g} + 1} \text{ Grade},$$

und daher die halbe Oeffnung des Objectivs

$$x = \frac{(\omega + 1)}{8\omega} \operatorname{Sin} l = \frac{1}{8}\left(1 + \frac{f}{g}\right) \operatorname{Sin} \frac{30}{1 + \frac{3f}{g}}$$

Diesen Ausdruck zur Bestimmung der Oeffnung des Objectivs gab zuerst Herr Professor Santini in seinem trefflichen Werke Theor. degli Stromenti ottici. Padova 1828. Wir wollen darauf einige der oben angegebenen Verhältnisse der Gröſsen f und g anwenden.

Ist also erstens die biconvexe Linse gleichseitig, so hat man $f = g$ und daher, unter jener Voraussetzung, daſs der gröſste jener Winkel nur 15 Grade betragen soll, für das Maximum der halben Oeffnung, die man dem Objective geben kann

$$x = \frac{1}{4} \operatorname{Sin} 7^\circ 30' = 0.03263$$

wo die Brennweite des Doppelobjectivs gleich der Einheit vorausgesetzt wird.

Klügels Annahme

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{3} \text{ gibt } x = \frac{1}{6} \operatorname{Sin} 15^\circ = 0.04313$$

und Bohnenbergers

$$\frac{f}{g} = \frac{2}{3} \text{ gibt } x = \frac{5}{24} \operatorname{Sin} 10^\circ = 0.03618$$

und Eulers

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{7} \text{ gibt } x = \frac{1}{7} \operatorname{Sin} 21^\circ = 0.05119,$$

so daſs unter den genannten die Voraussetzung Eulers noch die vortheilhafteste ist. Uebrigens ändern sich diese Werthe von x nicht unbeträchtlich, wenn man andere Werthe von $\frac{\theta}{\theta'}$ als den oben angegebenen, zu Grunde legt.

Wendet man dieses auf die (S. 98) von Herschel gegebene Tafel an, so findet man für

$$\pi = 0.55, \frac{f}{g} = 1.9 \ldots x = 0.028$$

$$\pi = 0.65, \frac{f}{g} = 2.7 \ldots x = 0.027$$

$$\pi = 0.75, \frac{f}{g} = 4.5 \ldots x = 0.024$$

also x durchaus kleiner als zuvor.

Uebrigens hat man sich an diese Beschränkung der Oeffnung des Objectivs nur bei den zwar directen aber auch bloſs approximirten Methoden (S. 76 bis 105) zu halten, während bey den folgenden indirecten aber ganz strengen Methoden diese Rücksichten wegfallen, worin ein groſser Vortheil dieser letzten Verfahrungsart besteht, die besonders dann jene erste und unvollkommene ganz verdrängen wird, wenn einmal unsere Künstler dahin gekommen seyn werden, sehr groſse und reine Stücke der beyden Glasarten ohne Mühe zu verfertigen. Wenn man bey jenen approximirten Methoden keinen gröſseren Einfallswinkel als 15° zulassen will, so heiſst das mit andern Worten, daſs man in diesen Annäherungen, in welchen man die vierten und höheren Potenzen von M (S. 50) vernachlässigt hat, sich begnügen will, die Sinus der verschiedenen Einfalls- und Brechungswinkel bis auf die fünfte Decimalstelle genau darzustellen. Denn es ist Sin 15° = 0.2588190, und wenn man statt Sin M, wie dort (S. 50) geschehen ist, den abgekürzten Ausdruck

$$M \operatorname{Sin} 1'' - \frac{M^3}{6} \operatorname{Sin}^3 1'' \text{ setzt,}$$

so erhält man, da M = 54000″ ist,

$$M \operatorname{Sin} 1'' = 0.2617994$$

$$\frac{M^3}{6} \operatorname{Sin}^3 1'' = \frac{0.0029905}{0.2588089}$$

welcher Ausdruck von Sin 15° nur um 0.0000101 verschieden ist.

Hier mögen zur Vergleichung noch die halben Oeffnungen stehen, die Fraunhofer seinen Fernröhren gegeben hat, wobey wieder die Brennweite des Doppelobjectivs als Einheit vorausgesetzt wird.

Astronomische Fernröhre.

Gröſste von der Focallänge	160 bis 100 Zoll	. . .	x = 0.027
mittlere	80 — 48 »	. . .	x = 0.033
kleinste	40 — 20 »	. . .	x = 0.042
Seefernröhre von der Focallänge	30 Zoll	. . .	x = 0.035
	20 »	. . .	x = 0.040
	16 »	. . .	x = 0.041
Zugfernröhre von der Focallänge	20 Zoll	. . .	x = 0.039
	16 »	. . .	x = 0.040
	12 »	. . .	x = 0.045
Kometensucher von der Focallänge	24 Zoll	. . .	x = 0.059

§. 10.

Am vortheilhaftesten würde es wohl seyn, die beyden ersten Halbmesser dazu zu benützen, um durch sie auch die Farbenabweichung der Randstrahlen wegzubringen. Nehmen wir, um den Weg dazu anzuzeigen, an, daſs man durch die bisher gegebenen Methoden die vier Halbmesser f g und f′ g′ und die letzten Vereinigungsweiten z z′ für die mittleren und heterogenen Centralstrahlen, so wie Z Z′ für die mittleren und heterogenen Randstrahlen gefunden habe. Nach den Bedingungen jener Methoden hat man also die zwey Gleichungen $z - z' = 0$ und $z - Z = 0$, welche beyden Gleichungen die Vernichtung der Kugelabweichung und der Farbenzerstreuung, die letzte aber bloſs für die Centralstrahlen, ausdrücken. Um daher auch die Farbenzerstreuung für die Randstrahlen aufzuheben, wird man noch der Gleichung $z - Z' = 0$ genug thun müssen; und

zu diesem Zwecke die beyden inneren Halbmesser f und f′ einer kleinen Aenderung unterwerfen, um dadurch der letzten Gleichung, ohne jene zwey vorhergehenden aufzuheben, zu genügen, wozu sich das sinnreiche Verfahren, welches Gaufs in seiner Theor. mot. corp. coel. mitgetheilt hat, vortheilhaft anwenden läfst. Nämlich die nach unserer vorhergehenden Auflösung gefundenen Werthe von f und f′ geben $z - Z = o$ und $z - Z' = \beta$, so dafs β als der Fehler dieser ersten Annahme jener beiden Halbmesser betrachtet werden kann. Aendert man nun für eine zweyte Hypothese blofs den ersten dieser Halbmesser f, und wiederholt die Rechnung mit den Werthen $g_,$ und f′, so erhält man $z - Z = \alpha'$, und $z - Z' = \beta'$, wo also α' und β' die Fehler dieser zweiten Hypothese sind. Aendert man nämlich in einer dritten Annahme blos den zweiten dieser Halbmesser f′ und wiederholt die Rechnung mit den Werthen g und $f'_,$, so erhält man $z - Z = \alpha''$ und $z - Z' = \beta''$, wo daher α'' und β'' die Fehler dieser dritten Hypothese bezeichnen. Da bey dieser dreyfachen Berechnung der vierte Halbmesser g′ immer durch die zweyte Gleichung (S. 114) bestimmt wird, so wird dadurch in jeder Berechnung auch der dritten der oben angeführten Bedingungsgleichungen $z - z' = o$ genüge gethan. Dieses vorausgesetzt, hat man nun für die wahren Werthe von g und f′, welche wir durch (g) und (f′) bezeichnen wollen, und welche allen drei Bedingungsgleichungen entsprechen, die folgenden Ausdrücke

$$(g) = g + \frac{(g_, - g)\,\alpha''\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')} \text{ und}$$

$$(f') = f' - \frac{(f'_, - f')\,\alpha'\beta}{\alpha''(\beta - \beta') - \alpha'(\beta - \beta'')}$$

§. 11.

Wenn man aber, wie es in der That bey allen Fernröhren von nicht zu grofsen Oeffnungen der Fall ist, voraussetzen darf, dafs durch die genaue Vernichtung der Farbenzerstreuung bey den Centralstrahlen, von welchen immer das vorzüglichste und lebhafteste Bild erzeugt wird, auch zugleich die Farbenabweichung der Randstrahlen bis auf einen für unsere Sinne nicht mehr

merkbaren Grad mit aufgehoben wird, so scheint es mir am vortheilhaftesten, jene beyden ersten Halbmesser f und g so zu wählen, daſs dadurch noch eine dritte nicht minder wesentliche Bedingung eines jeden guten Fernrohrs, nämlich die gröſstmögliche Lichtstärke desselben, erhalten werde. Zu diesem Zwecke wird man also die Oeffnung des Rohres so groſs als möglich machen, weil die Lichtstärke desselben von der Menge des Lichtes, welches auf das Objectiv fällt, also von der Gröſse des Objectivs selbst abhängt. Die gröſste Oeffnung des Objectivs aber wird man erhalten, wenn man die beyden ersten Halbmesser einander gleich, oder wenn man $f = g$ setzt, und dieser Ausdruck mit dem bekannten andern

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

verbunden, gibt für die gesuchten beyden ersten Halbmesser die einfache Gleichung

$$f = g = 2\,(n-1)\,p.$$

I. Kennt man so f und g, wo wieder die Brennweite p der ersten Linse für die Einheit angenommen werden kann, so findet man, λ m μ . . . bis $C\gamma$, wie vorhin, aus den Gleichungen

$$\text{Sin}\,\lambda = \frac{1}{n}\,\text{Sin}\,l$$

$$\xi = l - \lambda$$

$$\text{Sin}\,m = \text{Sin}\,\lambda + \frac{2f-d}{f}\,.\,\text{Sin}\,\xi$$

$$\text{Sin}\,\mu = n\,\text{Sin}\,m$$

$$\upsilon = \xi + \mu - m$$

$$C\gamma = f\,.\,\frac{\text{Sin}\,\mu}{\text{Sin}\,\upsilon} - f$$

Man kann auch hier, wie (S. 118) den bisher vorgetragenen Theil der Auflösung unserer Aufgabe ohne alle Rechnung, durch folgende kleine Tafel erhalten, welche die Werthe von $f = g$,

υ und $C\gamma$ für jeden Werth von n gibt, wenn $d = 0.01$ und $l = 10°$ ist.

n	f = g	υ	$C\gamma$
1.50	1.00	10° 18′ 23.″8	0.94613
1.51	1.02	10 31 7. 9	0.94497
1.52	1.04	10 43 53. 0	0.94380
1.53	1.06	10 56 39. 1	0.94261
1.54	1.08	11 9 26. 5	0.94141
1.55	1.10	11 22 14. 9	0.94019
1.56	1.12	11 35 4. 6	0.94895

II. Kennt man aber $f = g$, υ und $C\gamma$, so sucht man zuerst die Gröſse

$$M = \frac{1}{n-1}\left(1 + \frac{(n+1)\,d}{4\,n^2}\right) \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = 1 - (n'-1)\,M\pi + \frac{d}{4\,n}$$

und dann mit irgend einem angenommenen Werth von f' die Gröſsen g' l' λ' ... bis (y') durch folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{g'} = M\pi - \frac{1}{f'}$$

$$\text{Sin } l' = \frac{(C\gamma + f')\ \text{Sin } \upsilon}{f'}$$

$$\text{Sin } \lambda' = \frac{1}{n'}\ \text{Sin } l'$$

$$\xi' = \upsilon + \lambda' - l'$$

$$\text{Sin } m' = \left(f'.\ \frac{\text{Sin } \lambda'}{\text{Sin } \xi'} - (f'+g')\right)\frac{\text{Sin } \xi'}{g'}\ .$$

$$\text{Sin } \mu' = n'\ \text{Sin } m'$$

$$\upsilon' = \xi' + m' - \mu' \text{ und}$$

$$(y') = g.'\ \frac{\text{Sin } \mu'}{\text{Sin } \upsilon'} + g'$$

wo man wieder f' so lange ändert, bis der letzte Werth von (y') gleich dem vorhergehenden Werth von y' ist, wodurch dann

die vier Halbmesser, den drey oben aufgestellten Bedingungen gemäſs, vollkommen bestimmt sind.

§. 12.

Wendet man auf diese Ausdrücke das oben (S. 117) gegebene Beyspiel an, so ist

$$n = 1.53, n' = 1.58, \pi = \tfrac{2}{3} \text{ und } d = 0.01.$$

Setzt man den ersten Einfallswinkel $l = 10°$, so findet man

$$f = g = 1.06$$
$$\upsilon = 10° \; 56' \; 39.''1$$
$$C\gamma = 0.94261$$

Ferner ist

$$M\pi = 1.2612603 \text{ und}$$
$$y' = 3.702292$$

Die beyden hypothetischen Halbmesser $f' = 1.05$ und $f' = 1.04$ geben.

f' =	1.05	1.04
g' =	3.237509	3.336426
l' =	21° 7′ 4.″4	21° 13′ 6.″9
λ' =	13 10 52.1	13 14 31.9
ξ' =	3 0 26.8	2 58 4.1
m' =	0 15 22.84	0 11 59.72
μ' =	0 24 18.09	0 18 57.16
υ' =	2 51 31.55	2 51 6.66
(y') =	3.696382	3.7061278
Es war y' =	3.702292	3.7022920
Differenz =	— 0.005910	+ 0.0038358

woraus man für den verbesserten Werth von f' erhält:

$$f' = 1.04394, \text{ also auch } g' = 3.2965123.$$

Bleibt man schon dabey stehen, obschon es in unserer Willkühr steht, die Annäherung so weit zu treiben, als es gefordert wird, so sind die gesuchten Halbmesser des Doppelobjectivs

$$f = g = 1.06 \text{ und } f' = 1.04394$$
$$g' = 3.2965123$$

und der Oeffnungshalbmesser desselben

$$x = y' \text{ tg } \upsilon' = 0.04986\ y'$$

also z. B. für eine Focallänge von 5 Fuſs x = 2.992 Zolle, viel gröſser, als (S. 118), so daſs also die erste der oben aufgestellten Bedingungen, eine groſse Oeffnung des Objectivs, erfüllt wird.

I. Um zu sehen, ob auch der zweyten Bedingung, der Coincidenz der mittleren Central- und Randstrahlen nach der vierten Brechung genug geschieht, findet man mit den erhaltenen Werthen von f, g und f′ g′, nach (S. 27)

$l' =$	21°	10′	43.″ 2		$\lambda' =$	13°	13′	4.″ 8	
$\xi' =$	2	59	0. 7		$m' =$	0	13	20. 15	
$\mu' =$	0	21	4. 28		$\upsilon' =$	2	51	16. 57	

$$(y') = 3.702231$$
$$y' = 3.702292$$
$$\text{Differenz} = -\ 0.000061.$$

Für die dritte Bedingung, die Vernichtung der Farben bey den Centralstrahlen, hat man endlich

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2}{n\,f^2}.\ d$$

oder hier

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757241}\ (n-1)$$
$$-\ \overline{0.1008047}\ (n'-1)$$
$$+\ \overline{7.9493882}\ \frac{(n-1)^2}{n}$$

Ist daher, wie (S. 117) dn = 0.006 und dn′ = 0.009, also $\pi = \frac{2}{3}$, so gibt die letzte Gleichung für die mittleren Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.58$$
$$\frac{1}{y'} = 0.270103\ \ y' = 3.70229$$

und für die violetten

$$n = 1.536,\ n' = 1.589$$

$$\frac{1}{y'} = 0.270103,\ y' = 3.70229$$

also auch die Farbenzerstreuung gut gehoben.

§. 13.

Ein zweytes Beyspiel für $n = 1.53$ und $n' = 1.60$, und für einen extremen Werth von $\pi = 0.50$ gibt eben so

$$f = g = 1.06,\ \upsilon = 10^\circ\ 56'\ 39.''1$$
$$C\gamma = 0.94261,\ M\pi = 0.945945 \text{ und}$$
$$y' = 2.3037916,$$

woraus man nach einigen Versuchen findet:

$$f' = 1.04266,\ \text{und } g' = -76.1009517,$$

so daſs also die letzte brechende Fläche in diesem Beyspiele convex und nur sehr wenig gekrümmt ist, weil g' negativ und sehr groſs ist.

I. Zur Prüfung dieses Fernrohrs hat man erstens für den Oeffnungshalbmesser

$$x = 0.80158\ y',$$

also für eine Brennweite $y' = 5$ Fuſs schon $x = 4.809$ Zolle, oder ungewöhnlich groſs, daher man diese Einrichtung für ähnliche π, besonders bey Kometensuchern und andern sehr lichtstarken Fernröhren brauchbar finden wird.

Die zweyte Bedingung wegen der Kugelabweichung gibt nach S. 27

$$l' = 21^\circ\ 11'\ 29.''8 \qquad \lambda' = 13^\circ\ 3'\ 27.''2$$
$$\xi' = 2\ \ 48\ \ 36.\ 5 \qquad m' = -2\ \ 56\ \ 57.06$$
$$\mu' = -4\ \ 43\ \ 19.\ 03 \qquad \upsilon' = +4\ \ 34\ \ 58.47$$

$$(y') = 2.3037483$$
$$\text{Es war } y' = 2.3037916$$
$$\text{Differenz} = -0.0000433$$

Die dritte Bedingung wegen der Farbenzerstreuung gibt aber nach S. 31

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757241}\,(n-1)$$
$$- \overline{9.9758659}\,(n'-1)$$
$$+ \overline{7.9493682}\,\frac{(n-1)^2}{n}$$

Setzt man dann $dn = 0.004$ und $dn' = 0.008$, so hat man aus der letzten Gleichung für die mittleren Strahlen

$$n = 1.53,\ n' = 1.60,\ y' = 2.303792$$

und für die violetten

$$n = 1.534,\ n' = 1.608\ ..\ y' = 2.303798$$
$$\text{Differenz} - 0.000006$$

Daſs man übrigens auch bey den besten Fernröhren, wie die Erfahrung zeigt, und bey unsern vorzüglichsten Doppelobjectiven, den Werth von der Vergröſserung m nicht so groſs, und den der Brennweite p nicht so klein, als man will, annehmen kann, kömmt daher, weil (S. 75) jene beyden Fehler, ihrer Natur nach, nicht vollkommen weggebracht werden können. So ist für jedes Fernrohr im Allgemeinen der gröſste Theil des Halbmessers der Kugelabweichung $R = \frac{m x^3}{p^3}$ (S. 62) wenn p die Brennweite des Objectivs, x die halbe Oeffnung desselben, und m die Vergröſserung des Fernrohrs bezeichnet. Hat man z. B. für ein Fernrohr p = 12 Zolle und $x = \frac{1}{2}$, und für ein anderes verhältniſsmäſsig eben so gut gearbeitetes $p' = 24$ und $x' = 2$, so ist das Verhältniſs ihrer Kugelabweichungen $\frac{R'}{R} = 8\,\frac{m'}{m}$, also bey der zweyten selbst für dieselbe Vergröſserung, die Kugelabweichung schon achtmahl stärker. Da aber, wie wir später sehen werden, bey gleicher Helligkeit der Fernröhre die Vergröſserung der Oeffnung proportional und hier $x' = 4x$ ist, so ist auch $m' = 4m$, oder $R' = 32\,R$, oder der Fehler der Kugelabweichung der in dem ersten Fernrohre noch als sehr klein angenommen werden konnte, erscheint in der zweyten schon 32 Mahl gröſser.

Man kann noch bemerken, daſs der vierte Halbmesser g′ und

der Oeffnungshalbmesser x des Objectivs desto gröſser wird, je näher π (welche Gröſse zwischen den Grenzen 0.5 und 0.7 enthalten ist) an diese erste Grenze 0.5 kömmt, und daſs g′ und x desto kleiner werden, je näher π an 0.7 ist. Für $\pi = 0.7$ und $n = 1.5$, $n' = 1.6$, findet man $g' = 2.413$, $\upsilon' = 1^0\,35'$, also $x = y' \operatorname{tang} \upsilon' = 0.0276\, y'$, und daher für $y' = 5$ Fuſs $x = 1.66$ Zoll, also selbst dieser kleinste Werth von x nahe dem unserer bisherigen besten Fernröhre gleich, für welche nahe $x = 0.03\, y'$ ist.

§. 14.

Bey den vorhergehenden Berechnungen eines Doppelobjectivs ist bloſs der indirecte Theil derselben noch etwas beschwerlich, weil man, wenn man Anfangs einen von der Wahrheit noch beträchtlich entfernten Werth von f′ gewählt hat, eine öftere Wiederholung der Rechnung vornehmen muſs. Allein die im Cap. V. vorgetragene Methode gibt uns ein sehr bequemes Mittel, gleich Anfangs einen bereits genäherten Werth dieses Halbmessers f′ zu erhalten, und dadurch jene zeitraubenden Wiederholungen zu ersparen.

Setzt man nämlich die Distanz ω der beyden Linsen, also auch ihre Dicke gleich Null, so geben die angeführten Gleichungen, da nahe

$$\pi = \frac{\theta}{\theta'} \text{ ist (S. 80)}$$

$$p = (1 - \pi)\,\alpha'$$

$$p' = -\frac{(1-\pi)}{\pi}\,\alpha' \text{ und}$$

$$a' = -(1-\pi)\,\alpha'$$

Da wir aber hier die Brennweite p der ersten Linse gleich der Einheit angenommen haben, so gibt die erste dieser Gleichungen $\alpha' = \frac{1}{1-\pi}$, und daher die beyden folgenden

$$p' = -\frac{1}{\pi} \text{ und } a' = -1$$

Es war aber (S. 80)

$$\lambda' = -\frac{\mu\lambda\, p\, p'^3}{\mu'\, a'^4} - \frac{\nu'\, p'^2}{a'\, \alpha'}$$

$$\text{wo } \sqrt{\lambda - 1} = \frac{2\,(n^2 - 1)}{n\sqrt{4n - 1}},$$

und überdieſs

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau'\sqrt{\lambda' - 1}}{p'},$$

also ist auch, wenn man in diesen beiden Gleichungen die vorhergehenden Werthe von p, p' und a', α' substituirt,

$$\left.\begin{aligned} \lambda' &= \frac{\mu\lambda}{\mu'\pi^3} + \frac{\nu'(1-\pi)}{\pi^2} \text{ und} \\ \frac{1}{f'} &= \varrho' - \sigma'(1-\pi) + \tau'\pi\sqrt{\lambda' - 1} \end{aligned}\right\}$$

wo die dritte brechende Fläche hohl oder concav ist, wenn f' positiv wird.

Da man für jeden Werth von n die Gröſsen μ, ν, ϱ, σ und τ, so wie für jeden Werth von n' die Gröſsen μ', ν', ϱ', σ' und τ' aus (S. 59) findet, so geben die beiden letzten Gleichungen durch eine sehr einfache Rechnung den gesuchten ersten genäherten Werth von f', mit welchem man dann den indirecten Theil unserer gegenwärtigen Auflösung nach S. 128 leicht ausführen wird. In unserem letzten Exempel ist

$$n = 1.53,\ n' = 1.58, \text{ also}$$

$$\begin{array}{lll} \mu = 0.9875 & \lambda = 1.6006 & \sigma' = 1.5827 \\ \mu' = 0.8724 & \nu' = 0.2529 & \tau' = 0.8775 \\ & \varrho' = 0.1414 & \end{array}$$

also ist auch $\lambda' = 6.3020$ und

$$\frac{1}{f'} = 0.1414 - 0.5276 + 0.5850.\sqrt{\lambda' - 1} = 0.9608$$

oder $f' = 1.041$ nur 0.002 zu klein.

§. 15.

Noch bequemer aber, besonders für den in solchen Rechnungen weniger geübten Künstler, wird es seyn, das Verfahren (S. 96) auch auf unsere gegenwärtige Methode anzuwenden, und so mit Hülfe einer Tafel die Auflösung der Aufgabe beynahe ohne alle Rechnung zu erhalten.

Um dieser Tafel mehr Sicherheit zu geben, müssen zuerst die Werthe der vier Halbmesser für verschiedene zweckmäſsig ausgewählte Werthe von n, n' und π nach den Gleichungen (S. 127) genau berechnet werden. Dieſs geschah durch Herrn Nagy, einen eifrigen Freund der Wissenschaft, und die Resultate seiner sorgfältigen Arbeit sind in der folgenden Tafel enthalten, die den ersten Einfallswinkel $l = 10^\circ$ und $d = 0.01$, so wie $d' = \triangle = 0$ voraussetzt. Eigentlich hätte nach (S. 85) $d = 0.033$ genommen werden sollen, wofür hier $d = 0.01$ gesetzt wurde, eine Abweichung, die keinen bedeutenden Einfluſs auf die folgenden Resultate hat.

π	n	n′	f=g	M π	y′	f′	g′	v′	(y′)	y—(y′)
	1.53	1.60	1.06	0.9459453	2.3037916	1.0416585	— 76.093635	4°34′58.″564	2.303785	+0.0000066
0.50	1.50	1.60	1.00	1.0027777	2.5000004	1.0027302	+181.804992	3 59 7. 160	2.500003	—0.0000026
	1.53	1.63	1.06	0.9459453	2.4649222	1.0613425	266.044452	4 17 4. 861	2.464982	—0.0000060
	1.5	1.60	1.06	1.0405398	2.6503398	1.0511785	11.2074228	3 59 9. 055	2.6503407	—0.0000009
0.55	1.50	1.60	1.00	1.1030555	2.9426189	1.0086155	8.9607862	3 23 15. 034	2.9426162	+0.0000027
	1.53	1.63	1.06	1.0405398	2.8893809	1.0687965	9.5321225	3 39 25. 839	2.8893863	—0.0000054
	1.53	1.60	1.06	1.1351343	3.1196053	1.0546764	5.3482762	3 23 15. 227	3.1195990	+0 0000063
0.60	1.50	1.60	1.00	1.2033333	3.5756851	1.0105125	4.6786687	2 47 18. 652	3.5756921	—0.0000070
	1.53	1.63	1.06	1.1351343	3.4904094	1.0713285	4.9575169	3 1 42. 331	3.4904102	—0.0000008
	1.53	1.60	1.06	1.2297288	3 7908309	1.0552735	3.5447489	2 47 17. 579	3.7908288	+0 0000021
0.65	1.50	1.60	1.00	1.3036111	4.5578858	1.0091250	3.1984324	2 11 16. 088	4.5578806	+0.0000052
	1.53	1.63	1.06	1.2297288	4.4071340	1.0715008	3.3731547	2 23 55. 418	4.4071327	+0.0000013
	1.53	1.60	1.06	1.3243234	4.8299859	1.0550358	2.6561239	2 11 17. 486	4.8299944	—0 0000085
0.70	1.50	1.60	1.00	1.4038888	6.2761499	1.0106358	2.4130575	1 35 18. 450	6.2761403	+0.0000096
	1.53	1.63	1.06	1.3243234	5.9769206	1.0713986	2.5577789	1 46 6. 272	5.9769267	—0.0000061

Diese Tafel gibt also für die in den drey ersten Columnen angezeigten Werthe von π, n und n' die Gröfsen f, g, f', g' so wie $M\pi$, dann die vierte Vereinigungsweite y' für die mittleren Centralstrahlen, und (y') für die mittleren Randstrahlen; ferner den letzten Vereinigungswinkel υ' der Randstrahlen mit der Axe, und endlich die Differenz der beyden Gröfsen y — (y'). Da diese Differenz bey allen fünfzehn Fällen so klein ist, so ist für sich klar, dafs auch für alle diese Fälle die Kugelabweichung gut gehoben wurde. Eben so genau ist aber auch die Farbenzerstreuung für die der Axe nahen Strahlen vernichtet worden, wie die Gleichung

$$\frac{1}{y'} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2\,(0.01)}{n f'}$$

zeigt, wenn man auf sie die vorhergehenden Werthe n n' und f' g' der Tafel anwendet. So gibt z. B. der letzte Fall der Tafel

$$n = 1.53 \quad n' = 1.63 \quad dn = 0.005, \quad dn = 0.00714286$$

$$\text{also} \quad \pi = 0.70$$

$$\frac{1}{y'} = \overline{0.2757241}\,(n-1)$$
$$-\ \overline{0.1219942}\,(n'-1)$$
$$+\ \overline{7\,9493882}\,\frac{(n'-1)^2}{n}$$

also für die mittleren Strahlen

$$n = 1.53 \quad n' = 1.63; \quad \frac{1}{y'} = 0.1673102; \quad y' = 5.976921$$

für die violetten

$$n = 1.535 \quad n' = 1.63714286$$

$$\frac{1}{y'} = 0.167310, \quad y' = 5.976928$$

und für die rothen

$$n = 1.525, \quad n' = 1.62285714$$

$$\frac{1}{y'} = 0.1673101, \quad y' = 5.976924$$

und so für alle übrigen Fälle.

§. 16.

Diese Tafel gibt schon an sich zu einigen Bemerkungen Gelegenheit. Während z. B. die Gröfse n wächst indem n′ und π constant bleiben, wachsen auch die Gröfsen f, g, f′ g′ und υ', und y′ nimmt ab. Ganz dasselbe hat auch statt, wenn n′ wächst, während n und π constant bleiben. Wächst aber blofs π, während n und n′ constant sind, so wächst auch, wenigstens bis zu der Grenze $\pi = 0.65$ die Gröfse f′ und y′, während g′ und υ' abnehmen. Besonders merkwürdig ist, dafs für dieselben Werthe von n und n′ die Gröfse y′ oder die Länge des Fernrohrs immer kleiner wird, je kleiner die Gröfse π wird, so dafs man also die Länge der Fernröhre sehr verkürzen würde, wenn man die Zerstreuung des Kronglases vermindern oder die des Flintglases vermehren könnte, weil in beyden Fällen die Gröfse π kleiner wird.

Ferner hängt der Werth des Oeffnungshalbmessers x des Objectivs in allen fünfzehn Fällen gröfstentheils nur von dem Werthe der Gröfse n ab, während der Einflufs von n′ und π auf x nur sehr gering ist. Man erhält nämlich sehr nahe für alle Werthe von π im Mittel

n	n′	$x = y' \text{tang.} \upsilon'$
1.53	1.60	0.18463
1.50	1.60	0.17413
1.53	1.63	0.18468.

Setzt man daher, da bei der Bestimmung des Werthes von x ohnehin keine grofse Schärfe erfordert wird, x als eine blofse Function von n, so hat man sehr nahe für die halbe Oeffnung des Objectivs

$$x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$$

wodurch die umständliche Berechnung der Gröfsen υ' und y′ umgangen wird.

Endlich mufs noch bemerkt werden, dafs die Variation des dritten Halbmessers f′, die von einer Aenderung in n entspringt, viel beträchtlicher ist, als jene, welche von einer Aenderung in n′ erzeugt wird, und dafs überhaupt durch das ganze Gebiet der Tafel die Gröfse f′ sich nur sehr l a n g s a m ändert, wäh-

rend die Variation des vierten Halbmessers g' im Gegentheile ungemein grofs ist.

Diese letzte Bemerkung ist es vorzüglich, welche uns ein sehr angemessenes Mittel an die Hand gibt, die vorhergehenden Rechnungen (S. 128) wesentlich zu vereinfachen. Diese sehr langsame Aenderung des dritten Halbmessers f' nämlich, dessen Bestimmung eben jene indirecten Rechnungen so umständlich machte, gibt uns Gelegenheit, diese Werthe von f' in eine zu unserm Zwecke sehr bequeme Tafel zu bringen, mit deren Construction wir uns nun beschäftigen wollen.

§. 17.

Stellt man zuerst die Werthe von (f') zusammen, welche für $n = 1.50$ und $n' = 1.60$ in der Tafel gefunden werden, so hat man

π	(f')
0.50	1.0027302
0.55	1.0086155
0.60	1.0105125
0.65	1.0091250
0.70	1.0106358

Um daraus auch die Werthe von (f') für die übrigen Zwischenwerthe von π zu erhalten, wollen wir annehmen

$$(f') = A + B(\pi - 0.5) + C(\pi - 0.5)^2 + D(\pi - 0.5)^3 + E(\pi - 0.5)^4$$

Um die Werthe dieser fünf Coefficienten A B C D und E zu bestimmen, wird man die vorhergehenden Ausdrücke von π und (f') in der letzten Gleichung substituiren, wodurch man erhält

$$A = 1.0027302$$
$$0.0058853 = 0.05\,B + 0.0025\,C + 0.000125\,D + 0.00000625\,E$$
$$0.0077823 = 0.10\,B + 0.0100\,C + 0.001000\,D + 0.00010000\,E$$
$$0.0063948 = 0.15\,B + 0.0225\,C + 0.003375\,D + 0.00050625\,E$$
$$0.0079056 = 0.20\,B + 0.0400\,C + 0.008000\,D + 0.00160000\,E$$

woraus man durch Elimination findet

$$B = 0.1348860o$$
$$C = 0.066063333$$
$$D = -10.0196000$$
$$E = 36.5266667$$

so dafs man daher hat

$$\begin{aligned}(f') = {} & 1.0027302 \\ & + 0.1348860 (\pi - 0.5) \\ & + 0.0660633 (\pi - 0.5)^2 \\ & - 10.0196000 (\pi - 0.5)^3 \\ & + 36.5266667 (\pi - 0.5)^4\end{aligned}$$

und diese letzte Gleichung ist es, nach welcher die zweite Columne der unten folgenden Tafel berechnet worden ist.

I. Diese Columne setzt also n = 1.50 und n′ = 1.60 voraus. Allein die (S. 136) gegebene Tafel gibt auch die Aenderungen des Halbmessers (f′), welche von einer Aenderung der Gröfsen n und n′ entspringen. Nennt man nämlich $\left(\frac{d f'}{d n}\right)$ die Aenderung von (f′), die von einer Aenderung von 0.01 in der Gröfse n, und eben so $\left(\frac{d f'}{d n'}\right)$ die Aenderung von (f′), die von einer Aenderung von 0.01 in der Gröfse n′ entspringt, so gibt die Tafel (S. 136)

π	$\left(\frac{d f'}{d n}\right)$	$\left(\frac{d f'}{d n'}\right)$
0.50	1.3309433	0.622800
0.55	1.4187666	0.587267
0.60	1.4721300	0.555070
0.65	1.5382833	0.540910
0.70	1.4800000	0.545427.

Behandelt man also auch diese zwei Systeme wie das vorhergehende für (f′), um die Ausdrücke von $\left(\frac{d f'}{d n}\right)$ und $\left(\frac{d f'}{d n'}\right)$ für die Zwischenwerthe von π zu erhalten, so bekommt man die zwei folgenden Gleichungen

$$\left(\frac{df'}{dn}\right) = 1.3309433$$
$$+ \quad 3.3384445\ (\pi - 0.5)$$
$$- \quad 50.162572\ (\pi - 0.5)^2$$
$$+ \quad 431.952100\ (\pi - 0.5)^3$$
$$- \quad 1229.841333\ (\pi - 0.5)^4$$

und

$$\left(\frac{df'}{dn'}\right) = 0.622800$$
$$- \quad 0.575715\ (\pi - 0.5)$$
$$- \quad 4.850620\ (\pi - 0.5)^2$$
$$+ \quad 47.721000\ (\pi - 0.5)^3$$
$$- \quad 93.733333\ (\pi - 0.5)^4$$

und nach diesen zwei Gleichungen ist die dritte und vierte Columne der folgenden Tafel berechnet worden.

§. 18.

Kennt man also durch Hülfe dieser Tafel für jeden Werth von π die Gröſsen (f'), $\left(\frac{df'}{dn}\right)$ und $\left(\frac{df'}{dn'}\right)$, so findet man daraus für die gegebenen Werthe von n und n′ den eigentlich gesuchten dritten Halbmesser f′ durch die Gleichung

$$f' = (f') + (n - 1.50) \cdot \left(\frac{df'}{dn}\right) + (n' - 1.60) \cdot \left(\frac{df'}{dn'}\right)$$

Kennt man aber den Werth von f′, so ist es nicht mehr schwer, auch die drei übrigen Halbmesser, so wie die letzte Vereinigungsweite y′ zu finden. Man sucht nämlich zuerst M aus

$$M = \frac{1}{n-1}\left\{1 + 0.0025\,\frac{(n+1)}{n^2}\right\}$$

$$\text{und } N = 1 + \frac{0.0025}{n}$$

welche Werthe von M und N man auch aus der zweyten der folgenden Tafel nehmen kann, und dann ist sofort

$$f = g = 2\,(n-1)$$

$$\frac{1}{g'} = M\,\pi - \frac{1}{f'} \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = N - (n'-1)\,M\,\pi$$

und dadurch ist das Doppelobjectiv vollkommen bestimmt. Der Oeffnungshalbmesser desselben endlich ist

$$x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$$

und man kann $f = g$ und x auch ohne Rechnung aus derselben zweiten Tafel nehmen.

I. Die so erhaltenen Gröfsen $f\ g\ f'\ g'$ und x setzen alle die Brennweite der ersten Linse von Kronglas, als die Einheit aller Dimensionen des Fernrohres voraus. Nimmt man aber, wie gewöhnlich, die Brennweite y' des Doppelobjectivs selbst für die Einheit an, so wird man blofs die vorhin erhaltenen Zahlen von $f\ g\ f'\ g'$ und x durch die Gröfse y' dividiren. Soll endlich die Brennweite des Doppelobjectivs z. B. fünf Fufs oder 60 Zolle seyn, so wird man alle jene Zahlen durch $\frac{60}{y'}$ dividiren, und dadurch die Werthe von $f\ g\ f'\ g'$ und x' in Zollen erhalten u. s. w.

II. Dafs endlich diese Tafel, die immer schon einen sehr genäherten Werth von f' gibt, auch dann vortheilhaft angewendet werden kann, wenn man die Rechnung mit aller Schärfe nach (S. 128) führen will, was für gröfsere Objective immer geschehen soll, ist für sich klar, obschon man sich in allen Fällen, wo die Oeffnung des Objectivs nicht zu grofs ist, unmittelbar der Resultate der Tafel mit Sicherheit bedienen wird.

§. 19.

Es ist nur noch übrig, den äufserst bequemen Gebrauch dieser Tafel durch ein Beispiel zu erläutern, und damit diese vielleicht schon zu lange verfolgten Betrachtungen zu beschliefsen.

Sey also $n = 1.53 \quad dn = 0.0036$
$n' = 1.63 \quad dn' = 0.0060$

und daher $\pi = 0.60$

Die beyden erwähnten Tafeln geben sofort

$$f = g = 1.06$$
$$M = 1.891891$$
$$(f') = 1.01051$$
$$\left(\frac{df'}{dn}\right) = 1.472 \text{ und } \left(\frac{df'}{dn'}\right) = 0.555$$

also ist der dritte Halbmesser

$$f' = 1.01051 + 0.04416 + 0.01665 = 1.07132$$

und daraus
$$g' = 4.957517$$
$$y' = 3.49041$$
$$x = 0.18463$$

welche Ausdrücke alle die Brennweite der ersten Linse als die Einheit voraussetzen. Soll daher die Brennweite der Doppellinse die Einheit seyn, so dividirt alle vorhergehenden Zahlen durch $\frac{1}{y'}$, wodurch man erhält

$$f = g = 0.303689$$
$$f' = 0.306932$$
$$g' = 1.420325$$
$$x = 0.05289$$

Soll z. B. die Brennweite des Doppelobjectivs gleich 60 Zolle seyn, so multiplicirt man die letzten vier Zahlen durch 60, wodurch man erhält

$$f = g = 18.2214 \text{ Zolle}$$
$$f' = 18.4159$$
$$g' = 85.2195$$
$$x = 3.1737$$

wo noch unbestimmt bleibt, welche Gattung von Zollen man nehmen will.

Nach (S. 138) ist $x = 0.35016\,(n-1) - 0.00095$, also $x = 0.174$ für den mittleren Werth von $n = 1.5$. Soll dann die Brennweite des Doppelobjectivs L Zolle betragen, so ist der Oeffnungshalbmesser X desselben in Zollen ausgedrückt

$$X = \frac{L}{y'} \cdot x = 0.174\,\frac{L}{y'}$$

und da nach der Tafel (S. 136) die Gröſse y' von 2 bis 6 variirt, so hat man z. B. für L = 60 Zolle

y'	X Zolle	π
2	5.22	0.50
3	3.48	0.60
4	2.61	0.65
5	2.09	0.65
6	1.74	0.70

woraus folgt, daſs die Oeffnung der nach dieser Methode bestimmten Objective für $\pi = 0{,}65$ bis 0.70 mit den Oeffnungen der bisher gewöhnlichen Fernröhre zusammenfällt, für kleinere Werthe von π aber sie desto mehr übertrifft, je kleiner π ist. (Vergl. S. 130 und 132.)

Hier kann noch der hohlen mit einer Flüssigkeit gefüllten Objective erwähnt werden, die zuerst Dr. Blair ausführte, und die erst in unseren Tagen von dem Sohne desselben, so wie noch mehr von Barlow vervollkommnet wurden. Man hat ihnen den Vorwurf gemacht, daſs die Flüssigkeit derselben, wegen dem zu unvollkommenen Schlusse der beyden Halblinsen zu früh verdünste; allein Blair besitzt Objective dieser Art, die seit dreiſsig Jahren keine Spur von Verdünstung zeigen. Aber Verderbnisse der Flüssigkeit, Ansetzen von Krystallen in derselben, so wie Aenderungen ihrer Dichte, und also auch ihrer Brechbarkeit und Farbenzerstreuung durch die Temperatur werden schwerer zu entfernen oder unschädlich zu machen seyn. Diese Aenderungen der Temperatur erzeugen eine Art von Strömungen in der Flüssigkeit, welche vielleicht gleich schädlich, wie die Wellen und Streifen des Flintglases sind, die sich so schwer bey gröſseren Stücken dieses Glases vermeiden lassen, und die eben zu jener Substitution einer andern Masse Gelegenheit gegeben haben. Doch sollen besonders Barlow's Fernröhre dieser Art, die er, weil in ihnen beyde Abirrungen des Lichtes vollkommen weggebracht würden, aplanatische nennt, eine beträchtlich gröſsere Oeffnung bei derselben Brennweite, als die mit Objectiven aus zwey Glaslinsen, vertragen, und sich durch die Farbenlosigkeit und hohe Schärfe auszeichnen, mit welcher sie die Gegenstände darstellen.

Erste Tafel.

π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.500	1.00273	1.331	0.623	0.530	1.00659	1.396	0.601
01	1.00286	1.334	0.622	31	1.00670	1.397	0.600
02	1.00300	1.337	0.621	32	1.00682	1.399	0.599
03	1.00313	1.340	0.620	33	1.00693	1.400	0.599
04	1.00327	1.344	0.620	34	1.00705	1.401	0.598
0.505	1.00340	1.346	0.619	0.535	1.00716	1.402	0.597
06	1.00354	1.349	0.618	36	1.00727	1.403	0.596
07	1.00367	1.352	0.617	37	1.00737	1.404	0.596
08	1.00381	1.355	0.616	38	1.00748	1.406	0.595
09	1.00394	1.357	0.616	39	1.00758	1.407	0.594
0.510	1.00408	1.360	0.615	0.540	1.00768	1.408	0.594
11	1.00421	1.362	0.614	41	1.00778	1.409	0.593
12	1.00434	1.365	0.613	42	1.00788	1.410	0.592
13	1.00447	1.367	0.612	43	1.00798	1.411	0.591
14	1.00461	1.369	0.612	44	1.00808	1.413	0.591
0.515	1.00474	1.371	0.611	0.545	1.00817	1.414	0.590
16	1.00487	1.374	0.610	46	1.00826	1.415	0.589
17	1.00499	1.375	0.610	47	1.00837	1.416	0.589
18	1.00512	1.377	0.609	48	1.00844	1.417	0.588
19	1.00525	1.379	0.608	49	1.00852	1.418	0.587
0.520	1.00538	1.381	0.608	0.550	1.00861	1.419	0.587
21	1.00550	1.382	0.607	51	1.00870	1.420	0.585
22	1.00563	1.384	0.606	52	1.00878	1.421	0.584
23	1.00575	1.385	0.605	53	1.00886	1.421	0.583
24	1.00588	1.387	0.604	54	1.00894	1.422	0.582
0.525	1.00600	1.389	0.603	0.555	1.00901	1.423	0.581
26	1.00612	1.391	0.603	56	1.00909	1.424	0.581
27	1.00624	1.392	0.602	57	1.00916	1.425	0.580
28	1.00636	1.393	0.602	58	1.00923	1.426	0.580
29	1.00647	1.394	0.601	59	1.00930	1.427	0.579

π	(f′)	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f′)	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.560	1.00937	1.428	0.579	0.595	1.01052	1.465	0.557
61	1.00943	1.429	0.578	96	1.01053	1.466	0.557
62	1.00950	1.430	0.577	97	1.01053	1.467	0.556
63	1.00956	1.431	0.576	98	1.01052	1.469	0.556
64	1.00962	1.432	0.576	99	1.01052	1.470	0.555
0.565	1.00967	1.432	0.575	0.600	1.01051	1.472	0.555
66	1.00973	1.433	0.574	01	1.01050	1.473	0.555
67	1.00978	1.434	0.573	02	1.01050	1.474	0.554
68	1.00984	1.435	0.572	03	1.01049	1.475	0.554
69	1.00989	1.436	0.572	04	1.01047	1.477	0.554
0.570	1.00994	1.437	0.572	0.605	1.01046	1.478	0.553
71	1.00998	1.438	0.571	06	1.01045	1.480	0.553
72	1.01003	1.439	0.570	07	1.01044	1.482	0.553
73	1.01007	1.440	0.569	08	1.01042	1.483	0.552
74	1.01011	1.441	0.569	09	1.01040	1.484	0.552
0.575	1.01014	1.441	0.568	0.610	1.01038	1.486	0.552
76	1.01018	1.443	0.567	11	1.01036	1.487	0.551
77	1.01021	1.444	0.567	12	1.01034	1.489	0.551
78	1.01025	1.445	0.566	13	1.01031	1.490	0.550
79	1.01028	1.446	0.566	14	1.01029	1.492	0.550
0.580	1.01031	1.448	0.566	0.615	1.01026	1.493	0.550
81	1.01033	1.449	0.565	16	1.01024	1.495	0.550
82	1.01036	1.450	0.564	17	1.01021	1.496	0.549
83	1.01038	1.451	0.563	18	1.01018	1.498	0.549
84	1.01041	1.452	0.563	19	1.01015	1.499	0.549
0.585	1.01042	1.453	0.562	0.620	1.01013	1.501	0.549
86	1.01044	1.454	0.561	21	1.01010	1.502	0.549
87	1.01045	1.455	0.561	22	1.01007	1.503	0.549
88	1.01047	1.456	0.561	23	1.01003	1.504	0.549
89	1.01048	1.457	0.560	24	1.01000	1.506	0.548
0.590	1.01050	1.459	0.560	0.625	1.00997	1.508	0.548
0.591	1.01050	1.460	0.560	26	1.00994	1.509	0.548
92	1.01051	1.462	0.559	27	1.00990	1.510	0.548
93	1.01051	1.463	0.559	28	1.00987	1.512	0.547
94	1.01052	1.464	0.558	29	1.00983	1.514	0.547

π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.630	1.00980	1.515	0.547	0.660	1.00890	1.544	0.541
31	1.00977	1.516	0.547	61	1.00888	1.544	0.541
32	1.00974	1.517	0.547	62	1.00887	1.544	0.541
33	1.00970	1.518	0.546	63	1.00886	1.545	0.541
34	1.00966	1.520	0.546	64	1.00885	1.545	0.541
0.635	1.00962	1.521	0.546	0.665	1.00885	1.545	0.541
36	1.00959	1.523	0.546	66	1.00884	1.544	0.540
37	1.00955	1.524	0.545	67	1.00884	1.544	0.540
38	1.00952	1.525	0.545	68	1.00884	1.544	0.540
39	1.00948	1.527	0.545	69	1.00885	1.544	0.540
0.640	1.00945	1.528	0.545	0.670	1.00885	1.544	0.540
41	1.00941	1.529	0.545	71	1.00886	1.543	0.540
42	1.00938	1.530	0.545	72	1.00887	1.542	0.540
43	1.00934	1.531	0.545	73	1.00888	1.542	0.541
44	1.00931	1.532	0.545	74	1.00890	1.541	0.541
0.645	1.00928	1.533	0.544	0.675	1.00892	1.540	0.541
46	1.00925	1.534	0.544	76	1.00894	1.539	0.541
47	1.00922	1.535	0.544	77	1.00896	1.538	0.541
48	1.00919	1.536	0.543	78	1.00899	1.537	0.541
49	1.00916	1.537	0.543	79	1.00902	1.536	0.541
0.650	1.00912	1.538	0.543	0.680	1.00906	1.534	0.541
51	1.00909	1.539	0.543	81	1.00910	1.532	0.541
52	1.00906	1.540	0.543	82	1.00914	1.531	0.541
53	1.00904	1.540	0.543	83	1.00919	1.529	0.542
54	1.00902	1.541	0.543	84	1.00924	1.527	0.542
0.655	1.00900	1.541	0.542	0.685	1.00929	1.525	0.542
56	1.00897	1.542	0.542	86	1.00935	1.523	0.542
57	1.00895	1.542	0.542	87	1.00941	1.521	0.543
58	1.00893	1.543	0.541	88	1.00947	1.519	0.543
59	1.00892	1.544	0.541	89	1.00954	1.516	0.543

π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$	π	(f')	$\left(\frac{df'}{dn}\right)$	$\left(\frac{df'}{dn'}\right)$
0.690	1.00962	1.513	0.543	0.695	1.01007	1.497	0.544
91	1.00970	1.510	0.543	96	1.01017	1.494	0.544
92	1.00978	1.507	0.543	97	1.01028	1.490	0.545
93	1.00987	1.503	0.544	98	1.01039	1.487	0.545
94	1.00997	1.500	0.544	99	1.01051	1.484	0.545
				0.700	1.01063	1.480	0.545

Zweyte Tafel.

n	f = g	M	N	x
1.500	1.000	2.005555	1.00167	0.1740
1.501	1.002	2.001548	1.00166	0.1744
1.502	1.004	1.997555	1.00164	0.1748
1.503	1.006	1.993578	1.00163	0.1752
1.504	1.008	1.989618	1.00162	0.1755
1.505	1.010	1.985673	1.00161	0.1759
1.506	1.012	1.981744	1.00160	0.1762
1.507	1.014	1.977830	1.00169	0.1766
1.508	1.016	1.973932	1.00168	0.1769
1.509	1.018	1.970048	1.00167	0.1773
1.510	1.020	1.966180	1.00166	0.1776
1.511	1.022	1.962328	1.00165	0.1780
1.512	1.024	1.958490	1.00163	0.1783
1.513	1.026	1.954667	1.00162	0.1787
1.514	1.028	1.950860	1.00161	0.1790
1.515	1.030	1.947067	1.00160	0.1793
1.516	1.032	1.943288	1.00169	0.1794
1.517	1.034	1.939525	1.00168	0.1800
1.518	1.036	1.935776	1.00167	0.1804
1.519	1.038	1.932041	1.00166	0.1807

n	f = g	M	N	x
1.520	1.040	1.928321	1.00165	0.1811
1.521	1.042	1.924615	1.00164	0.1815
1.522	1.044	1.920923	1.00163	0.1818
1.523	1.046	1.917245	1.00161	0.1822
1.524	1.048	1.913582	1.00160	0.1825
1.525	1.050	1.909932	1.00169	0.1828
1.526	1.052	1.906296	1.00168	0.1832
1.527	1.054	1.902674	1.00167	0.1835
1.528	1.056	1.899066	1.00166	0.1839
1.529	1.058	1.895471	1.00165	0.1842
1.530	1.060	1.891891	1.00164	0.1846
1.531	1.062	1.888323	1.00163	0.1849
1.532	1.064	1.884770	1.00162	0.1853
1.533	1.066	1.881229	1.00161	0.1857
1.534	1.068	1.877700	1.00160	0.1860
1.535	1.070	1.874186	1.00168	0.1864
1.536	1.072	1.870685	1.00167	0.1867
1.537	1.074	1.866197	1.00166	0.1871
1.538	1.076	1.863722	1.00165	0.1874
1.539	1.078	1.860260	1.00164	0.1878
1.540	1.080	1.856810	1.00163	0.1881

ACHTES KAPITEL.

Doppelobjective.

Vierte Methode.

§. 1.

Bekanntlich hatte Newton aus einem unvollkommenen Versuche, den er Opt. Lib. I. P. II. erzählt, den Schlufs gezogen, dafs bey jedem Paare von brechenden Mitteln die Farbenzerstreuungen sich wie die um die Einheit verminderten Brechungen verhalten, oder dafs man immer hat

$$\frac{dn}{dn'} = \frac{n-1}{n'-1}.$$

Wollte man diese Gleichung als wahr annehmen, so würde daraus sofort die Unmöglichkeit aller achromatischen Refractoren folgen, und diefs war auch die Ursache, aus welcher Newton diese Gattung von Fernröhren gänzlich verliefs, um sich blofs mit der Verbesserung der Reflectoren oder der Spiegeltelescope zu beschäftigen, welche diesem Fehler nicht ausgesetzt sind. In der That nennt man wieder y' die Brennweite des Doppelobjectivs, und setzt, wie zuvor,

$$\pi = \frac{dn}{dn'}, \text{ und } P = \frac{(n'-1)\pi}{n-1},$$

so erhält man, wenn man die Dicke der Linsen vernachlässiget, (S. 78) für jedes achromatische Fernrohr

$$y' = \frac{1}{1-P},$$

oder die Länge eines jeden achromatischen Fernrohres müfste

unendlich grofs seyn, da nach Newtons angeführten Satz $P = 1$ ist.

Ist aber jene von dem grofsen Britten aufgestellte Gleichung nicht wahr, wie sie denn auch längst schon als unrichtig anerkannt worden ist, so zeigt dieselbe Gleichung $y' = \frac{1}{1 - P}$, dafs die Länge eines achromatischen Fernrohres desto kleiner wird, je kleiner die Gröfse P ist, die bekanntlich für alle bisher untersuchte diaphane Körper sich als ein eigener Bruch darstellt. — Aus der gegebenen Bezeichnung dieser Gröfse P folgt daher, dafs unsere achromatischen Fernröhre im allgemeinen durch folgende vier Mittel einer Verkürzung fähig sind. 1. Wenn man die Brechbarkeit des Kronglases vermehrt, oder 2. die des Flintglases vermindert; 3. wenn man die Farbenzerstreuung des Kronglases vermindert, oder endlich 4. die des Flintglases vermehrt. Wirken zwey oder mehrere dieser vier Bedingungen zu demselben Zwecke zusammen, so wird die dadurch bewirkte Verkürzung des Fernrohres desto beträchtlicher.

Um aber besser zu übersehen, in welchem Grade diese Verminderung der Länge des Fernrohres durch die angezeigten Mittel statt habe, wollen wir eine bestimmte biconvexe Linse von Kronglas annehmen, deren Brennweite z. B. zwey Fufs beträgt, und für die man $n = 1.53$ hat, und sie nach der Reihe mit mehreren biconcaven Linsen von Flintglas verbinden, für welche alle $n' = 1.58$ seyn soll, während die Farbenzerstreuung dn' derselben wächst. Dieses vorausgesetzt hat man, die Farbenzerstreuung dn der Kronglaslinse als Einheit angenommen.

Farbenzerstreuung des Flintglases	Länge des achrom. Fernrohres.
$dn' = \frac{10}{8} = 1.25$. . .	16.05 Fufs.
$\frac{10}{7} = 1.43$	8.54
$\frac{10}{6} = 1.67$	5.82
$\frac{10}{5} = 2.00$	4.42

Farbenzerstreuung des Flintglases	Länge des achrom. Fernrohrs
$\frac{10}{4} = 2.50$	3.55
$\frac{10}{3} = 3.33$	2.98
$\frac{10}{2} = 5.00$	2.56 u. f.

also z. B. die Länge des Fernrohrs in dem letzten Falle noch nicht der sechste Theil von jener des ersten Falls, bloſs weil hier die Farbenzerstreuung fünfmal gröſser ist, als dort. Hätten wir kein anderes Flintglas, als ein solches, dessen Zerstreuung $dn = \frac{10}{9}$ ist, so würden wir, mit der oben angenommenen Linse von Kronglas das Fernrohr nur bey einer Länge von 132 Fuſs achromatisch machen können, und für $dn' = \frac{100}{91}$ würde diese Länge 477 Fuſs betragen u. f. was alles deutlich genug zeigt, wie sehr das oben in Nro. 4 erwähnte Mittel zur Verkürzung des Fernrohrs beyzutragen im Stande ist, und ähnliche Bemerkungen gelten auch von den drey übrigen.

§. 2.

Man würde also ohne Zweifel in Beziehung auf die so wünschenswerthe Verkürzung der Fernröhre sehr viel gewinnen, wenn man zwey Glasarten fände, für welche die Differenz der Brechungen, oder die der Farbenzerstreuungen bedeutend gröſser wäre, als sie bey unserm bisher gewöhnlichen Kron- und Flintglase zu seyn pflegt. Diese letzte Differenz ist in der That so klein, daſs eben wegen ihrer geringen Gröſse alle practische Ausführung achromatischer Fernröhre bald ganz unterblieben wäre. Dollond fing, von Euler aufgemuntert, seine, den Achromatismus begründende Versuche in dem Jahre 1747 an, aber er fand diejenigen Glasarten, welche ihm damals zu Gebote waren, in Beziehung auf ihre Farbenzerstreuungen so wenig verschieden, daſs er alle Hoffnung aufgab, dadurch den Fernröhren eine wesentliche Verbesserung zu verschaffen, und

nachdem er noch einige Zeit sich mit der Untersuchung der Brechung und Zerstreuung flüssiger Körper beschäftiget hatte, legte er die ganze Unternehmung als unfruchtbar zur Seite, bis er endlich im Jahre 1757, also zehn Jahre nach seinem ersten Versuche, durch Zufall ein Stück Krystall- oder Flintglas von einer etwas gröſseren Zerstreuung erhielt, wodurch seine frühern, schon aufgegebenen Erwartungen wieder erweckt und bekanntlich auch endlich mit dem glücklichsten Erfolge gekrönt worden sind. Und selbst als dieser Erfolg schon durch Thatsachen bestätiget war, als bereits das erste, von Dollond verfertigte achromatische Fernrohr, der k. Academie in London vorgelegt, die Bewunderung der ganzen gebildeten Welt in Anspruch genommen hatte, selbst da konnte Euler, der immer noch nach der Analogie des Auges, auf mit Flüssigkeiten gefüllte Objective gedrungen hatte, weil diese die Farben vielmehr zerstreuen, selbst da konnte der groſse Mann sich nicht überzeugen, daſs Dollond diese Wirkung bloſs durch den Unterschied der so äuſserst geringen Zerstreuungen der verschiedenen Glasarten hervorgebracht habe, und er schrieb den glücklichen Erfolg, den er nicht weiter abläugnen konnte, auf ein zufälliges Treffen der Krümmungen der Linsen, oder auf andere von dem Ohngefähr herbeygeführten günstigen Einwirkungen, und stellte daher sogar die Meinung auf (Mem. de l'Acad. de Berlin 1762) daſs Dollond, von einem ähnlichen Glücke begünstiget, dieselbe Wirkung erreicht haben könnte, selbst wenn er seine Linsen alle von einer und derselben Glasart genommen hätte, weil doch einmal die bisher bekannten Glasgattungen in dieser Beziehung alle viel zu wenig verschieden wären, um darauf jene groſsen und wichtigen Erfolge gründen zu können.

Zwey volle Jahre hielt er diese sonderbare Meinung fest, während Dollond, der sich früher in einen ungleichen theoretischen Kampf mit den groſsen Geometer eingelassen hatte, sie durch Thatsachen, durch neue und noch bessere achromatische Fernröhre zu widerlegen fortfuhr, bis endlich Euler im Jahr 1764 ein Schreiben des Professors Zeiher in Petersburg erhielt, in welchem ihm dieser Chemiker berichtete, daſs er durch bloſse Vermehrung des Zusatzes von Bley Glasstücke er-

halten habe, welche die Farben gegen fünfmal mehr zerstreuen als das gemeine Glas, ohne die Brechung desselben bedeutend zu vermehren, während im Gegentheile Zusätze von kalischen Salzen die Brechbarkeit des Glases sehr vermindern, ohne die Farbenzerstreuung merklich zu ändern (Mem. de Berl. 1766). Von diesem Augenblicke entsagte Euler der Ansicht, daſs die Zerstreuung jedes Körpers von seiner Brechung abhängig, und daſs der Unterschied der Zerstreuungen bey den verschiedenen Glasarten nicht hinlänglich sey, die Farbenlosigkeit der Fernröhre zu bewirken, und fortan erschienen nun von ihm jene zahlreichen und trefflichen Aufsätze, durch welche er die Theorie dieser Instrumente in einen so hohen Grad zu befördern wuſste.

§. 3.

Früher also glaubte man, daſs die Gröſse $\pi = \frac{dn}{dn'}$ bey allen Glasgattungen sehr nahe gleich der Einheit sey, und so lange dieser Glaube herrschte, war für die Farbenlosigkeit der Fernröhre nichts zu hoffen. Dollond fand, der erste, daſs es auch Glas gibt, für welches der Werth von π, in Beziehung auf das gemeine Tafel- oder Kronglas, gleich 0.6 und selbst gleich 0.5 ist, und dadurch wurde die Bahn zur Vervollkommnung dieser Instrumente eröffnet, und gleich Anfangs ein groſser Schritt auf derselben zur Erreichung des hohen und wichtigen Zweckes zurückgelegt. — Aber, seit diesem ersten Schritte, was ist seitdem, seit siebenzig Jahren geschehen, um auf derselben Bahn noch weiter vorzudringen? Hat irgend ein Chemiker oder ein Glasschmelzer seitdem noch andere Glasarten erzeigt, für welche der Werth von π gleich 0.3 oder 0.2 ist, und deren wir vor allen so sehr bedürfen, wenn wir anders nicht auf dem Puncte unserer Vorgänger für immer stehen bleiben wollen?

Man kennt den Einwurf, welchen man dieser Frage, statt sie durch Thatsachen zu beantworten, entgegen zu setzen pflegt. — Ihr wollt, heiſst es, nicht bloſs ein Glas von einer gröſsern Zerstreuung, ihr wollt auch zugleich sehr groſse Stücke dieses Glases, und bedenkt nicht, daſs eben der Zusatz von Bleykalk, der die Farbenzerstreuung vergröſsert, zugleich die

Blasen-Streifen und Wellen erzeugt, die ihr ebenfalls weggebracht wissen wollt, die aber desto schwerer wegzubringen sind, je gröſser das Stück Glas seyn soll, welches man verlangt.

§. 4.

Es ist allerdings billig und selbst nothwendig, bey so complicirten, schon so oft miſslungenen und von einem günstigen Zufalle so abhängigen Versuchen nicht mehr zu fordern, als man in der That unumgänglich braucht, und so würde es ohne Zweifel willkommen seyn, wenn die Theorie der Ausübung auf halbem Wege entgegen kommen, und der Rechner einen Theil der erwähnten doppelten Forderung übernehmen könnte, um dafür den anderen allein, und hoffentlich desto besser, von dem Künstler besorgen zu lassen.

Ein Mittel zu diesem Zwecke scheint mir die Trennung der beyden Objectivlinsen zu seyn, welche wir bisher beynahe unmittelbar an einander liegend angenommen haben.

Nennt man, wie vorhin, $\triangle$ die Entfernung dieser beyden Linsen, die Brennweite der ersten als Einheit angenommen, so hat man, wenn man die (S. 30) gegebene Gleichung unserer Absicht gemäſs entwickelt, und $d = d' = 0$ setzt, für die vierte Vereinigungsweite der Centralstrahlen, von der letzten brechenden Fläche gezählt, in einem achromatischen Fernrohre

$$y' = \frac{(1-\triangle)^2}{1-P-\triangle},$$

also auch für die Länge des Fernrohres selbst $L' = y' + \triangle$ oder

$$L' = \frac{1-\triangle(P+1)}{1-P-\triangle},$$

während in der alten Stellung des Objectivs, wo sich die beyden Linsen sehr nahe berühren, die Länge des Fernrohres

$$L = \frac{1}{1-P}$$

war. Dieses vorausgesetzt, welches ist der Werth von $\triangle$, durch

den sich ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Glasgattungen, die Länge des Fernrohres verkürzen läfst?

Da $L > L'$ seyn soll, so wird der gesuchte vortheilhafteste Werth von Δ derjenige seyn, welcher die Gröfse

$$L - L' = \frac{P^2 \Delta}{(1 - P)(P + \Delta - 1)}$$

positiv und so grofs als möglich macht. Da aber die Werthe von y' und L', ihrer Natur nach, ebenfalls positiv seyn müssen, so hat man, wie aus den beyden ersten Gleichungen folgt, die Bedingungen

$$\Delta < 1 - P \text{ und } \Delta < \frac{1}{1 + P},$$

Allein die erste dieser Bedingungen, welche übrigens die zweyte schon in sich schliefst, steht in directem Widerspruche mit dem vorhergehenden Ausdrucke für $L - L'$, nach welchem $\Delta > 1 - P$ seyn mufs, damit $L - L'$ positiv werden kann. Daraus folgt, dafs es keinen Werth von Δ gibt, der das Fernrohr kürzer machen könnte, oder vielmehr, dafs es für $\Delta = 0$ am kürzesten ist, daher denn auch die alte Einrichtung, nach welcher die beyden Objectivlinsen unmittelbar an einander gelegt werden, in dieser Beziehung vor allen den Vorzug verdient.

Um aber doch zu sehen, ob es nicht andere Werthe von Δ gebe, für welche diese Verlängerung des Rohres wenigstens nur sehr klein seyn darf, so soll, wenn man $\Delta = x(1 - P)$ setzt, der Ausdruck

$$L' - L = \frac{P^2 x}{(1 - P)(1 - x)}$$

positiv und so klein als möglich werden. — Für unsere bisher gebräuchlichen Glasarten ist aber P nahe 0.5 bis 0.7, also z. B. für den letzten Fall

$$L' - L = \frac{1.63\, x}{1 - x}$$

woraus folgt, dafs x sehr klein, und daher Δ noch viel kleiner

seyn mufs, damit die neue Länge des Fernrohres nicht bedeutend gröfser, als bey der alten Anordnung werde, so dafs also auch von dieser Seite durch die vorgeschlagene Entfernung der Linsen nichts gewonnen wird, und es immer am vortheilhaftesten bleibt, diese beyden Linsen des Objectivs, wie man bisher gethan hat, so nahe als möglich an einander zu stellen.

§. 5.

Allein ganz anders verhält sich die Sache, wenn man sie auf die oben erwähnten Glasarten anwendet, welche einer oder mehreren der im §. 1 erwähnten Bedingungen entsprechen. Da für diese neuen Glasgattungen die Gröfse P viel kleiner ist, als bey den alten, so kann man für x viel gröfsere Werthe wählen, ohne dadurch die Länge des Fernrohrs bedeutend zu vergröfsern, während im Gegentheile durch denselben gröfsern Werth von x die Distanz △ der beyden Linsen beträchtlich gröfser, und dadurch der grofse Vortheil erhalten wird, dafs nun eine viel kleinere zweyte Linse von Flintglas gebraucht, und dadurch dieselbe Wirkung erhalten werden kann, wie bey der alten Anordnung, wo wegen der sehr kleinen Entfernung der Linsen beyde von einer und derselben Gröfse seyn mufsten. Man wird diesen Vortheil bequem durch folgende kleine Tafel übersehen, in welcher die beyden ersten Columnen die Glasart und den willkührlich gewählten Werth von x enthalten, die dritte die Distanz △ der beyden Linsen, die vierte die durch diese Distanz verursachte Verlängerung des Rohres d L, die Brennweite der ersten Linse von Kronglas als Einheit vorausgesetzt, und endlich die fünfte Columne den Durchmesser der Oeffnung der Flintlinse angibt, jenen der Kronlinse als Einheit angenommen.

P	x	Δ Distanz d. Linse des Objectivs.	d L Verlängerung des Rohres.	Oeffnung der zweyten Linse in Theilen d. ersten.
0.3	½	0.35	0.13	0.65
	¾	0.52	0.38	0.48
0.2	½	0.40	0.05	0.60
	¾	0.60	0.15	0.40
0.1	½	0.45	0.01	0.55
	¾	0.67	0.03	0.33

Ist also z. B. für den ersten Fall dieser Tafel die Brennweite der Kronglaslinse zwey Fuſs und ihr Oeffnungsdurchmesser vier Zolle, so wird, wenn man die beyden Linsen in die Entfernung von 0.7 Fuſs von einander bringt, dadurch die Länge des Rohrs um 0.26 Fuſs vermehrt, aber der Durchmesser der Flintglaslinse wird dafür nur den 0.65sten Theil der ersten Linse, oder nur 2.6 Zolle betragen. Noch bedeutender werden diese Verkleinerungen der Flintglaslinse für die folgenden Fälle der Tafel, so beträgt sie z. B. in dem letzten Falle nur 1.32 Zolle, während der Duchmesser der ersten Linse von Kronglas 4 Zolle hat.

§. 6.

Die vorgeschlagenen Glasarten, welcher einer, oder besser noch, mehreren der vier in §. 1 angegebenen Bedingungen entsprechen, haben also den Vortheil, daſs man von ihnen nur kleine reine Stücke, selbst für unsere größsern Fernröhre nöthig hat, und zwar desto kleinere, je mehr das Glas jenen Bedingungen entspricht, oder je kleiner der Werth von P ist. Zwar scheint es, daſs dadurch zugleich die bisherige Länge der Fernröhre wieder etwas vergröſsert wird, aber es scheint auch

nur, denn da durch den kleineren Werth von P, wie in §. 1 umständlich gezeigt wurde, die absolute Länge des Fernrohrs in einem viel gröſseren Verhältnisse verkürzt wird, als sie durch die gegenwärtige Trennung der Objectivlinsen vergröſsert werden kann, so wird durch die Einführung der neuen Glasart und durch die vorgeschlagene Trennung der Objectivlinsen zugleich die bisherige Länge des Fernrohrs sowohl, als auch der bisherige Oeffnungsdurchmesser der zweyten Linse bedeutend vermindert. So beträgt in dem so eben angeführten ersten Falle der vorhergehenden Tafel die Länge des Fernrohrs 2.86 Fuſs für $\triangle = 0$, während es für $\triangle = 0.7$ um 0.26 Fuſs verlängert, also auf 3.12 Fuſs gebracht wird. Allein mit unserm gewöhnlichen Flintglase, für welches man nahe $P = 0.66$ hat, würde die Länge dieses Fernrohrs für $\triangle = 0$ gleich $L = \frac{1}{1 - P} = 2.94$ der Brennweite der ersten Linse, also gleich 5.88 Fuſs betragen, so daſs also, durch die Ausführung unsers Vorschlages, diese Länge des Fernrohrs nicht, wie vorhin, um 0.26 vermehrt, sondern in der That um volle 2.76 Fuſs vermindert worden ist.

§. 7.

Es ist nur noch übrig, die Methode der Berechnung eines nach diesem Vorschlage eingerichteten Fernrohrs zu geben, wobey ich die früher angenommenen Bezeichnungen beybehalten werde.

Da die hier zu suchende Bestimmung der beyden Halbmesser der zweyten Linse (wie aus Cap. V) bekannt ist, auf eine quadratische Gleichung führt, und die Wurzeln dieser Gleichung oft sehr nahe an einander liegen, so wird es nützlich seyn, zuerst eine g e n ä h e r t e Auflösung unserer Aufgabe vorauszuschicken, bey der ich übrigens dieselben drey (S. 127) für jedes gute Fernrohr aufgestellten Bedingungen, und überdieſs die Brennweite der ersten Linse gleich der Einheit aller Dimensionen auch hier voraussetze.

Nimmt man also in den Gleichungen der (S. 77) die Gröſse $p = 1$ oder

$$u' = \frac{(h-1)^2}{h^2\left(1-\frac{\theta}{\theta'}\right)-h}$$

an, so erhält man

$$p' = -\left(\frac{h-1}{h}\right)^2 \cdot \frac{\theta'}{\theta} \text{ und } a' = -\left(\frac{h-1}{h}\right),$$

wo die Distanz der Linsen $\Delta = \frac{1}{h}$ ist. Da aber nach der (S. 71) angenommenen Bezeichnung

$$\theta = \frac{d\,n}{n-1} \text{ und } \theta' = \frac{d\,n'}{n'-1}$$

ist, so gehen die vorhergehenden Ausdrücke in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} p' &= -\frac{(1-\Delta)^2}{P} \\ a' &= -(1-\Delta) \\ \alpha' &= \frac{(1-\Delta)^2}{1-P-\Delta} \end{aligned}\right\}$$

wo wieder $P = \frac{(n'-1)}{n-1}\pi$ ist.

Mit diesen Werthen von p', a' und α' und mit denen von μ, μ', ν' und λ aus der Tafel (S. 59), wo die erste Linse als gleichseitig oder $f = g$ angenommen wird, erhält man den Werth von λ' durch die Gleichung

$$\lambda' = -\frac{\mu\,\lambda\,p'^3}{\mu'\,a'^4} - \frac{\nu'\,p'^2}{a\,\alpha'},$$

und dadurch endlich die beyden gesuchten Halbmesser f' und g' der zweyten Linse durch die Ausdrücke

$$\frac{1}{f'} = \frac{\varrho'}{a'} + \frac{\sigma'}{\alpha'} + \frac{\tau'\sqrt{\lambda'-1}}{p'} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g'} = \frac{\varrho'}{\alpha'} + \frac{\sigma'}{a'} - \frac{\tau'\sqrt{\lambda'-1}}{p'}.$$

Um diese Ausdrücke durch ein Beispiel zu erläutern, sey $n = 1.53$, $n' = 1.58$, $dn = 0.006$ und $dn' = 0.036$ also $\pi = \frac{1}{6}$ und

$$\mu = 0.9875 \qquad \lambda = 1.6001$$
$$\mu' = 0.8724 \qquad \varrho' = 0.1414$$
$$\nu' = 0.2529 \qquad \sigma' = 1.5827$$
$$\tau' = 0.8775.$$

Nimmt man $\Delta = 0.6352$ so ist $p' = -0.73133$, $a' = -0.3648$, $\alpha' = 0.72787$ und $\lambda' = 40.509$, also auch

$$\frac{1}{f'} = -0.38764 + 2.17440 \mp 7.54280 = \begin{cases} -5.75604 \\ +9.32956 \end{cases}$$
$$\frac{1}{g'} = +0.19426 - 4.33890 \pm 7.54280 = \begin{cases} +3.39816 \\ -11.68744 \end{cases}$$

und daher die gesuchten vier Halbmesser

$$f = g = 2(n-1) = 1.06$$
$$\left.\begin{aligned} f' &= -0.17378 \\ g' &= +0.29427 \end{aligned}\right\} \text{oder auch} \left.\begin{aligned} f' &= +0.10719 \\ g' &= -0.08556 \end{aligned}\right\}$$

wo bey der zweyten Linse ein negativer Werth des Halbmessers eine concave Fläche der Linse anzeigt.

Ist eben so für ein zweytes Beyspiel $n = 1.8$, $n' = 1.3$ $\pi = 0.2$ und $\Delta = 0.8$, so findet man:

$$p' = -0.53333,\ a' = -0.2,\ \alpha' = 0.32000$$
$$\lambda' = 47.69445 \text{ und daher}$$

$$f = g = 2(n-1) = 1.60$$
$$\left.\begin{aligned} f' &= -0.06801 \\ g' &= +1.18304 \end{aligned}\right\} \text{oder} \left.\begin{aligned} f' &= +0.05056 \\ g' &= -0.03842 \end{aligned}\right\}$$

§. 8.

Um aber auch eine strenge Auflösung derselben Aufgabe zu erhalten, müssen wir zuerst die Gleichung (S. 31) für die Centralstrahlen, unserer gegenwärtigen Absicht gemäſs, entwickeln.

Substituirt man die vier Gleichungen (S. 30) in einander, und vernachlässigt man die höhern Potenzen von d, während

man $d' = 0$ setzt, aber $\triangle$ als eine endliche Gröſse betrachtet, so erhält man, wenn $A = (n-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)$ ist,

$$\frac{1}{y} = A + \frac{(n-1)^2 d}{n f^2}$$

$$\frac{1}{x'} = \frac{A}{n'(1-A\triangle)} - \frac{(n'-1)}{n' f'} + \frac{(n-1)^2 d}{n n' f^2 (1-A)^2} \text{ und}$$

$$\frac{1}{y'} = \frac{A}{1-A\triangle} - (n'-1)\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \frac{(n-1)^2 . d}{n f^2 (1-A\triangle)^2}$$

Differentiirt man diese Gleichung in Beziehung auf n, n' und y', und setzt man nach der Differentiation $dy' = 0$, so erhält man:

$$0 = \frac{A\pi}{(n-1)(1-A\triangle)^2} - \left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}\right) + \left[\frac{(n-1)^2 A\triangle + n^2 - 1}{n^2 f^2 (1-A\triangle)^3}\right].\pi d$$

oder auch

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = \frac{\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{g}\right)\pi}{(1-A\triangle)^2} + \left[\frac{(n-1)^2 A\triangle + n^2 - 1}{n^2 f^2 (1-A\triangle)^3}\right].\pi d$$

Die vorhergehenden Gleichungen gelten allgemein für jeden Werth der Halbmesser f und g der ersten Linse. Nimmt man aber, unserer gegenwärtigen Absicht gemäſs, diese erste Linse gleichseitig an, so ist $f = g = 2(n-1)$ oder $A = 1$, und daher die letzte Gleichung

$$\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'} = \frac{\pi}{(n-1)(1-\triangle)^2} + \left[\frac{(n-1)^2 \triangle + n^2 - 1}{n^2 f^2 (1-\triangle)^3}\right].\pi d \ldots (I)$$

und wenn man diesen Werth von $\frac{1}{f'}+\frac{1}{g'}$ in dem vorhergehenden Ausdrucke von $\frac{1}{y'}$ substituirt, so erhält man:

$$\frac{1}{y'} = \frac{1}{1-\triangle} - \frac{(n'-1)\pi}{(n-1)(1-\triangle)^2} +$$

$$\left\{\frac{n(n-1)^2(1-\triangle) - (n'-1)\left[(n-1)^2\triangle + n^2 - 1\right]\pi}{n^2 f^2 (1-\triangle)^3}\right\}. d$$

I. Dieses vorausgesetzt, ist also die gesuchte strenge Auflösung unsers Problems in folgenden Ausdrücken enthalten.

Man sucht zuerst mit den gegebenen Werthen von n n' π d und $\triangle$ die Gröfse y' aus der letzten Gleichung, und mit dem ersten Einfallswinkel l die Gröfse λ, m, μ und υ aus

$$\text{Sin}\,\lambda = \frac{1}{n}\,\text{Sin}\,l$$

$$\xi = l - \lambda$$

$$G\varphi = f\,\frac{\text{Sin}\,\lambda}{\text{Sin}\,\xi} + 2\,f$$

$$\text{Sin}\,m = \frac{G\varphi\;\text{Sin}\,\xi}{f}$$

$$\text{Sin}\,\mu = n\;\text{Sin}\,m$$

$$\upsilon = \xi + \mu - m$$

II. Bisher ist alles von jeder Hypothese unabhängig, und darf daher nur einmal berechnet werden. Dann sucht man mit dem aus §. 7 gefundenen genäherten Werth von f' die Gröfse g' aus der Gleichung (I) und endlich die Gröfsen l' λ' ... bis y' aus

$$F'g = f\,\frac{\text{Sin}\,\mu}{\text{Sin}\,\upsilon} + f' - (f + \triangle)$$

$$\text{Sin}\,l' = \frac{F'g}{f'}\,\text{Sin}\,\upsilon,\ \text{Sin}\,\lambda' = \frac{1}{n'}\,\text{Sin}\,l',\ \xi' = \upsilon + \lambda' - l',$$

$$G\varphi' = f'\,\frac{\text{Sin}\,\lambda'}{\text{Sin}\,\xi'} - (f' + g')$$

$$\text{Sin}\,m' = \frac{G\varphi'}{g'}\,\text{Sin}\,\xi',\ \text{Sin}\,\mu' = n'\,\text{Sin}\,m',\ \upsilon' = \xi' + m' - \mu'$$

$$\text{und } y' = g'\,\frac{\text{Sin}\,\mu'}{\text{Sin}\,\upsilon'} + g'.$$

Stimmt der letzte Werth von y' nicht genau genug mit den schon in (I) gefundenen Werth von y' überein, so wird man die Rechnung der Nr. II. mit einem etwas veränderten Werthe von f' wiederholen, und so durch die Anwendung der (S. 108) vorgetragenen Methode sich der Wahrheit so sehr nähern können, als man wünscht, oder als es unsere gewöhnlichen Logarithmentafeln mit sieben Decimalstellen gestatten.

III. Wenden wir darauf das erste der in §. 7 gegebenen Beyspiele an, so hat man für $n = 1.53$, $n' = 1.58$, $\pi = \frac{1}{6}$ und $\triangle = 0.6352202$, wenn man d und d' gleich Null und den ersten Einfallswinkel $l = 10°$ setzt, nach der letzten Gleichung von Nr. I.

$$y' = 0.7295597 \text{ und}$$

$\lambda = 6° \; 31' \; 0.''7$	$\xi = 3° \; 28' \; 59.''3$	$f = g = 2(n-1) = 1.06$
$m = 13 \; 35 \; 30.9$	$\mu = 21 \; 4 \; 22.9$	
	$\upsilon = 10 \; 57 \; 51.3$	

Setzt man nun in einer ersten Hypothese $f' = + 0.17$, so gibt die Gleichung (I)

$$\frac{1}{g'} = 2.36326 - \frac{1}{f'}$$

oder $g' = - 0.2842$ und damit erhält man

$l' = + 32° \; 22' \; 40''$	$\lambda' = + 19° \; 48' \; 40''$
$\xi' = - 1 \; 36 \; 10$	$m' = - 11 \; 2 \; 30$
$\mu' = - 17 \; 36 \; 50$	$\upsilon' = + 4 \; 58 \; 10$

$y' = 0.70853$
Es war $y' = 0.72956$
Differenz $- 0.02103$

Eben so gibt $f' = + 0.165$, $g' = - 0.2704638$ und

$l' = + 33° \; 5' \; 33.''16$	$\lambda' = + 20° \; 12' \; 58.''67$
$\xi' = - 1 \; 54 \; 43.19$	$m' = - 11 \; 24 \; 31.40$
$\mu' = - 18 \; 12 \; 43.30$	$\upsilon' = + 4 \; 53 \; 28.71$

$y' = 0.7208979$
Es war $y' = 0.7295597$
Differenz $- 0.0086618$

Daraus findet man endlich

$$f' = + 0.16188 \text{ und}$$
$$g' = - 0.2621811$$

wo das negative Zeichen von f' oder g' eine convexe Fläche der Linse anzeigt.

Um zu prüfen, mit welcher Genauigkeit die Coincidenz der mittlern Central- und Randstrahlen nach der vierten Brechung Statt hat, erhält man nach denselben vorhergehenden Ausdrücken für $f = g = 1.06$, $f' = + 0.16188$ und $g' = - 0.2621811$ folgende Werthe von

$$l' = + 33°33'46.''01 \qquad \lambda' = + 20°28'53.''47$$
$$\xi' = - 2\ 7\ 1.\ 24 \qquad m' = - 11\ 38\ 55.\ 62$$
$$\mu' = - 18\ 36\ 13.\ 39 \qquad \nu' = + 4\ 50\ 16.\ 53$$

$y' = 0.7295645$ für die Randstrahlen
$y' = 0.7295597$ für die Centralstrahlen
Differenz 0.0000048

Für die Länge des Fernrohrs hat man $L = \triangle + y' = 1.3647597$; für den Oeffnungshalbmesser der ersten Linse $x = L \tang \nu' = 0.08464\ L$, und für den der zweyten Linse $x' = (1-\triangle)\ x = 0{\cdot}3648\ x$ oder $x' = 0.030875\ L$. Ist z. B. $L = 2$ Fuſs, so ist $x = 2.031$ Zolle und $x' = 0.741$ Zolle.

Alle vorhergehenden Zahlen setzen die Brennweite der ersten Linse als Einheit voraus. Nimmt man aber die Länge L des Fernrohrs als Einheit aller Dimensionen desselben an, so wird man alle jene Zahlen durch $L = 1.3647597$ dividiren, wodurch man erhält:

$$f = g = 0.7766935$$
$$f' = + 0.1186143$$
$$g' = - 0.1921079 \text{ und}$$
$$x = 0.08464,\ x' = 0.03087.$$

IV. Für das zweyte in §. 7 gegebene Beyspiel hat man $n = 1.8$, $n' = 1.3$, $\pi = 0.2$, $\triangle = 0.8$. Setzt man daher wieder $d = d' = 0$ und den ersten Einfallswinkel $l = 3$ Grade, so erhält man nach Nr. I.

$$f = g = 1.60, \qquad \lambda = 1°39'58.''11 \qquad \xi = 1°20'\ 1.''89$$
$$m = 4\ 20\ 15.\ 08 \qquad \mu = 7\ 49\ 27.\ 77$$
$$\nu = 4\ 49\ 14.\ 58$$

Ist dann in der ersten Hypothese $f' = - 0.05056$, so ist nach (I) $g' = + 0.0384198$, und damit erhält man

$l' = -13°35'17.''97$ $\lambda' = -10\ 24\ 43.41$

$\xi' = +7\ 59\ 49.14$ $m' = +16\ 22\ 2.97$

$\mu' = +21\ 29\ 23.43$ $\nu' = +2\ 52\ 28.68$

$y' = 0.3187116$ für die Randstrahlen

$y' = 0.3200000$ für die Centralstrahlen

Differenz -0.0012884

Eben so gibt $f' = -0.049555$ den Werth von

$g' = +0.0378364$ und

$l' = -13\ 58\ 12.59$ $\lambda' = -10\ 42\ 8.07$

$\xi' = +8\ 5\ 19.10$ $m' = +16\ 39\ 59.33$

$\mu' = +21\ 53\ 27.19$ $\nu' = +2\ 51\ 51.24$

$y' = 0.3201470$

$y' = 0.3200000$

Differenz $+0.0001470$

und aus diesen beyden Hypothesen findet man

$f' = -0.04965$ und $g' = +0.0378973$.

Zur Prüfung erhält man mit diesen letzteren Werthen von f' und g'

$l' = -13\ 56\ 0.20$ $\lambda' = -10\ 40\ 27.49$

$\xi_{\prime} = +8\ 4\ 47.29$ $m' = +16\ 38\ 11.01$

$\mu' = +21\ 51\ 1.83$ $\nu' = +2\ 51\ 56.47$

$y' = 0.3199821$

$y' = 0.3200000$

Differenz -0.0000179

Die Länge des Fernrohres ist $L = \triangle + y' = 1.12$ der Brennweite der ersten Linse. Der Oeffnungshalbmesser der ersten Linse ist $x = L \tang \nu' = 0.0501\ L$, und jener der zweyten $x' = (1 - \triangle)\ x = 0.0100\ L$, also die Oeffnung der zweyten Linse nur der fünfte Theil der ersten. Für eine Länge des Fernrohrs von zwey Fuſs ist der Oeffnungsdurchmesser der ersten Linse 2.4 Zolle und der der zweyten nur 0.48 Zolle.

Bis übrigens diese neuen Glasarten erhalten werden, kann das Vorhergehende als ein Beytrag zur Theorie der sogenannten aplanatischen Fernröhre, deren Objective mit Flüssigkeiten gefüllt sind, betrachtet werden, da uns die Chemiker schon mit mehreren Flüssigkeiten bekannt gemacht haben, welche die Farben viel stärker brechen, als unsere bisherigen Glasgattungen, und welche auch schon in den letztern Zeiten, vorzüglich in England, zu diesem Zwecke mit Vortheil angewendet worden sind.

Zweyte Abtheilung.

Theorie der Oculare.

ERSTES KAPITEL.

Weg der Strahlen durch mehrere Linsen.

§. 1.

Wir haben in dem Vorhergehenden gezeigt, wie man der wichtigen Forderung eines jeden guten Fernrohres, nämlich einem deutlichen und farbenlosen Bilde des Objectivs entsprechen soll. Da aber die Strahlen nach ihrer Vereinigung in dem Orte, wo sie dieses Bild erzeugen, noch durch andere Linsen des Fernrohres, durch die Oculare desselben, gehen, so müssen wir nun auch den Weg der Strahlen durch diese anderen Linsen untersuchen, deren Oeffnungen übrigens gegen jene des Objectivs meistens so klein sind, daſs man sich mit der Betrachtung der der Axe nahen Strahlen begnügen kann. Es ist klar, daſs diese Oculare eine hinlängliche Fläche oder Oeffnung haben müssen, um eine gefoderte Menge der von den vorhergehenden Linsen gesammelten Strahlen durchzulassen, damit diese Strahlen in der gröſstmöglichen Anzahl, die das Objectiv gestattet, dem Auge zugeführt werden, und damit sie zugleich die Gegenstände, welche dem freyen Auge an der Stelle des Objectivs unter einem gegebenen Sehwinkel erscheinen, wo nicht ganz, doch bis auf einen verlangten Theil dieses Sehwinkels, auf einmal übersehen lassen. Die erste dieser Rücksichten wird die Helligkeit des Fernrohrs, und die zweyte das Gesichtsfeld desselben, d. h. den Raum bestimmen, welchen man durch das Fernrohr auf einmal übersehen kann.

§. 2.

Sey (Fig 9) AP die erste, BQ die zweyte, CR die dritte, DS die vierte Linse des Fernrohres und Ee der auf die

gemeinschaftliche Axe EABCD . . . senkrecht stehende Gegenstand. Es sey, wie zuvor, a, α und p die beiden Vereinigungsweiten und die Brennweite der ersten Linse, und a' α' p' dieselben Gröſsen für die zweyte, a'' α'' p'' für die dritte Linse u. f. so hat man für die Entfernung

der I. Linse von der II. . . . $AB = \triangle = \alpha + a'$
» II. » » » III. . . . $BC = \triangle' = \alpha' + a''$
» III. » » » IV. . . . $CD = \triangle'' = \alpha'' + a'''$ u. f.

welche Ausdrücke $\triangle$, $\triangle'$, $\triangle''$. . . ihrer Natur nach immer positive Gröſsen seyn müssen.

Seyen ferner $x = AP$, $x' = Bq$, $x'' = Cr$, $x''' = Ds$, ... die halben Oeffnungen der Linsen oder die senkrechten Entfernungen von der Axe derjenigen Puncte, in welchen der äuſserste Strahl EP, der von der Mitte E des Gegenstandes kömmt, die I. II. III. . . . Linse trifft. Nennt man eben so $AFP = \varphi'$, $BF'q = \varphi''$ $CF''r = \varphi'''$. . . die Winkel, welche dieser Strahl nach der Brechung durch die I. II. III. Linse mit der Axe bildet, so hat man wegen der Aehnlichkeit der in der Figur 9 enthaltenen Dreyecke

$$\varphi' = \frac{x}{\alpha} \qquad \text{oder } x' = a'\varphi' = \frac{a'x}{\alpha}$$

$$\varphi'' = \frac{x'}{\alpha'} = \frac{a'x}{\alpha\,\alpha'} \qquad x'' = a''\varphi'' = \frac{a'a''x}{\alpha\,\alpha'}$$

$$\varphi''' = \frac{x''}{\alpha''} = \frac{a'a''x}{\alpha\,\alpha'\alpha''} \text{ u. f.} \qquad x''' = a'''\varphi''' = \frac{a'a''a'''x}{\alpha\,\alpha'\alpha''} \text{ u. f.}$$

§. 3.

Zieht man aber von dem äuſsersten Puncte e des Gegenstandes, der durch das Fernrohr noch gesehen werden soll, durch den Mittelpunct A der ersten Linse die gerade Linie eAFQ unter dem kleinen Winkel $EAe = \varphi$, so kann von den beyden auf die Axe senkrechten Linien Ee und Ff die zweyte Ff als das durch die Linse A erzeugte Bild des Gegenstandes Ee betrachtet werden, und man hat daher

$$Ff = \frac{\alpha}{a} \cdot Ee.$$

Sieht man dann dieses Bild Ff als den Gegenstand der zweyten Linse BQ an, von welcher auf dieselbe Art das Bild F′f′ erzeugt wird, so ist eben so

$$F'f' = \frac{\alpha'}{a'} \cdot Ff$$

und auf dieselbe Weise hat man für das dritte Bild

$$F''f'' = \frac{\alpha''}{a''} F'f' \text{ u. f.}$$

Man hat daher, da $\frac{Ee}{a} = \tan\varphi = \varphi$ ist, für die Gröſse der auf einander folgenden Bilder die Ausdrücke

$Ff \quad = \alpha \cdot \varphi$ das Bild verkehrt, wenn Ff positiv ist

$F'f' \quad = \frac{\alpha\alpha'}{a'} \cdot \varphi$ aufrecht

$F''f'' \quad = \frac{\alpha\alpha'\alpha''}{a'a''} \cdot \varphi$ verkehrt

$F'''f''' = \frac{\alpha\alpha'\alpha''\alpha'''}{a'a''a'''} \cdot \varphi$ aufrecht u. f.

I. Wird einer dieser Ausdrücke negativ, so zeigt er eine mit der Zeichnung (Fig. 9) entgegengesetzte Lage des Bildes, nämlich eine aufrechte bey einer ungeraden, und eine verkehrte Lage des Bildes bey einer geraden Anzahl der Linsen an, oder die ungeraden negativen Bilder sind aufrecht und die geraden negativen Bilder sind verkehrt.

Wird aber von den Gröſsen a' a'' a''' oder von den Gröſsen α, α' α'' eine oder mehrere negativ, so wird dadurch angezeigt, daſs die Bilder, welche zu diesen negativen Vereinigungsweiten gehören, nicht zur Wirklichkeit kommen, oder imaginär sind, weil die Strahlen noch vor ihrem Vereinigungspuncte schon von der nächstfolgenden Linse aufgefangen werden. Man nennt übrigens diesen von dem äuſsersten Rande e des Gegenstandes kommenden und durch die Mitte A der ersten Linse ungebrochen durchgehenden Strahl eAQRS.... den Hauptstrahl.

§. 4.

Bey einem System von zwey Linsen sieht das Auge in B das Bild Ff des Gegenstandes Ee unter dem Winkel $FBf = \Psi'$, während es den Gegenstand Ee selbst aus dem Puncte A ohne Hülfe der Linsen unter dem Winkel $EAe = \varphi$ erblicken würde. Eigentlich ist der Punct O, in welchem der Hauptstrahl die Axe schneidet, der Ort des Auges. Da aber, wenn überhaupt ein deutliches Sehen statt haben soll, die Strahlen aus der letztern, dem Auge nächsten Linse, immer sehr nahe unter einander parallel ausfahren müssen, so muſs auch OQ mit Bf parallel, also $BOQ = FBf = \Psi'$ seyn. Vernachlässigt man daher die Entfernung der beyden Linsen AB von einander gegen die bey allen Fernröhren viel gröſsere Entfernung EA oder EB des Gegenstandes von den Linsen, so drücken die beyden Gröſsen Ψ' und φ die scheinbaren Gröſsen des Durchmessers des Gegenstandes aus, wie er durch die Linsen und wie er ohne Linsen oder mit freyem Auge gesehen wird, d. h. mit anderen Worten: die Vergröſserung m' eines Systems von zwei Linsen ist

$$m' = \frac{\Psi'}{\varphi}$$

Es ist aber $Ff = a'\Psi' = \alpha\varphi$, also ist auch $\Psi' = \frac{\alpha\varphi}{a'}$ oder die Vergröſserung eines Fernrohres von zwey Linsen ist

$$m' = \frac{\alpha}{a'}.$$

Geht dann für die dritte Linse der Winkel Ψ' in Ψ'' über, so ist analog

$$\Psi'' = \frac{\alpha'}{a''}\Psi' = \frac{\alpha\alpha'}{a'a''}\varphi, \quad \text{also ist auch für}$$

drey Linsen die Vergröſserung

$$m'' = \frac{\Psi''}{\varphi} = \frac{\alpha\alpha'}{a'a''},$$

und eben so hat man für vier Linsen

$$\Psi''' = \frac{\alpha''}{a'''}\,\Psi'' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi \quad \text{und}$$

$$m''' = \frac{\Psi'''}{\varphi} = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''} \quad \text{u. f.}$$

§. 5.

Für Fernröhre ist der Gegenstand E e immer sehr weit von dem Auge entfernt, also a sehr grofs und daher $\alpha = p$. Da ferner, des deutlichen Sehens wegen, die Strahlen aus der letzten Linse unter sich parallel ausfahren müssen, so ist auch die letzte der Gröfsen $a'\,a''\,a''' \ldots$ gleich der Brennweite der letzten Linse, und man hat daher, für Fernröhre, für die Vergröfserungen derselben die Ausdrücke

$$\text{für II Linsen } m' = \frac{p}{p'}$$

$$\text{III} \ldots m'' = \frac{\alpha' p}{a' p''}$$

$$\text{IV} \ldots m''' = \frac{\alpha'\,\alpha'' p}{a'\,a'' p'''}$$

$$\text{V} \ldots m'''' = \frac{\alpha'\,\alpha''\,\alpha''' p}{a'\,a''\,a''' p''''} \quad \text{u. f.}$$

Erhält in diesen Ausdrücken die Gröfse m einen negativen Werth, so erhält auch der Winkel O eine der Zeichnung entgegengesetzte Lage, oder das Bild ist dann, wenn m negativ ist, für eine gerade Anzahl Linsen aufrecht, und für eine ungerade Anzahl verkehrt. Ist aber m positiv, so ist das Bild für eine gerade Anzahl Linsen verkehrt, und für eine ungerade aufrecht, wie in der Zeichnung.

§. 6.

Uebrigens scheint es uns, als ob die Gegenstände durch das Fernrohr lange nicht so sehr vergröfsert würden, als die oben bestimmte Vergröfserungszahl m angibt, obschon der Winkel, unter welchem wir den Gegenstand durch das Rohr sehen, doch in der That immer m mal gröfser ist, als jener, un-

ter welchem wir denselben Gegenstand mit freyen Augen erblicken.

Bey allen Operationen unserer Sinne vermischt sich nämlich durch tägliche Uebung die eigentliche unmittelbare Empfindung, welche wir durch diese Sinne erhalten, mit unserem Urtheile über diese Empfindung meistens so innig, daſs wir oft für eine Empfindung halten, was schon sehr durch Urtheil geändert worden ist, eine Vermischung, die besonders bey dem Sinne des Gesichtes sehr gewöhnlich ist.

Um die Gröſse eines Gegenstandes zu bestimmen, müssen wir vor allem die Entfernung zu Grunde legen, in welcher er von uns absteht. Allein Entfernungen können wir nicht unmittelbar sehen, sondern, so lange wir sie nicht selbst messen, nur beurtheilen. Die Natur gab uns dazu mehrere Mittel. Jedes Auge richtet z. B. seine Axe auf den Punct, den es betrachtet, wenn es anders nicht schielt. Liegt aber dieser Punct nahe, so müssen die Axen der beyden Augen einen viel gröſseren Winkel unter sich bilden, als wenn er sehr entfernt ist. Die Anstrengung und Aenderung der Muskeln bey dieser Operation ist aber etwas, das empfunden wird. Ferner ist der Gegenstand der Deutlichkeit und Schärfe, so wie der Grad der Helligkeit bey fernen Gegenständen sehr von dem der nahen verschieden. Selbst die scheinbare Gröſse der Gegenstände, wenn uns die wahre Gröſse derselben z. B. durch den Tastsinn schon bekannt ist, hilft mit, unser Urtheil über die Entfernung zu bestimmen, da sich jene scheinbare Gröſse mit dieser Entfernung ändert. Endlich urtheilen wir auch, daſs ein Gegenstand desto mehr von uns entfernt ist, je mehr andere Gegenstände zwischen ihn und uns liegen: so kömmt uns der Mond am Horizont viel gröſser vor, als im Meridian, wenn er gleich hier in der That gröſser ist, als dort.

Durch diese und andere Mittel haben wir uns gewöhnt, die wahre Gröſse eines Gegenstandes immer in Vergleichung mit seiner Entfernung sehr schnell und uns gleichsam unbewuſst zu schätzen, ohne uns immer nach dem bloſsen Gesichtswinkel allein zu richten. So finden wir z. B. einen sieben Fuſs hohen Mann am Ende eines Zimmers von fünfzig Fuſs Länge doch immer noch gröſser als einen von fünf Fuſs, der nahe z. B. nur

zehn Fuſs von uns steht, obschon dort der Gesichtswinkel nur 8 hier aber über 26° beträgt, ohne daſs wir durch den über dreymal gröſseren Gesichtswinkel in unserem Urtheile irre gemacht werden. Wir halten daher im Allgemeinen die Objecte nicht in demselben Maſse für gröſser, in welchem sie uns näher kommen, und schätzen z. B. einen Menschen in einer Entfernung von zehn Fuſs von uns nicht für merklich gröſser, als wir denselben Menschen in der Entfernung von dreyſsig Fuſs halten. Eben so, wenn ein 1000 Fuſs entfernter Mensch durch das Fernrohr auf die Nähe von 10 Fuſs gerückt wird, so wird doch der Beobachter nicht die Empfindung haben, als stände jener Mensch in der That nur zehn Fuſs von ihm, sondern er wird das, was er sieht, immer noch für viel entfernter als 10 Fuſs halten. Läſst man daher mehrere ungeübte Personen durch ein Fernrohr z. B. nach dem Jupiter sehen, so wird beynahe jeder die Gröſse desselben verschieden beschreiben, zum Beweis, daſs jeder das Bild desselben in eine andere Entfernung setzt, da der Winkel, unter welchem das Bild in der That gesehen wird, doch bey allen derselbe bleibt.

§. 7.

Es ist bereits oben erinnert worden, daſs zu jedem brauchbaren Fernrohre erfordert werde, daſs die aufeinander folgenden Oculare eine hinlängliche Oberfläche haben müssen, um die von den vorhergehenden Linsen auf sie fallende Strahlen alle aufnehmen zu können.

Diese Aufnahme aber kann in einer doppelten Beziehung betrachtet werden. Erstens müssen offenbar die Oculare diejenige Oeffnung haben, die nöthig ist, um durch das Fernrohr die gegebenen Gegenstände bis auf einen bestimmten Sehwinkel auf einmal übersehen zu können, damit nämlich Gegenstände, die an der Stelle des Objectivs dem freien Auge unter einem gegebenen Sehwinkel erscheinen, auch noch durch das Fernrohr ganz und in allen ihren Theilen auf einmal übersehen werden können.

Diese Art von Oeffnungen der Oculare fordert also, daſs jedes Ocular noch groſs genug sey, um wenigstens den von dem äuſsersten Punct e des Gegenstandes durch die Mitte A des Objectivs ungebrochen durchgehenden Hauptstrahl e A Q (S. 171)

noch aufzunehmen. Man nennt die zu dieser Absicht erforderlichen halbe Durchmesser der Linsen die **Oeffnungshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde.** Wir wollen sie für die zweyte, dritte, vierte Linse durch z', z'', z''' bezeichnen. Sie werden daher durch den Durchschnitt des Hauptstrahles mit dem Oculare bestimmt, so daſs man hat

$$BQ = z', \quad CR = z'', \quad DS = z''' \ldots.$$

I. Da sonach die Gröſse dieser Oeffnungshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde für jedes Ocular offenbar von der Gröſse der Brennweite dieses Oculars abhängt, so kann man annehmen

$$z' = \omega' p', \quad z'' = \omega'' p'', \quad z''' = \omega''' p''' \text{ u. f.}$$

Da aber die Halbmesser z' z'' z''' immer kleiner als die ihnen entsprechenden Brennweiten sind, weil die Linsen immer nur sehr kleine Theile ihrer Kugeln seyn sollen, so werden die hier eingeführten Gröſsen ω' ω'' ω''' alle eigentliche Brüche seyn, die der Erfahrung zu Folge meistens kleiner als $\frac{1}{4} = 0.25$ sind, oder höchstens 0.3 betragen dürfen.

Es ist nämlich (S 85) $z' = f \sin l$, wenn f den Halbmesser und l den Einfallswinkel bezeichnet. Für gleichseitige Linsen ist $f = 2(n-1)\,p = p$ wenn $n = 1.50$ also auch $z' = p \sin l$. Daraus folgt, daſs $l = 15°$ für $z' = 0.25\,p$ und daſs $l = 18°$ für $z' = 0.30\,p$ ist und gröſsere Einfallswinkel als 15° oder 18° müssen im Allgemeinen vermieden werden, weil sie die Kugelabweichung vergröſsern und die Bilder gegen den Rand derselben verziehen und undeutlich machen.

II. Da die Oeffnung des zweyten Glases so groſs seyn muſs, daſs der äuſserste Hauptstrahl e A noch durch dasselbe gehen kann, so muſs der Oeffnungshalbmesser dieses Glases wenigstens gleich z' seyn und nicht kleiner als z'. Eben so darf der Oeffnungshalbmesser der übrigen Gläser nicht kleiner als z'' z'''.... seyn, wenn die äuſsersten Hauptstrahlen noch durch diese Gläser ungehindert durchgehen sollen.

§. 8.

Zweytens. Kann man auch, oder vielmehr muſs man auch

von jedem guten Fernrohre verlangen, daſs nicht nur das Objectiv eine hinlängliche Menge der von jedem Elemente des Gegenstandes ausgehenden Strahlen aufnehme, und zu einem reinen und deutlichen Bilde vereinige, sondern daſs auch jedes Ocular eine hinlängliche Anzahl der von dem Objectiv gesammelten Strahlen durchlasse, damit sie in der gröſstmöglichen Menge, die das Objectiv gestattet, dem Auge zugeführt werden. Die Halbmesser der Ocularöffnungen, welche dieser zweyten Forderung entsprechen, wollen wir die Oeffnungshalbmesser, wegen der Helligkeit, nennen, und dieselben durch x' x'' x''' bezeichnen, während wir, wie bisher, x den Oeffnungshalbmesser des Objectivs oder der ersten Linse seyn lassen.

Da diese Halbmesser offenbar durch den Durchschnitt der Linsen mit demjenigen Strahl EP bestimmt werden, der aus dem in der Axe liegenden Punct E des Gegenstandes oder der aus der Mitte des Gegenstandes auf den Rand des Objectivs fällt, so hat man für die Oeffnungshalbmesser, wegen der Helligkeit, wie (S. 170)

$$AP = x, \quad Bq = x', \quad Cr = x'' \quad Ds = x''' \text{ u. f.}$$

so daſs also in der Zeichnung die Oeffnungshalbmesser, wegen dem Gesichtsfelde, durch die ausgezogene Linie e A Q R S und die wegen der Helligkeit durch die punctirte Linie E P q r s bestimmt werden.

I. Wir haben die Werthe den Gröſsen x' x'' x''' durch die Gröſsen $\alpha, \alpha, \alpha', \alpha'$ ausgedrückt, schon oben (S. 170) gegeben. Verbindet man die dort erhaltenen Ausdrücke mit denen des §. 5. so erhält man

$$x' = \frac{a'x}{\alpha} = \frac{x}{m'}$$

$$x'' = \frac{a'a''x}{\alpha\,\alpha'} = \frac{x}{m''}$$

$$x''' = \frac{a'a''a'''x}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''} = \frac{x}{m'''} \text{ u. f.}$$

Ist eine dieser Gröſsen x' x'' x''' negativ, so trifft der Strahl die Linse auf der entgegengesetzten Seite von jener der Figur. Ist z. B. x', x''', x^{V} ... negativ, so trifft der Strahl die Linse

über der Axe, und ist x'', x^{IV}, x^{VI}.... negativ, so trifft der Strahl die Linse unter der Axe.

II. Da die Halbmesser wegen der Helligkeit der Natur der Sache nach immer kleiner als die Halbmesser wegen dem Gesichtsfelde seyn müssen, so hat man

$$z' > x', \quad z'' > x'', \quad z''' > x''' \text{ u. f.}$$

welche Gleichungen eben so viele Bedingungen sind, denen jedes gute Fernrohr genügen mufs.

§. 9.

Nennt man also der Kürze wegen m' und x' die letzte der Gröfsen $m'\, m''\, m'''$.... und $x'\, x''\, x'''$.... und bezeichnet wie zuvor x das Oeffnungshalbmesser des Objectivs, so hat man überhaupt

$$x = m' x' \quad \text{oder} \quad x' = \frac{x}{m'}$$

wo also x' der Halbmesser des Strahlencylinders in der Nähe des letzten Oculares oder in der Nähe des Auges ist, da von diesem Cylinder die Helligkeit des Fernrohrs abhängt.

Bezeichnet dann w den Halbmesser der Pupille des Auges, welches immer in der Nähe des letzten Oculars angenommen wird, so hat man, da sich die Helligkeit oder die Menge der Strahlen, welche von demselben Gegenstande auf zwey von ihm gleichweit entfernte Flächen fallen, wie diese Fläche selbst verhält,

$$\frac{\text{Helle durchs Fernrohr}}{\text{Helle mit freiem Auge}} = \frac{x'^2}{w^2},$$

oder

$$\frac{\text{dioptrische Helle}}{\text{natürliche Helle}} = \frac{x'^2}{w^2}$$

oder endlich, wenn man die natürliche Helle gleich der Einheit annimmt, und die Helle durchs Fernrohr gleich H setzt,

$$H = \frac{x'^2}{w^2} = \frac{x^2}{m'^2\, w^2}$$

wo also die Gröſse x' und w oder x und w in demselben Maſse z. B. in Zollen ausgedrückt werden. Die Gröſse w nimmt man gewöhnlich gleich $\frac{1}{20} = 0.05$ öfters selbst nur gleich 0.03 Zoll an. Die Helle durch das Fernrohr ist also desto stärker, je gröſser x und je kleiner m' oder w ist.

Uebrigens gilt diese Gleichung nur so lange, als $x' < w$ ist, und dann ist immer $H < 1$, oder die dioptrische Helle ist kleiner als die natürliche, weil für $x' < w$ die Pupille nicht nach ihrer ganzen Ausdehnung von den Strahlencylinder ausgefüllt werden kann. Auch wird in diesem Falle die dioptrische Helle immer gröſser, je kleiner w ist, oder ein Beobachter mit einer kleinern Augenöffnung sieht durch ein Fernrohr heller, als einer mit einer gröſsern Pupille. — Anders verhält es sich mit der natürlichen Helle. Dann da das Auge ohne Hülfe der Gläser desto mehr Strahlen erhält, je gröſser w ist, so wird die natürliche Helle mit der Gröſse w zugleich wachsen.

I. Diese dioptrische Helle kann aber nur so lange zunehmen, bis $x' = w$ wird. Denn macht man $x' > w$, so wird ein Theil des Strahlenkegels, der neben der kleinen Augenöffnung fortgeht, überflüssig, und daher die Helle dadurch vermindert, nicht vermehrt. Man sollte daher, um der Helle keinen Abbruch zu thun, so nahe als möglich $L = 1$ oder x' gleich w d. h. $x = 0.03\,m$ oder $x = 0.05$ machen, obschon dieſs selten angeht, und gewöhnlich x' beträchtlich kleiner als w ist. Huyghens sagt, er habe gefunden, daſs ein einfaches Objectiv von 30 Fuſs oder 360 Zoll Brennweite eine Oeffnung x von drey Zoll vertrage, und daſs dazu ein Ocular von 3.3 Zoll Brennweite sehr gute Dienste thue Dieſs gibt die Vergröſserung

$$m = \frac{360}{3.3} = 109 \text{ und daher}$$

$$x' = \frac{x}{m'} = \frac{\frac{3}{1}}{109} = \frac{1}{73}.$$

Gewöhnlich nimmt man aber $x' = \frac{1}{50}$ also $x = \frac{m'}{50}$ an, obschon man sich oft mit $x' = \frac{1}{60}$ und selbst mit $x' = \frac{1}{70}$ begnügen muſs.

Ueberhaupt aber soll m nie so weit getrieben werden, daſs $H < \frac{1}{2}$ werde, weil dann die Gegenstände, wenn sie nicht selbst sehr stark leuchten, schon zu dunkel erscheinen. Gröſsere m geben also kleinere H und φ oder die Helle und das Gesichtsfeld jedes Fernrohres wird durch die Vergröſserung desselben beschränkt, so wie zugleich stärkere Vergröſserungen die beyden schädlichen Abweichungen der Kugelgestalt und der Farbe vermehren.

Ist endlich wie zuvor $w = \frac{1}{20}$ so hat man für die Helligkeit des Rohrs

$$H = \frac{x'^2}{w^2} = 400\, x'^2 = \frac{400\, x^2}{m'^2}$$

II. Ueber das Verhältniſs der halben Oeffnung x zur Brennweite y' eines Doppelobjectivs nahm man früher Folgendes an. Wenn die Kugelabweichung oder die Deutlichkeit des Sehens bey zwey Fernröhren gleich groſs seyn soll, so muſs sich (nach den letzten Gleichungen des Cap. III.) y'^3 wie $m x^3$ verhalten und da bey gleicher Helligkeit der Fernröhre, wie wir S. 178 gesehen haben die Gröſse m sich wie x verhält, so kann man annehmen

$$y'^3 = A\, x^4$$

wo A eine constante Gröſse bezeichnet. Um den Werth dieser Constante zu bestimmen, nehmen wir z. B. ein Fernrohr von Fraunhofer, welches $x = 2$ Zolle für $y' = 60$ gab, woraus folgt $x^4 = \frac{y^3}{A}$ oder $x = 0.092777\, y^{\frac{3}{4}}$. Die gröſste Helle, die man durch Fernröhre erreichen kann, ist $H = 1$, für welche zugleich der kleinste Werth der Vergröſserung m statt hat, so, daſs man nach §. 9. für diese kleinste Vergröſserung hat

$$m = \frac{x}{0.03}$$

Die stärkste Vergröſserung endlich, die man an ein gegebenes Objectiv anbringen kann, findet ihre vorzüglichste Gränze in der Kürze der Brennweite des Oculars, welche letzte, wenn nicht bedeutende Verzerrungen des Bildes und ein zu klei-

nes Gesichtsfeld eintreten soll, nicht gut kleiner als $\frac{2}{10}$ eines Zolles seyn kann, so dafs daher die stärkste Vergröfserung eines Fernrohres durch die Gleichung §. 5.

$$m = \frac{y'}{0.2}$$

ausgedrückt werden kann.

So ist für ein Doppelobjectiv, dessen Brennweite $y' = 20$ Zoll ist, die halbe Oeffnung $x = 0{,}8773$ Zolle, die schwächste Vergröfserung $\frac{x}{0.03} = 29$ und die stärkste $\frac{y'}{0.2} = 100$. Für $y' = 120$ Zolle erhält man $x = 3.36$ Zolle, die schwächste Vergröfserung 112, und die stärkste 600. Für $y' = 60$ Zolle ist $x = 2.00$ Zolle, die schwächste Vergröfserung 66, und die stärkste 300. Die zwischen diesen beyden Grenzen liegenden Vergröfserungen pflegt Fraunhofer so zu nehmen, dafs jede schwächere den $\frac{2}{3}$ten Theil der nächstvorhergehenden stärkern betrug. So hat er für $y' = 60$ Zolle und $x = 2$ die Vergröfserungen der 5 Oculare 270, 180, 120, 80 und 54.

Eine Ausnahme von dieser Regel machen jene Fernröhre, bey welchen, wie bey den Kometensuchern, eine grofse Helle und ein grofses Gesichtsfeld bey einer nur geringen Vergröfserung gesucht wird. Fraunhofers Kometensucher haben für $y' = 24$ und $x = 1.5$ Zoll nur eine Vergröfserung $m = 10$ also ist für sie die Helle §. 9.

$$H = \frac{x^2}{(0.03m)^2} = 25$$

oder die Gegenstände erscheinen durch diese Fernröhre 25mal heller als mit freyem Auge.

§. 10.

Suchen wir, um auch die übrigen Theile der Figur 9 zu bestimmen, die Winkel $BOQ = \Psi'$, $CO'R = \Psi''$, $SO''D = \Psi'''$... welche der Hauptstrahl nach seiner Brechung durch die II. III. IV.... Linse mit der Axe bildet.

Verbindet man die erste der Gleichungen (§. 7.)

$$BQ = z' = p'\omega', \; CR = z'' = p''\omega'', \; DS = z''' = p'''\omega''' \ldots.$$

mit der bekannten Gleichung

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \text{ oder } \frac{1}{p'} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{BO}$$

$$\text{wo } AB = \frac{BQ}{\operatorname{tang}\varphi} = \frac{p'\omega'}{\varphi} \text{ ist,}$$

so hat man

$$BO = \frac{p'\omega'}{\omega' - \varphi},$$

und diese Werthe von B O und B Q in der Gleichung $\operatorname{tang} BOQ = \frac{BQ}{BO}$ substituirt geben

$$\Psi' = \omega' - \varphi.$$

Eben so ist für drey Linsen

$$CO = \frac{BO.\,CR}{BQ} = \frac{p''\omega''}{\omega' - \varphi}$$

$$\text{und } \frac{1}{p''} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{CO'} \text{ also auch}$$

$$CO' = \frac{p''\omega''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$\text{oder da } \operatorname{tang} CO'R = \frac{CR}{CO'} \text{ ist,}$$

$$\Psi'' = \omega'' - \omega' + \varphi.$$

Eben so erhält man für vier Linsen

$$DO'' = \frac{p'''\omega'''}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \text{ und}$$

$$\Psi''' = \omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi \text{ u. f.}$$

I. Es ist schon oben S. 176 bemerkt worden, daſs die Gröſsen ω' ω'' nur eigentliche Brüche, die nicht gröſser als $\frac{1}{4}$ sind, seyn können. Da nämlich den Erfahrungen zu Folge, die ganze Oeffnung jeder Linse nie mehr als 30 Grad von der Peripherie ihrer Kugel betragen kann, so hat man, wenn die Linse gleichseitig, und n = 1.50 ist, (S. 79)

$$f = g = 2(n-1)\,p \quad \text{oder } f = g = p, \text{ also auch}$$

$$z' = p' \operatorname{Sin} \frac{30}{2} = \frac{p'}{4} \text{ oder da } z' = p'\omega' \text{ ist,}$$

die Größe ω' höchstens gleich $\frac{1}{4}$.

§. 11.

Um ferner die Größen $z'\, z''\, z''' \ldots$ durch die Größen $\omega'\, \omega''\, \omega''' \ldots$ und φ, und durch die Vereinigungsweiten der Linsen auszudrücken, hat man

$$BQ = AB \operatorname{tang} \varphi \text{ oder}$$

$$p'\,\omega' = (\alpha + a')\,\varphi$$

Die Aehnlichkeit der Dreyecke der Zeichnung 9 gibt

$$CR : CO = CR - F'f' : CF'$$

Es ist aber $CR = p''\,\omega''$, $CF' = a''$ und

$$F'f' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\varphi}{a'} \text{ so wie } CO = \frac{p''\,\omega''}{\omega' - \varphi},$$

also ist auch, wenn man diese Werthe in der vorhergehenden Proportion substituirt,

$$p''\,\omega'' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\varphi}{a'} + a''\,(\omega' - \varphi).$$

Ganz eben so gibt die Proportion

$$DS : DO' = DS - F''f'' : DF''$$

die Gleichung

$$p'''\,\omega''' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\,\varphi + a'''\,(\omega'' - \omega' + \varphi),$$

und auf dieselbe Art

$$p^{IV}\,\omega^{IV} = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi + a'''\,(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi) \text{ u. f.}$$

Diese Ausdrücke sind zur Construction der Fernröhre von der größten Wichtigkeit, wie wir in der Folge sehen werden. — Wenn in ihnen die Größen $p'\,\omega'$, $p''\,\omega'' \ldots$ negativ werden,

so trifft der Strahl e A die Linsen auf einer andern Seite der Axe, als in der Zeichnung angenommen wurde. Ist z. B. $p'' \omega'' = CR$ negativ, so wird die dritte Linse von diesem Strahl unter der Axe geschnitten u. f.

I. Aus den vorhergehenden Gleichungen folgt auch

$$z' = BO. \Psi' = \Delta \varphi$$
$$z'' = CO'. \Psi'' = CO. \Psi'$$
$$z''' = DO''. \Psi''' = DO'. \Psi''$$

Also ist auch, wenn Δ, Δ', Δ'' die Distanzen der Linsen sind (S. 170)

$$BO + CO \quad \text{oder } \Delta' = \frac{z' + z''}{\Psi'}$$

$$CO' + DO' \quad \text{»} \quad \Delta'' = \frac{z'' + z'''}{\Psi''}$$

$$DO'' + F'''O'' \quad \text{»} \quad \Delta''' = \frac{z''' + z^{IV}}{\Psi'''} \text{ u. f.}$$

woraus folgt

$$z' = \Delta \varphi$$
$$z'' = (\omega' - \varphi)\Delta' - z'$$
$$z''' = (\omega'' - \omega' + \varphi)\Delta'' - z'' \text{ u. f.}$$

oder auch

$$\omega' = \frac{\varphi \Delta}{p'}$$

$$\omega'' = \frac{\omega' - \varphi}{p''}\Delta' - \frac{p' \omega'}{p''}$$

$$\omega''' = \frac{\omega'' - \omega' + \varphi}{p'''}\Delta'' - \frac{p'' \omega''}{p'''} \text{ u. f.}$$

§. 12.

Substituirt man die in S. 182 erhaltenen Werthe von $\Psi' \Psi''$... in die Gleichungen des §. 5. so erhält man für die Vergröfserungszahlen

$$m' = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$m'' = \frac{\omega'' - \omega' + \varphi}{\varphi}$$

$$m''' = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}{\varphi} \text{ u. f.}$$

also auch

$$\omega' = \left(\frac{\alpha}{a'} + 1\right)\varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'}{a'\,a''} - 1\right)\varphi$$

$$\omega''' - \omega'' + \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''} + 1\right)\varphi$$

$$\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,a^{IV}} - 1\right)\varphi \text{ u. f.}$$

oder endlich

$$\varphi = \frac{\omega'}{m' + 1}$$

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m'' - 1}$$

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m''' + 1} \text{ u. f.}$$

welche Ausdrücke alle sich leicht fortsetzen lassen, da das Gesetz des Fortgangs derselben deutlich ist.

I. Die letzten dieser Ausdrücke geben den Werth von φ, oder sie geben das halbe Gesichtsfeld für zwey, drey, vier . . . Linsen, d. h. den Halbmesser des kreisförmigen Raumes, welchen man durch das Fernrohr übersieht.

Um diese Ausdrücke von φ in Minuten des Bogens zu erhalten, wird man sie durch 3437.75, oder kürzer durch 3438 multipliciren. Man sieht, daſs das Gesichtsfeld abnimmt, wenn m wächst; daſs das Gesichtsfeld wächst, wenn die Oeffnung des Oculars gröſser wird, und daſs überhaupt das Gesichtsfeld durch die Werthe von ω', ω'' beschränkt wird, die

nach S. 176 nicht gröſser als 0.3 seyn dürfen. So gibt die erste jener Gleichungen

$$\varphi = \frac{3438\ (0.3)}{m'+1} = \frac{1031.4}{m'+1},\ \text{also für}$$

$$\begin{array}{lll} m = 20 & \text{nahe } \varphi = & 50 \text{ Min.} \\ 40 & \ldots & 25 \\ 100 & \ldots & 10 \text{ u. f.} \end{array}$$

Dieselben Ausdrücke zeigen auch, daſs man durch die Hinzusetzung eines neuen Oculars das Gesichtsfeld oft bedeutend vergröſsern kann. So ist für ein einziges Ocular

$$\varphi = \frac{\omega'}{m'+1}$$

und für zwey, wenn $\omega' = -\omega''$ genommen wird

$$\varphi = \frac{2\,\omega'}{m''-1},$$

also im zweyten Falle das Gesichtsfeld mehr als doppelt so groſs, wenn auch nur $m' = m''$ ist. Auch folgt aus den vorhergehenden Gleichungen, wenn m überhaupt die Vergröſserung des Rohres bezeichnet

$$\pm\, m = \frac{\varphi - \omega' + \omega'' - \omega''' + \omega^{IV} - }{\varphi}$$

oder:

$$(\pm\, m - 1)\,\varphi = -\,\omega' + \omega'' - \omega''' + \omega^{IV} -$$

wo das obere Zeichen von m für ein letztes aufrechtes, das untere Zeichen aber für ein letztes verkehrtes Bild des Fernrohres gehört (S. 173).

II. Da eine starke Vergröſserung und ein groſses Gesichtsfeld zwey wesentliche Bedingungen eines guten Fernrohres sind, so sieht man aus den letzten Ausdrücken, daſs man, um das Product $m\,\varphi$, so groſs als möglich zu machen, die Oeffnungshalbmesser ω', ω'', ω''' . . . abwechselnd positiv und negativ nehmen müsse. Auch zeigen dieselben Gleichungen, daſs die Gröſsen m und φ, so von einander abhängen, daſs die eine dersel-

ben wächst, wenn die andere abnimmt, und dafs überhaupt für grofse Werthe von m die Gröfse φ sich sehr nahe wie verkehrt die Gröfse m verhält.

III. Ist E (Fig. 9) die Mitte und e der höchste oder äufserste Punct des Objects, welches man durch das Fernrohr noch übersehen kann, so ist der Winkel, unter welchem der halbe Gegenstand E e dem Auge in A (oder was dasselbe ist, da die Länge des Rohrs gegen die Entfernung des Gegenstandes immer sehr klein ist) dem Auge in O (bey zwey Linsen) erscheint, offenbar gleich E A e und diefs ist derselbe Winkel, den wir oben (Seit. 172) durch φ bezeichnet haben. Das Maafs des Gesichtsfeldes ist also der Winkel, unter welchem das blofse Auge ohne Hülfe der Gläser den Raum übersehen würde, welchen es in der That durch das Fernrohr übersieht.

IV. Man sieht aus dieser Erklärung, dafs die Oeffnung 2 x des Objectives zur Gröfse des Gesichtsfelds 2 φ nichts beyträgt, während im Gegentheile das Gesichtsfeld von den Oeffnungen aller übrigen Linsen allerdings abhängt, obschon auch unter diesen Linsen einige seyn können, deren Oeffnung auf das Gesichtsfeld keinen Einflufs hat. Das Objectiv aber kann die Gröfse des Gesichtsfeldes nicht ändern, denn ein Punct des Gegenstandes, der noch über e ist, kann keinen Hauptstrahl (der durch die Mitte A des Objectives geht) mehr auf dasselbe schicken, sondern höchstens nur solche Strahlen, die aufser dem Mittelpunct des Objectivs auf dasselbe fallen, und daher nur ein sehr dunkles Bild geben. Noch höhere Strahlen über e hinaus aber können gar keine der Axe parallelen Strahlen mehr auf das Objectiv schicken. Aus dieser Ursache dehnt man daher den Begriff des halben Gesichtsfeldes φ nur bis zu demjenigen höchsten Punct e des Gegenstandes aus, der noch Hauptstrahlen e A auf das Objectiv schickt, so dafs man also in dieser Beziehung das Objectiv gleichsam als unendlich klein ansieht, weil man unter den Strahlen, welche aus dem Gegenstande ausströmen, nur diejenigen betrachtet, welche mit der Axe parallel auf das Objectiv fallen.

§. 13.

Der schicklichste Ort des Auges wird für ein Fernrohr von zwey, drey, vier Linsen der Punct O, O′, O″ näm-

lich derjenige Punct der Axe seyn, in welchem sich alle von der letzten Linse kommenden Strahlen vereinigen. Nennt man also k′, k″, k‴ die Entfernungen B O, C O′, D O″, ... oder die Entfernungen des Auges von der letzten Linse, so hat man (nach S. 182)

$$k' = \frac{p' \omega'}{\omega' - \varphi}$$

$$k'' = \frac{p'' \omega''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$k''' = \frac{p''' \omega'''}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \text{ u. f.}$$

oder wenn man in diesen Brüchen die Werthe der Nenner (aus S. 185) substituirt.

$$k' = \frac{p' \omega'}{m' \varphi}$$

$$k'' = \frac{p'' \omega''}{m'' \varphi}$$

$$k''' = \frac{p''' \omega'''}{m''' \varphi} \text{ u. f.}$$

Dieser Ort des Auges wird bey Fernröhren gewöhnlich durch einen in seiner Mitte mit einer runden Oeffnung versehenen Deckel des letzten Oculares berücksichtigt, den man so stellt, daſs die Entfernung dieser Oeffnung von dem letzten Ocular gleich $\frac{1}{2}$ k ist.

§. 14.

Um eben so die Entfernung des Durchschnittes des Hauptstrahles mit der Axe von dem nächsten Bilde, oder um die Gröſsen F′O, F″O′, F‴O″ u. f. zu finden, hatte man

$$m' = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi}$$

und wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke

$$\frac{O\,F'}{F'\,f'} = \frac{B\,O}{B\,Q}.$$

Es war aber (S. 183)

$$F' f' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \varphi}{a'} \text{ und}$$

$$B\,Q = p'\, \omega' \text{ und}$$

$$B\,O = \frac{p'\, \omega'}{\omega' - \varphi}$$

also ist auch

$$F' O = \frac{\alpha\, \alpha'\, \varphi}{a'\,(\omega' - \varphi)} \text{ oder da}$$

$$m' = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi} \text{ ist}$$

$$F' O = \frac{\alpha\, \alpha'}{a' m}.$$

Eben so findet man für drey Linsen

$$F'' O' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \alpha''}{a'\, a''\, m}$$

und für vier

$$F''' O'' = \frac{\alpha\, \alpha'\, \alpha''\, \alpha'''}{a'\, a''\, a'''\, m} \text{ u. f.}$$

I. Die Ausdrücke für k zeigen, daſs, je gröſser das Gesichtsfeld φ, oder auch, je gröſser die Zahl m ist, desto näher im Allgemeinen das Auge an das letzte Ocular gebracht werden müsse, um jenes Gesichtsfeld ganz zu übersehen. Daſs aus denselben Gründen jene Gröſsen k immer positive Zahlen seyn sollen, ist für sich klar, denn wenn z. B. für zwey Linsen k′ negativ ist, so fällt der Punct O zwischen diese zwey Linsen, und da das Auge nicht zwischen die Linsen gebracht werden kann, so muſs es wenigstens so nahe als möglich an die äuſsere Fläche der zweyten Linse gebracht werden, um jenem Puncte, aus dem es allein das ganze Gesichtsfeld übersehen würde, so nahe als möglich zu kommen.

II. Alles Vorhergehende zeigt, daſs man, wenn man den Weg des Hauptstrahls durch alle seine Brechungen verfolgt,

den Ort des Auges erhält, indem man den letzten Durchschnittspunct dieses Hauptstrahles mit der Axe der Linsen sucht. Die Neigung dieses Hauptstrahles gegen die Axe in dem erwähnten Durchschnittspuncte gibt den Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gegenstandes durch die Linsen erscheint, und aus der Vergleichung dieses Winkels mit demjenigen, unter welchem sich derselbe Halbmesser des Gegenstandes dem blofsen Auge darstellt, erhält man die Vergröfserung des Fernrohres. Sucht man endlich, wie sehr dieser Hauptstrahl bey seinem Eintritte in die erste Linse gegen die Axe geneigt seyn darf, ohne auf irgend einer der folgenden Linsen z. B. einen gegebenen Bogen über 30 Grade abzuschneiden, so erhält man die Gröfse des Gesichtsfeldes.

§. 15.

Nach S. 170 ist der Winkel φ' des Strahles EP mit der Axe nach der Brechung durch die erste Linse $\varphi' = \frac{x}{\alpha}$ also auch

$$d\varphi' = -\frac{x\, d\alpha}{\alpha^2}.$$

Sieht man aber diese Veränderung $d\alpha$ der Gröfse α als die Wirkung der Farbenzerstreuung (Cap. IV.) an, so hat man

$$d\alpha = -\frac{\theta\, \alpha^2}{P}.$$

$$\text{wo } \theta = \frac{dn}{n-1}$$

ist, also auch

$$d\varphi' = -\frac{\theta\, x}{P}.$$

Eben so hat man nach der Brechung durch die zweyte Linse (S. 170)

$$\varphi'' = \frac{a'\, x}{\alpha\, \alpha'},$$

also auch

$$\frac{d\varphi''}{\varphi''} = \frac{d\, a'}{a'} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\alpha'}{\alpha'}.$$

Da aber $\alpha + \triangle' = \triangle$ eine constante Gröfse ist, so ist $d\, a' = -d\, \alpha$, und wenn die Strahlen nach der zweyten Brechung parallel werden, so ist $\alpha' = \infty$, also auch

$$\frac{d\,\varphi''}{\varphi''} = -\frac{d\,\alpha'}{\alpha'} \text{ oder}$$

$$d\varphi'' = -\frac{a''\ x}{\alpha\ \alpha'^2}\, d\,\alpha'$$

und daher (nach Cap. IV.)

$$d\,\varphi'' = -\left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\ a'^2}{\alpha^2\ p'}\right)\frac{\alpha\,x}{a'}$$

Eben so erhält man für drey Linsen, wenn die Strahlen nach der dritten Brechung parallel werden

$$\frac{d\,\varphi'''}{\varphi'''} = \frac{d\,a'}{a'} + \frac{d\,a''}{a''} - \frac{d\,\alpha}{\alpha} - \frac{d\,\alpha'}{\alpha'} - \frac{d\,\alpha''}{\alpha''} \text{ und}$$

$$d\,a' + d\,\alpha = d\,a'' + d\,\alpha' = o,$$

also auch

$$d\,\varphi''' = \left(\frac{\theta}{p} + \frac{\theta'\ a'^2}{\alpha^2\ p'} + \frac{\theta''\ a'^2\ a''^2}{\alpha^2\,\alpha'^2\,p''}\right)\frac{\alpha\,\alpha'\,x}{a'\ a''} \text{ u. f.}$$

I. Für zwey Linsen ist also, wenn die Gläser beyder Linsen gleichartig sind,

$$d\,\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{a^2\ p'}\right)\frac{\alpha\,x}{a'}\,d\,n$$

wenn man der Kürze wegen $\theta = \theta' = d\,n$ setzt.

Aber $a' = p'$ und $\alpha = p$, also

$$d\,\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{p'}{p^2}\right)\frac{p\,x\,d\,n}{p'} \text{ oder}$$

$$d\,\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right)x\,d\,n$$

Da aber (S. 173)

$$p' = \frac{p}{m'}$$

und (S. 177) $x = m' x'$, so ist auch

$$d\varphi'' = \left(\frac{1}{p} + \frac{m'}{p}\right) m' x' dn,$$

oder wenn m groſs ist,

$$d\varphi'' = \frac{m'^2}{p} . x' dn$$

Das heiſst, bey zwey Fernröhren, welche dieselbe Farbenzerstreuung $d\varphi''$ haben, verhalten sich die Brennweiten der Objective oder sehr nahe die Längen der Fernröhre selbst, wie die Quadrate der Vergröſserungen. Aus dieser Ursache muſsten die alten Fernröhre mit einfachen Objectiven, wenn sie gröſsere Oeffnungen haben, stark vergröſsern und doch keine zu groſse Farbenzerstreuung geben sollten, so ungemein lang, und daher zum Gebrauch so unbequem werden.

Auch gibt die letzte Gleichung

$$d\varphi'' = \frac{m' x' dn}{p'}$$

Oder bey zwey Fernröhren, welche dieselbe Farbenzerstreuung haben, müssen sich die Brennweiten der Oculare wie die Vergröſserungen verhalten.

§. 16.

Sucht man aber denjenigen Einfluſs der Farbenzerstreuung, welcher vorzüglich auf die Grenzen der durch das Fernrohr betrachteten Gegenstände wirkt, und daher den Rand dieser Gegenstände gefärbt zeigt, so wird man nicht die Aenderungen der Winkel $\varphi' = AFP$, $\varphi'' = BF'q$, $\varphi''' = CF''r$ sondern vielmehr die Aenderungen der Winkel BOQ, CO'R, DO''S suchen, welche der Hauptstrahl, der ebenfalls von dem Rande e des Objectes kömmt, nach seinen verschiedenen Brechungen mit der Axe bildet. Es war aber

$$BOQ = \omega' - \varphi \text{ und}$$
$$p' \omega' = (\alpha + a') \varphi$$

woraus folgt

$$d. BOQ = d\omega' \text{ und}$$

$$d\omega' = -(\alpha + a')\varphi. \frac{dp'}{p'^2} = -\frac{\omega' dp'}{p'}$$

Nach Seite 70 ist aber $dp' = -p'\theta'$, also ist auch die gesuchte Zerstreuung durch zwey Linsen, da $BOQ = \Psi'$ ist,

$$d\Psi' = \omega'\theta' \text{ wo } \theta' = \frac{dn'}{n' - 1} \text{ ist.}$$

Kömmt noch eine dritte Linse hinzu, so kann man die gefundene Zerstreuung $\omega'\theta'$ der zweyten Linse als einen Gesichtswinkel betrachten, der durch die Wirkung der dritten Linse (nachdem in S. 172 bey den verschiedenen Werthen von Ψ', Ψ'', Ψ''' . . . angenommenen Verfahren) in $\frac{\alpha'}{a''}\omega'\theta'$ übergeht. Setzt man dazu noch die Zerstreuung $\omega''\theta''$ der dritten Linse selbst, so hat man für die Gesammtzerstreuung von drey Linsen den Ausdruck

$$d\Psi'' = \frac{\alpha'}{a''}\omega'\theta' + \omega''\theta''$$

und eben so erhält man für die Zerstreuung von vier Linsen

$$d\Psi''' = \frac{\alpha''}{a'''}\left(\frac{\alpha'\omega'\theta'}{a''} + \omega''\theta''\right) + \omega'''\theta'''$$

$$= \frac{\alpha'\alpha''}{a''a'''}\omega'\theta' + \frac{\alpha''\omega''\theta''}{\alpha'''} + \omega'''\theta''', \text{ u. f.}$$

§. 17.

Es wird vortheilhaft seyn, die vorzüglichsten Ausdrücke dieses Kapitels zur bequemeren Uebersicht zusammen zu stellen.

Es sey also $x = AP$ der Oeffnungshalbmesser des Objectivs oder der ersten Linse und $x' = Bq$, $x'' = Cr$. . . die Oeffnungshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde für die II., III. . . . Linse, so wie $z' = BQ$, $z'' = CR$, $z'' = DS$ die Oeffnungshalbmesser wegen dem Gesichtsfelde für die II., III., IV. Linse.

Ferner seyen die zusammen gehörenden Vereinigungsweiten:

$a = EA,\ \alpha = AF$ für die I. Linse
$a' = FB,\ \alpha' = BF'$ — — II. —
$a'' = F'C,\ \alpha'' = CF''$ — — III. —

und $\Delta = \alpha + a'$ die Distanz der Linsen I. II.
$\Delta' = \alpha' + a''$ II. III.
$\Delta'' = \alpha'' + a'''$ III. IV. u. f.

Die Brennweiten der Linsen seyen $p\ p'\ p'' \ldots$
ihre Krümmungshalbmesser $f\ g\ f'\ g',\ f''\ g'' \ldots$
ihre Brechungsverhältnisse $n\ n'\ n'' \ldots$
ihre Farbenzerstreuungen $dn\ dn'\ dn'' \ldots$

Ferner sey $\varphi = eAE$ der Halbmesser des Gesichtsfeldes, und $\varphi' = AFP$, $\varphi'' = BF'q$, $\varphi''' = CF''r \ldots$ die Winkel des Randstrahles mit der Axe und $\Psi = EAe$, $\Psi' = BOQ$, $\Psi'' = CO'R$, $\Psi''' = SO''D \ldots$ der Winkel des Hauptstrahles mit der Axe; $k' = BO$, $k'' = CO'$, $k''' = DO'' \ldots$ die Entfernung des Auges hinter der I., II., III. Linse, und R, R', R'' der Halbmesser des Abweichungskreises wegen der sphärischen Gestalt für ein, zwey, drey Linsen u. f.

Dieses vorausgesetzt hat man folgende Ausdrücke, für welche alle man bemerken mufs, dafs bey Fernröhren die erste Vereinigungsweite der ersten Linse $a = \infty$, also die zweyte $\alpha = p$, und dafs immer die letzte der Gröfsen $a\ a'\ a'' \ldots$ gleich der letzten der Gröfsen $p\ p'\ p'' \ldots$ ist.

I.

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \text{ oder } p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \qquad p' = \frac{a'\alpha'}{a'+\alpha'}$$

$$\frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{\alpha''} \qquad p'' = \frac{a''\alpha''}{a''+\alpha''} \text{ u. f.}$$

II.

$$\varphi' = \frac{x}{\alpha} \text{ und } \Psi = \varphi$$

$$\varphi'' = \frac{a'\,x}{\alpha\,\alpha'} \qquad \Psi' = \omega' - \varphi$$

$$\varphi''' = \frac{a'\,a''\,x}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''} \qquad \Psi'' = \omega'' - \omega' + \varphi$$

$$\varphi^{IV} = \frac{a'\,a''\,a'''\,x}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''} \quad \Psi''' = \omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi$$

III.

$$z' = p'\,\omega' = \triangle\,\varphi$$

$$z'' = p''\,\omega'' = (\omega' - \varphi)\,\triangle' - z'$$

$$z''' = p'''\,\omega''' = (\omega'' - \omega' + \varphi)\,\triangle'' - z''.$$

Die Gröfsen ω', ω'', ω''' ... können nicht gröfser als $\frac{1}{4}$ seyn; die Gröfsen $\triangle$, $\triangle'$, $\triangle''$ müssen immer positiv seyn; wird endlich eine der Gröfsen z', z'', z''' negativ, so trifft der Hauptstrahl die Linse auf einer andern Seite der Axe, als in der Figur 9 angenommen wurde.

IV.

$$x' = \frac{a'\,x}{\alpha} = \frac{x}{m'}$$

$$x'' = \frac{a'\,a''\,x}{\alpha\,\alpha'} = \frac{x}{m''}$$

$$x''' = \frac{a'\,a''\,a'''\,x}{\alpha\,\alpha'\,\alpha''} = \frac{x}{m'''} \text{ u. f.}$$

V.

$$\triangle = \alpha + a' = \frac{z'}{\varphi}$$

$$\triangle' = \alpha' + a'' = \frac{z' + z''}{\omega' - \varphi}$$

$$\triangle'' = \alpha'' + a''' = \frac{z'' + z'''}{\omega'' - \omega' + \varphi}$$

$$\triangle''' = \alpha''' + a^{IV} = \frac{z''' + z^{IV}}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \text{ u. f.}$$

VI.

$$\omega' = \left(\frac{\alpha}{a'} + 1\right) \varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'}{a'\,a''} - 1\right) \varphi$$

$$\omega''' - \omega'' + \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,a'''} + 1\right) \varphi$$

$$\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,a^{IV}} - 1\right) \varphi$$

VII.

$$O\,F' = \frac{\alpha\,\alpha'}{a'\,m'}$$

$$O'\,F'' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''\,m''}$$

$$O''\,F''' = \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''\,m'''}$$

VIII.

Erstes Bild . . . $= \alpha\,\varphi$

Zweytes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'}{\alpha'}\,\varphi$.

Drittes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\,\varphi$

Viertes — . . . $= \frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi$

Ist einer dieser Ausdrücke negativ, so ist das Bild aufrecht bey einer ungeraden Anzahl der Linsen, und verkehrt bey einer geraden.

IX.

$$k' = \frac{p'\,\alpha'}{\omega' - \varphi} = \frac{p'\,\alpha'}{m'\,\varphi'}$$

$$k'' = \frac{p''\,\alpha''}{\omega'' - \omega' + \varphi} = \frac{p''\,\alpha''}{m''\,\varphi}$$

$$k''' = \frac{p''' \omega'''}{\omega''' - \omega'' + \alpha' - \varphi} = \frac{p''' \omega'''}{m''' \varphi}$$

X.

$$m' = \frac{\alpha}{a'} = \frac{p}{p'} = \frac{\omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$m'' = \frac{\alpha \alpha'}{a' a''} = \frac{\alpha' p}{a' p''} = \frac{\omega'' - \alpha' + \varphi}{\varphi}$$

$$m''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a' a'' a'''} = \frac{\alpha' \alpha'' p}{a' a'' p'''} = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}{\varphi}$$

$$m^{IV} = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a''' a^{IV}} = \frac{\alpha' \alpha'' \alpha''' p}{a' a'' a''' p^{IV}} = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' + \varphi}{\varphi}$$

Ist einer dieser Ausdrücke von m', m'', m''' ... negativ, so ist das Bild aufrecht bey einer geraden Anzahl der Linsen, und verkehrt bey einer ungeraden.

XI.

$$p' \omega' = (\alpha + a') \varphi$$

$$p'' \omega'' = \left(\frac{\alpha \alpha'}{a'} - a''\right) \varphi + a'' \omega'$$

$$p''' \omega''' = \left(\frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a' a''} + a'''\right) \varphi + a''' (\omega'' - \omega')$$

$$p^{IV} \omega^{IV} = \left(\frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a' a'' a'''} - a^{IV}\right) \varphi + a^{IV} (\omega''' - \omega'' + \omega')$$

$$p^{V} \omega^{V} = \left(\frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha''' \alpha^{IV}}{a' a'' a''' a^{IV}} + a^{V}\right) \varphi + a^{V} (\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega') \text{ u. f.}$$

XII.

$$\varphi = \frac{\alpha'}{m' + 1} \quad \text{für II Linsen}$$

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m'' - 1} \quad \ldots\ldots \text{III} —$$

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m''' + 1} \quad \ldots \text{IV} —$$

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m^{IV} - 1} \quad \ldots \text{V} — \text{u. f.}$$

XIII.

Aenderung der Winkel φ' φ'' φ'''

für eine Linse

$$d\,\varphi' = -\,\frac{x\,d\,n}{p}$$

für zwey Linsen

$$d\varphi'' = -\left(\frac{d\,n}{p} + \frac{a'^2\,d\,n'}{\alpha^2\,p'}\right)\frac{\alpha\;x}{a'}$$

für drey Linsen

$$d\varphi''' = -\left(\frac{d\;n}{p} + \frac{a'^2\;d\,n'}{\alpha^2\;p'} + \frac{a'^2\;a''^2\;d\,n''}{\alpha^2\;\alpha'^2\;p''}\right)\frac{\alpha\;\alpha'\;x}{a'\,a''}$$

für vier Linsen

$$d\,\varphi^{IV} = -\left(\frac{d\;n}{p} + \frac{a'^2\,d\,n'}{\alpha^2\,p'} + \frac{a'^2\,a''^2\,d\,n''}{\alpha^2\;\alpha'^2\,p''}\right.$$

$$\left. + \frac{a'^2\;\;a''^2\;\;a'''^2\;\;d\,n'''}{\alpha^2\;\;{}'^2\;\alpha''^2\;p'''}\right)\frac{\alpha\;\alpha'\;\alpha''\;x}{a'\,a''\,a'''}\;\text{u. f.}$$

XIV.

Aenderung der Winkel Ψ' Ψ'' Ψ'''

für zwey Linsen

$$d\;\Psi' = \omega'\,dn'$$

für drey Linsen

$$d\;\Psi'' = \left(\omega'\,dn' + \frac{a''}{\alpha'}\,\omega''\,d\,n''\right)\frac{\alpha'}{a''}$$

für vier Linsen

$$d\;\Psi''' = \left(\omega'\,dn' + \frac{a''}{\alpha'}\,\omega''\,d\,n'' + \frac{a''\,a'''\;\omega'''\;d\,n'''}{\alpha'\;\;\alpha''}\right)\frac{\alpha'\;\;a''}{a''\,a'''}\;\text{u.f.}$$

XV.

Der Halbmesser der Kugelabweichung ist bey Fernröhren

Für eine Linse $R = \dfrac{\mu\;\lambda}{4\;p^3}\;m\;x^3$

Ist dann $Q' = \lambda'\left(\dfrac{a'}{p'}\right)^2 + \dfrac{\nu'\;a'}{\alpha'}$

$$Q'' = \lambda''\left(\frac{a''}{p''}\right)^2 + \frac{\nu''\;a''}{\alpha''}$$

$$Q''' = \lambda'''\left(\frac{a'''}{p'''}\right)^2 + \frac{\nu'''\;a'''}{\alpha'''}\;\text{u. f.}$$

so hat man für jede Anzahl der Linsen eines Fernrohres

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,p^4}\left[\mu\,\lambda\,p + \frac{\mu'\,a'^2}{p'}\cdot Q' + \frac{\mu''\,a''^2}{p''}\cdot\left(\frac{a'}{\alpha'}\right)^4\cdot Q'' + \frac{\mu'''\,a'''^2}{p'''}\cdot\left(\frac{a'\,a''}{\alpha'\,\alpha''}\right)^4\cdot Q''' + \ldots\right]$$

Die Gröſsen φ, $d\varphi$, $d\Psi$ und R in N^ro. XII bis XV werden durch 3438 multiplicirt, um sie in Minuten des Bogens zu erhalten (S. 65)

§. 18.

Noch müssen hier die Blendungen (Diaphragmen) erwähnt werden, kreisförmige Oeffnungen zwischen den Linsen, die das fremdartige Licht abhalten, welches durch die Zurückstrahlung von den Glasflächen und von den Wänden der Röhre erzeugt wird. Sie werden an der Stelle der wahren Bilder des Fernrohrs angebracht, und am besten der Gröſse des Bildes selbst gleich gemacht, da eine gröſsere Oeffnung jenes parasitische Licht nicht ganz ausschlieſsen, und eine kleinere das Gesichtsfeld des Fernrohrs vermindern würde. Nach den in (Seite 171) gegebenen Ausdrücken für die Gröſsen der Bilder hat man daher auch für die Halbmesser der aufeinander folgenden Blendungen

Halbmes. der I. Blend. $\alpha\,\varphi$ in der Entfernung α von der I. Linse

— — II. . . $\frac{\alpha\,\alpha'}{a'}\,\varphi$ α' . . II. —

— — III. . . $\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''}{a'\,a''}\,\varphi$ α'' . . III. —

— — IV. . . $\frac{\alpha\,\alpha'\,\alpha''\,\alpha'''}{a'\,a''\,a'''}\,\varphi$ α''' . . IV. —

u. f.

ZWEYTES KAPITEL.

Fernröhre überhaupt.

§. 1.

Wenn man die beyden Abweichungen wegen der Kugelgestalt der Linsen, und wegen der Farbenzerstreuung der Gläser als unbedeutend vernachlässigen dürfte, so wäre die Theorie der Fernröhre sehr einfach, und sie würde sich ganz vollständig aus den beyden Systemen der folgenden einfachen Gleichungen ableiten lassen:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \quad \text{und} \quad \Delta = \alpha + a'$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \quad \ldots\ldots \quad \Delta' = \alpha' + a''$$

$$\frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{\alpha''} \text{ u. f.} \quad \Delta'' = \alpha'' + a''' \text{ u. f.}$$

Setzt man nämlich (S. 170) $AP = x$, $Bq = x'$, $Cr = x''$..., und überdieſs der Kürze wegen tang $AEP = q$, tang $BFq = q'$, tang $CF'r = q''$ so hat man

$$x = a\ q = \alpha\ q'$$

$$x' = a'\ q' = \alpha'\ q''$$

$$x'' = a''\ q'' = \alpha''\ q'''$$

und wenn man diese Werthe von $a\ a'\ a''$... und von $\alpha\ \alpha'\ \alpha''$.... aus den letzten Gleichungen in jenen zwey Systemen substituirt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} x + x' = \Delta\, q' \\ x' + x'' = \Delta'\, q'' \\ x'' + x''' = \Delta''\, q''' \ldots \end{array}\right\} \text{ und } \begin{array}{l} q + q' = \frac{x}{p} \\ q' + q'' = \frac{x'}{p'} \\ q'' + q''' = \frac{x''}{p''} \ldots \end{array}$$

und diese beyden Systeme enthalten unter der oben erwähnten Beschränkung nicht nur die ganze Theorie der dioptrischen, sondern auch die der katoptrischen Fernröhre und selbst die der Mikroscope.

§. 2.

Die Anzahl der letzten Gleichungen ist nämlich gleich $(2n-1)$, wenn n die Anzahl der Linsen bezeichnet. Nimmt man daher, wie es der Natur der Sache gemäſs ist, die Brennweiten p, p', p'' der Linsen und ihre Entfernungen Δ, Δ', Δ''... als gegebene Gröſsen an, so sind nur noch die unbekannten Gröſsen $x\ x'\ x''$ und $q\ q'\ q''$ zu bestimmen übrig. Für n Linsen ist aber auch die Anzahl der Gröſsen x gleich n, und die Anzahl der Gröſsen q gleich $n+1$, so daſs überhaupt die Anzahl aller unbekannten Gröſsen x und q gleich $(2n+1)$ ist, welche sich daher aus den vorhergehenden $(2n-1)$ Gleichungen alle bis auf zwey in dem gewöhnlichen Wege der Elimination bestimmen lassen werden. Nimmt man überdieſs die beyden ersten dieser unbekannten Gröſsen oder die Gröſsen $x = AP$ und $q = \tang AEP$ als gegeben an, so hat man eben so viele noch übrige unbekannte Gröſsen $x'\ x''\ x'''$ und $q'\ q''\ q'''$... als Gleichungen da sind, daher sich jene durch diese vollständig bestimmen lassen werden, und durch diese Bestimmung wird zugleich der Weg des Strahles durch das ganze Linsensystem in allen seinen Theilen gegeben seyn.

Die Ausführung dieser Elimination gibt nach einigen Versuchen für zwey, drey, vier Linsen, wenn man durch Analogie weiter schlieſst, für die Bestimmung der unbekannten Gröſsen $x'\ x''\ x'''$ und $q'\ q''\ q'''$ folgende Resultate:

Wenn man für k nach der Ordnung die positiven Zahlen 1, 2, 3, ... setzt, so erhält man

$$x^{k-1} = x \,.\, H^{k-1} + q \,.\, L^{k-1} \quad \text{und}$$
$$q^{k-1} = x \,.\, M^{k-1} + q \,.\, N^{k-1}$$

wo die Grösen H L M und N durch folgende Ausdrücke gegeben werden

$$M^k = \frac{H^{k-1}}{p^{k-1}} - M^{k-1} \text{ und } H^k = M.^k \Delta^{k-1} - H^{k-1}$$

$$N^k = \frac{L^{k-1}}{p^{k-1}} - N^{k-1} \text{ und } L^k = N.^k \Delta^{k-1} - L^{k-1}$$

§. 3.

Um den Gebrauch dieser Ausdrücke durch ein Beyspiel zu zeigen, so hat man für $k = 1$

$$x = Hx + Lq$$
$$q = Mx + Nq \text{ und}$$
$$M' = \frac{H}{p} - M \text{ so wie } H' = M' \Delta - H$$
$$N' = \frac{L}{p} - N \;\ldots\; L' = N' \Delta - L.$$

Die beyden ersten dieser sechs Gleichungen geben sofort $H = N = 1$ und $L = M = 0$ und damit geben die vier letzten

$$M' = \frac{1}{p} \text{ und } H' = \frac{\Delta}{p} - 1$$
$$N' = -1 \qquad L' = -\Delta$$

Man erhält daher für $k = 2$

$$x' = H' x + L' q = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q$$

$$q' = M' x + N' q = \frac{x}{p} - q$$

und eben so wird man haben

$$M'' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$$

$$H'' = \left\{\left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) \frac{1}{p'} - \frac{1}{p}\right\} \Delta' - \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)$$

$$N'' = -\left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right) \text{ und}$$

$$L'' = -\left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right) \Delta' + \Delta,$$

woraus daher folgt

$$x'' = H'' x + L'' q \text{ und}$$
$$q'' = M'' x + N'' q \text{ u. s. f.}$$

Auf diese Weise erhält man also für jeden Werth von n die Gröſsen x, q und M, N, H und L. Die erste $x, x', x'', \ldots$ gibt die Entfernung von dem Mittelpuncte jeder Linse, in welcher sie von dem Strahle getroffen wird, oder sie gibt die Oeffnungen der Linsen, welche sie haben müssen, damit der Strahl durch sie alle ungehindert durchgehen, und nach allen erlittenen Brechungen das Auge erreichen kann. Die zweyten Gröſsen $q\, q'\, q'' \ldots$ geben den Winkel, unter welchem der Strahl nach seinen verschiedenen Brechungen von der Axe der Linsen geschnitten wird. Die Tangente des ersten dieser Winkel ist q, und die des letzten q^{n+1}, woraus folgt, daſs die Vergröſserung des ganzen Linsen- oder Spiegelsystems gleich

$$\frac{q^{n+1}}{q}$$

ist. Da aber alle auf die erste Linse auffallenden Strahlen sich am Ende aller Brechungen in einem einzigen Puncte der Axe vereinigen müssen, wenn das Bild, welches in diesem Puncte entsteht, deutlich seyn soll, so muſs offenbar die Gröſse $M^{n+1} = 0$ seyn, eine Bedingungsgleichung, welche überhaupt bey allen optischen Instrumenten statt haben muſs. Diese Gleichung gibt daher auch für die Vergröſserung des Fernrohres den Ausdruck

$$-\frac{1}{H^n}$$

Der Halbmesser des kreisförmigen Feldes aber, welches man mit dem Fernrohre übersehen kann, oder das halbe Gesichtsfeld ist

$$\frac{x^n}{L^n}$$

und endlich die Entfernung des Auges von der letzten Linse, wo es jenes Feld ganz übersieht ist

$$a^n = - L^n H^n$$

§. 4.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel deutlicher zu machen, wollen wir jenen Ausdruck auf Fernröhre mit zwey Linsen anwenden. Für solche Fernröhre hat man also (S. 201) die drey Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x + x' &= \Delta q' \\ q + q' &= \frac{x}{p} \\ q' + q'' &= \frac{x'}{p'} \end{aligned}\right\}$$

Sucht man aus ihnen unmittelbar die drey unbekannten Gröſsen x', q' und q'' so erhält man

$$x' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q$$

$$q' = \frac{x}{p} - q$$

$$q'' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right)\frac{x}{p'} - \frac{x}{p} - \left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right) q.$$

Die oben erwähnte Bedingung $M'' = 0$ gibt $\Delta = p + p'$ und sie zeigt daher an, daſs die beyden Linsen um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt seyn sollen. Die Vergröſserung für diese Gattung von Fernröhren ist nach dem Vorhergehenden, wenn man bloſs den von der Oeffnung x der ersten Linse unabhängigen Theil betrachtet,

$$\frac{q''}{q} = -\left(\frac{\Delta}{p'} - 1\right)$$

das heiſst, wenn man den vorhergehenden Werth von Δ substituirt.

$$\frac{q''}{q} = \frac{p}{p'}$$

oder die Vergröſserung ist gleich dem Quotienten der Brennweiten, und da dieser Quotient positiv ist, (wenn p und p′ positiv, d. h. wenn beyde Linsen biconvex sind) so ist das Bild des Gegenstandes verkehrt (S. 173).

Für den wahren Ort des Auges hinter der zweyten Linse ist

$$\alpha' = \frac{x'}{q''} = \frac{\left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q}{\left(1 - \frac{\Delta}{p'}\right) q}$$

oder wieder

$$\alpha' = \frac{\Delta}{\frac{\Delta}{p} - 1} = (p + p') \frac{p'}{p}$$

Die Oeffnung x des zweyten oder des Ocularglases, die nothwendig ist, um den Strahl ungehindert durchgehen zu lassen, ist

$$x' = \left(\frac{\Delta}{p} - 1\right) x - \Delta q$$

oder wenn man wieder den von x abhängigen Theil wegläſst,

$$x' = - \Delta q = - (p + p') q$$

und daher das halbe Gesichtsfeld

$$q = - \frac{x'}{p + p'}$$

I. Setzt man in dem vorhergehenden Ausdrucke die Gröſse p′ negativ, d. h. die Ocularlinse concav, so ist die Vergröſserung des Fernrohres $\frac{q''}{q} = \frac{p}{p'}$ eine negative Zahl, und daher das Bild aufrecht. Die Entfernung der beyden Linsen ist $\Delta = p + p'$, oder gleich der Differenz der beyden Brennweiten, jede derselben als positiv betrachtet. Für den Ort des Auges endlich hinter dem Ocular ist $\alpha' = (p + p') \frac{p'}{p}$ und da dieser Ausdruck negativ ist, so sollte das Auge eigentlich vor dem Ocular oder zwischen den beyden Linsen stehen, daher es, da dieses unmöglich ist, wenigstens so nahe als möglich an die äu-

ſsere Seite des Oculars gebracht werden muſs, wodurch aber das Gesichtsfeld vermindert wird, weil das Auge nicht in dem Puncte stehen kann, wo sich die Strahlen nach der letzten Brechung vereinigen, und aus dem es daher allein das ganze Gesichtsfeld übersehen kann.

Dieselben Betrachtungen lassen sich auch auf Fernröhre von drey und mehr Linsen fortführen. Da sie aber dann immer verwickelter werden, und da die bisher vernachlässigte Kugel- und Farbenabweichung zu einem brauchbaren Fernrohr berücksichtigt werden muſs, so wollen wir die Auflösung unserer Aufgabe, die Anordnung einer gegebenen Anzahl Linsen zu einem Fernrohre anzugeben, noch auf einem anderen Wege versuchen.

§. 5.

Es ist bereits oben (S. 170) gesagt worden, daſs die Gröſsen $\Delta = \alpha + a'$, $\Delta' = \alpha' + a''$, $\Delta'' = \alpha'' + a'''$ u. f. ihrer Natur nach immer positive Gröſsen seyn müssen, die für doppelte und mehrfache Linsen wohl gleich Null, aber nie negativ werden können. Eben so ist bekannt (S. 171), daſs, wenn eine der Gröſsen α oder a', α' oder a'', α'' oder a''' negativ ist, das zu dieser negativen Gröſse gehörende Bild nicht zur Wirklichkeit kömmt, oder imaginär ist, weil die Strahlen, welche durch ihre Vereinigung das Bild erzeugen sollen, noch vor dieser Vereinigung von der nächstfolgenden Linse aufgefangen werden. Auch ist für sich klar, daſs ein Fernrohr von n Linsen höchstens $n - 1$ Bilder haben kann, von welchen aber mehrere, und selbst alle imaginär seyn können. Wie viel wahre Bilder aber auch in einem Fernrohr erzeugt werden mögen, so ist doch immer das erste dieser wahren Bilder verkehrt, das zweyte aufrecht, das dritte wieder verkehrt u. f. oder jedes ungerade wahre Bild verkehrt und jedes gerade wahre Bild aufrecht; wie viel auch imaginäre Bilder zwischen diesen wahren liegen mögen.

Aus diesem Grunde pflegte man die Fernröhre nach der Anzahl ihrer wahren Bilder in Klassen einzutheilen, so daſs die Fernröhre, welche kein wahres Bild haben, zur ersten, die mit einem wahren Bilde zur zweyten, die mit zwey wahren Bildern zur dritten Klasse gehörten u. f. ohne Rücksicht auf die imaginären Bilder, welche zwischen diesen wahren enthalten seyn

möchten. Gewöhnlich setzt man diese Untersuchungen nicht bis über die dritte Klasse fort, weil für die folgenden die grofse Anzahl der Linsen das Licht sehr schwächt, die Länge der Fernröhre zu grofs, und auch die Berechnungen derselben zu verwickelt macht, und weil man endlich in der That schon durch jene drey ersten Klassen alle Bedürfnisse der Wissenschaft vollkommen befriedigen kann.

I. Die erste Klasse enthält kein wahres Bild, und zeigt daher die Gegenstände aufrecht. Die einfachste Gattung derselben besteht aus zwey Linsen, wovon die erste, das Objectiv, convex, und die zweyte, das Ocular, concav ist, wobey, wie in dem Folgenden, ein doppeltes oder vielfaches Objectiv nur für eine einzige Linse gerechnet wird. Diese Gattung wurde zuerst in Holland durch Zufall erfunden, und bald darauf von Galilei, der von dieser Erfindung eine unbestimmte Nachricht erhalten hatte, durch Nachdenken entdeckt, daher es itzt unter dem Namen des Galileischen oder holländischen Fernrohres bekannt ist. Um das Gesichtsfeld desselben zu vergröfsern und andere Vortheile zu erreichen, gibt man ihm zuweilen auch zwey Oculare, von welchem das erste, dem Objectiv nächste, convex und das zweyte concav ist, ohne dafs durch diese Hinzufügung eines neuen Oculars ein wahres Bild erzeugt wird.

II. Die zweyte Klasse enthält ein wahres Bild, und zeigt daher die Gegenstände verkehrt. Die einfachste Gattung enthält zwey Linsen, deren jede convex ist. Da sie einer stärkeren Vergröfserung und eines gröfseren Gesichtsfeldes fähig sind, als die der ersten Klasse, so braucht man sie vorzüglich zu astronomischen Beobachtungen, daher sie auch astronomische Fernröhre genannt werden. Mehrere derselben haben auch zwey und selbst drey convexe Oculare.

III. Die dritte Klasse endlich enthält zwey wahre Bilder und zeigt daher die Gegenstände aufrecht. Da man sie vorzüglich zur Betrachtung irdischer Gegenstände bequem fand, so wurden sie terrestrische Fernröhre genannt. Sie bestehen nebst dem ein- oder vielfachen Objective aus zwey, drey, vier und selbst, obwohl selten, fünf Ocularen.

§. 6.

Wir werden in dem Folgenden diese Eintheilung, bey wel-

cher mehrere Wiederholungen unvermeidlich sind, nicht beybehalten, sondern die Fernröhre bloſs nach der Anzahl ihrer Linsen unterscheiden, wobey aber, wie zuvor, doppelte oder vielfache Objective nur für eine einzige Linse gezählt werden.

Nehmen wir der Kürze wegen die Hülfsgröſsen $A\ A'\ A''\ldots$ und $B\ B'\ B''\ldots$ so an, daſs man hat

$$A = \frac{\alpha'}{a'} \quad \text{und} \quad B = \frac{\alpha}{a'}$$

$$A' = \frac{\alpha''}{a''} \qquad B' = \frac{\alpha'}{a''}$$

$$A'' = \frac{\alpha'''}{a'''} \qquad B'' = \frac{\alpha''}{a'''}$$

$$A''' = \frac{\alpha^{IV}}{a^{IV}} \text{ u. f.} \qquad B''' = \frac{\alpha'''}{a^{IV}} \text{ u. f.}$$

Dieses vorausgesetzt, lassen sich die Gröſsen $a'\ a''\ldots$, $\alpha'\ \alpha''\ldots$, $p'\ p''\ldots$ und $\Delta\ \Delta'\ldots$ auf eine sehr einfache Weise durch diese Hülfsgröſsen ausdrücken. Man hat nämlich (S. 194 und 195)

$$a' = \frac{\alpha}{B} \qquad \alpha' = \frac{A\alpha}{B} = A a'$$

$$a'' = \frac{A a}{B B'} \qquad \alpha'' = \frac{A A' \alpha}{B B'} = A' a''$$

$$a''' = \frac{A A' \alpha}{B B' B''} \qquad \alpha''' = \frac{A A' A'' \alpha}{B B' B''} = A'' a'''$$

$$a^{IV} = \frac{A A' A'' \alpha}{B B' B'' B'''} \text{ u. f.} \qquad \alpha^{IV} = \frac{A A' A'' A''' \alpha}{B B' B'' B'''} = A''' a^{IV} \ldots \text{ u. f.}$$

und eben so

$$p' = \frac{A \alpha}{(1 + A) B} \quad \text{und} \quad \Delta = \frac{(1 + B) \alpha}{B}$$

$$p'' = \frac{A A' \alpha}{(1 + A') B B'} \qquad \Delta' = \frac{(1 + B') A \alpha}{B B'}$$

$$p''' = \frac{A A' A'' \alpha}{(1 + A'') B B' B''} \qquad \Delta'' = \frac{(1 + B'') A A' \alpha}{B B' B''}$$

$$p^{IV} = \frac{A A' A'' A''' \alpha}{(1 + A''') B B' B'' B'''} \qquad \Delta''' = \frac{(1 + B''') A A' A'' \alpha}{B B' B'' B'''} \text{ u. f.}$$

auch ist wie aus dem Vorhergehenden folgt

$$m' = B \qquad \varphi = \frac{\omega'}{m'+1}$$

$$m'' = BB' \qquad \varphi = \frac{\omega''-\omega'}{m''-1}$$

$$m''' = BB'B'' \qquad \varphi = \frac{\omega'''-\omega''+\omega'}{m''+1}$$

$$m^{IV} = BB'B''B''' \qquad \varphi = \frac{\omega^{IV}-\omega'''+\omega''-\omega'}{m^{IV}-1} \text{ u. f.}$$

und eben so

$$\omega' = (B+1)\varphi \quad \text{und} \quad k' = \frac{\alpha\omega}{B^2\varphi}$$

$$\omega''-\omega' = (BB'-1)\varphi \qquad k'' = \frac{A\alpha\omega''}{B^2B'^2\varphi}$$

$$\omega'''-\omega''+\omega' = (BB'B''+1)\varphi \qquad k''' = \frac{AA'\alpha\omega'''}{B^2B'^2B''^2\varphi}$$

$$\omega^{IV}-\omega'''+\omega''-\omega' = (BB'B''B'''-1)\varphi \qquad k^{IV} = \frac{AA'A''\alpha\omega^{IV}}{B^2B'^2B''^2B'''^2\varphi} \text{ u. f.}$$

Die Gröſsen A und B aber hängen von einander so ab, daſs man hat

$$B = \frac{\alpha}{a'} = \frac{A\alpha}{\alpha'} \text{ Auch hat man } a' = \frac{\alpha}{B} \text{ und } \alpha' = \frac{A\alpha}{B}$$

$$B' = \frac{Aa'}{a''} = \frac{A'\alpha'}{\alpha''} \qquad a'' = \frac{A\alpha}{BB'} \qquad \alpha'' = \frac{AA'\alpha}{BB'}$$

$$B'' = \frac{A'a''}{a'''} = \frac{A''\alpha''}{\alpha'''} \qquad a''' = \frac{AA'\alpha}{BB'B''} \qquad \alpha''' = \frac{AA'A''\alpha}{BB'B''}$$

$$B''' = \frac{A''a'''}{a^{IV}} = \frac{A'''\alpha'''}{\alpha^{IV}} \qquad a^{IV} = \frac{AA'A''\alpha}{BB'B''B'''} \qquad \alpha^{IV} = \frac{AA'A''A'''\alpha}{BB'B''B'''} \text{ u. f.}$$

Ist B negativ, so fällt kein wahres Bild zwischen die Linse I. u. II.
» B' » » » » » » » » » II. u. III.
» B'' » » » » » » » » » III. u. IV. u. f.

Bei allen vorhergehenden Ausdrücken ist endlich das erste a und das letzte α unendlich groſs, also auch das erste $\alpha = p$ und das letzte a gleich dem letzten p.

§. 7.

Um diese Ausdrücke auf die Construction der Fernröhre anzuwenden, werden wir zu den Gleichungen des Cap. I. zurückgehen.

Diese geben, wenn die Anzahl der Linsen n ist, also das Fernrohr nach unserer Eintheilung (§. 6) zu der n^{ten} Klasse gehört, folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} & m = B B' B'' B''' \ldots\ldots B^{n-2} \\ & \text{für 2 Linsen } \frac{A\,\omega'}{A+1} = (B+1)\varphi \\ & \text{3 Linsen } \frac{A'\,\omega''}{A'+1} = (B B' - 1)\varphi + \omega' \\ & \text{4 Linsen } \frac{A''\,\omega'''}{A''+1} = (B B' B'' + 1)\varphi + \omega'' - \omega' \\ & \text{5 Linsen } \frac{A'''\,\omega^{IV}}{A'''+1} = (B B' B'' B''' - 1)\varphi + \omega''' - \omega'' + \omega' \end{aligned}\right\} \text{(I)}$$

welche Ausdrücke sich leicht fortsetzen lassen, da das Gesetz ihres Fortgangs deutlich ist. Der letzte derselben ist, wenn n eine gerade Zahl bedeutet,

$$\frac{A^{n-2}\,\omega^{n-1}}{A^{n-2}+1} = (B B' B'' B''' \ldots B^{n-2} + 1)\varphi$$

$$+ \omega^{n-2} - \omega^{n-3} + \omega^{n-4} \ldots + \omega'' - \omega'$$

oder da immer das letzte α, also auch das letzte A (hier A^{n-2}) unendlich ist,

$$\varphi = \frac{\omega^{n-1} - \omega^{n-2} + \omega^{n-3} \ldots\ldots - \omega'' + \omega'}{m+1}$$

und wenn n eine ungerade Zahl ist

$$\frac{A^{n-2}\,\omega^{n-1}}{A^{n-2}+1} = (B B' B'' B''' \ldots B^{n-2} - 1)\varphi$$

$$+ \omega^{n-2} - \omega^{n-3} + \omega^{n-4} \ldots\ldots - \omega'' + \omega'$$

oder auch

$$\varphi = \frac{\omega^{n-1} - \omega^{n-2} + \omega^{n-3} \ldots\ldots + \omega'' - \omega'}{m-1}$$

I. Die Bedingung der Vernichtung der Farbenabweichung in Beziehung auf den Rand der durch das Fernrohr gesehenen Bilder gibt (S. 198)

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B'B''} + \frac{\omega^{IV}}{B'B''B'''} \cdots\cdots + \frac{\omega^{n-1}}{B'B''B''' \ldots\ldots B^{n-2}}$$

II. Der Halbmesser der Kugelabweichung endlich ist, (S. 199) wenn man der Kürze wegen annimmt

$$Q' = \lambda' \ (A + 1)^2 + \nu' \ A$$
$$Q'' = \lambda'' \ (A' + 1)^2 + \nu'' \ A'$$
$$Q''' = \lambda''' \ (A'' + 1)^2 + \nu''' \ A'' \quad \text{u. f.}$$

für zwei Linsen

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left\{ \mu \lambda + \frac{\mu' \lambda'}{m} \right\}$$

für drey

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left\{ \mu \lambda + \frac{\mu' (A + 1)}{A^3 B} \cdot Q' + \frac{\mu'' \lambda''}{A^3 m} \right\}$$

für vier

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left\{ \mu \lambda + \frac{\mu' (A + 1)}{A^3 B} Q' + \frac{\mu'' (A' + 1) . Q''}{A^3 A'^3 B B'} + \frac{\mu''' \lambda'''}{A^3 A'^3 m} \right\}$$

für fünf

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left\{ \mu \lambda + \frac{\mu' (A + 1) . Q'}{A^3 B} + \frac{\mu'' (A' + 1) . Q''}{A^3 A'^3 B B'} \right.$$
$$\left. + \frac{\mu''' (A'' + 1) . Q'''}{A^3 A'^3 A''^3 B B' B''} + \frac{\mu^{IV} \lambda^{IV}}{A^3 A'^3 A''^3 m} \right\} \text{ u. f.}$$

wodurch daher alle Gröſsen a α p $\triangle$ und R durch die angenommenen Hülfsgröſsen A und B ausgedrückt werden.

§. 8.

Um die Anwendung dieser Gleichungen des §. 7 auf die verschiedenen Gattungen der Fernröhre im Allgemeinen zu zeigen, so hat man für die Fernröhre der zweiten Gattung mit zwei Linsen, n = 2, also gehen für diese die Gleichungen (I) in folgende über

$$m = B \text{ und}$$
$$\frac{A \omega'}{A + 1} = (B + 1) \varphi$$

Da für diese Gattung $\alpha = p$, $a' = p'$ und $\alpha' = \infty$ ist, so ist auch $A = \infty$ und daher $B = \frac{p}{p'} = m$. Wir haben also für diese Gattung der Fernröhre

$$a' = \frac{\alpha}{m} = p' \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{\omega'}{m+1}$$

Die Bedingung, daſs $\triangle$ positiv ist, gibt

$$\frac{1}{B} + 1 > 0$$

wenn $\alpha = p$ positiv ist. Ist daher B negativ, so muſs $B > 1$ oder $\alpha > a'$ seyn. Der farbige Rand kann für diese Gattung nicht aufgehoben werden, weil $\omega' = 0$ seyn müſste, wodurch auch das Gesichtsfeld $\varphi = 0$ würde.

I. Für die dritte Gattung der Fernröhre mit drey Linsen hat man

$$m = BB'$$

$$\frac{A\omega'}{A+1} = (B+1)\varphi$$

$$\frac{A'\omega''}{A'+1} = (BB'-1)\varphi + \omega'$$

und für die Vernichtung des farbigen Randes

$$0 = \omega' + \frac{\omega''}{B'}$$

Hier ist $\alpha = p$, $a'' = p''$ und $\alpha'' = A' = \infty$, also die dritte Gleichung auch

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m-1}$$

Setzt man $\omega'' = \theta\omega'$, so gehen die vorhergehenden Ausdrücke in folgende über

$$B = -\frac{m}{\theta} \text{ und } B' = -\theta$$

Nimmt man also z. B. die Gröſsen m und θ als gegeben an, so ist auch B und B′ gegeben, und man hat

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)(\theta-1)}{m-1} \text{ oder } A = \frac{(m-\theta)(\theta-1)}{m+\theta^2-2m\theta}$$

Substituirt man diese Werthe von A B und B′ in den Gleichungen des §. 6, so erhält man für die Construction dieser dritten Gattung von Fernröhren die Ausdrücke:

$$a' = -\frac{\theta\alpha}{m}$$

$$a'' = \frac{A\alpha}{BB'} = \frac{(m-\theta)(\theta-1)\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m} = p''$$

$$\alpha' = \frac{A\alpha}{B} = -\frac{(m-\theta)(\theta-1)\theta\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m} = -a''\theta$$

$$p' = \frac{(m-\theta)(\theta-1)\alpha}{m(m-1)}$$

$$\Delta = \frac{(m-\theta)\alpha}{m}$$

$$\Delta' = -\frac{(m-\theta)(\theta-1)^2\alpha}{(m+\theta^2-2m\theta)m}$$

oder auch

$$a'' = p'' = \frac{(\theta-m)\varphi\alpha}{(\theta\omega'-(\theta-m)\varphi)m}$$

$$\alpha' = -a''\theta \text{ und } p' = -\frac{(\theta-m)\varphi\alpha}{m\omega'}$$

II. Eben so hat man für vier Linsen die Gleichungen (I)

$$m = BB'B''$$

$$\frac{A\omega'}{A+1} = (B+1)\varphi$$

$$\frac{A'\omega''}{A'+1} = (BB'-1)\varphi+\omega'$$

$$\frac{A''\omega'''}{A''+1} = (BB'B''+1)\varphi+\omega''-\omega'$$

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B' B''}$$

wo $\alpha = p$, $a''' = p'''$ und $\alpha''' = A'' = \infty$ ist.

Nimmt man daher z. B. die Gröſsen

B	und	A
B′		A′
B″	.	φ

als unbekannt an, so hat man für diese vierte Gattung von Fernröhren sechs unbekannte Gröſsen und nur fünf Gleichungen, wenn man die Kugelabweichung nicht berücksichtigt, daher eine dieser sechs Gröſsen willkührlich angenommen werden kann. Ist z. B. die Gröſse B unbestimmt, so ist

$$B' = -\frac{m\,\omega''}{m\,\omega' + B\,\omega'''} \text{ und}$$

$$B'' = -\frac{(m\,\omega' + B\,\omega''')}{B\,\omega''}$$

Ist so B, B′ und B″ bekannt, so hat man A und A′ aus

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)\varphi}{\omega'}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{(B B' - 1)\varphi + \omega'}{\omega''} \text{ und } m = B B' B''$$

Die vierte unserer vorigen Gleichungen aber gibt, da $A'' = \infty$ ist

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1}$$

Nach dieser Bestimmung der Werthe von A A′ und B B′ B″ erhält man die das Fernrohr constituirenden Werthe von $a'\ a'' \ldots,\ \alpha'\ \alpha'' \ldots\ p'\ p'' \ldots$ und $\triangle\ \triangle'\ \triangle''$ aus den Gleichungen §. 6, aus deren allgemeiner Form wieder von selbst folgen wird, wie die Gröſsen B B′ B″ beschaffen seyn müssen, damit den allgemeinen Bedingungen der Fernröhre genug gethan werde, damit z. B. die Distanzen $\triangle\ \triangle'\ \triangle''$ der Linsen, so wie der Abstand k''' (§. 6) positiv, damit (§. 176) $z' > x'$, $z'' > x'' \ldots$ und damit die Vergröſserung m sowohl als das Gesichtsfeld φ so

groſs als möglich werde. Es ist für sich klar, daſs sich desto mehr diese Bedingungen erfüllen lassen werden, je gröſser die Anzahl der Linsen ist, und daſs vor allen diejenigen erfüllt werden müssen, welche, wie wir in dem Vorhergehenden an mehreren Orten gezeigt haben, jedem Fernrohre wesentlich und nothwendig sind. Wir werden weiter unten mehr als eine Gelegenheit haben, diese hier bloſs im Allgemeinen angedeuteten Rücksichten näher zu betrachten.

§. 9.

Hier muſs aber noch bemerkt werden, daſs man bey der Aufstellung dieser allgemeinen Ausdrücke eines Fernrohres selbst die zweyte Art unserer Hülfsgröſsen B, B', B''.... entbehren kann, wodurch die Behandlung des Gegenstandes oft beträchtlich vereinfacht wird. Um dieses näher anzuzeigen, wollen wir bloſs die Gröſsen

$$A = \frac{\alpha'}{a'}$$

$$A' = \frac{\alpha''}{a''}$$

$$A'' = \frac{\alpha'''}{a'''} \text{ u. f.}$$

beybehalten, und durch sie sowohl, als durch die Gröſsen $\alpha = p$, ω', ω'', ω''' und φ, welche wir hier als die gegebenen Gröſsen des Problems ansehen wollen, alle übrigen auszudrücken suchen.

Die Gleichungen (§. 17. I und XI) geben

$$p'\omega' = (\alpha + a')\,\varphi \text{ und } p' = \frac{A a'}{A+1}$$

also auch, wenn man die Gröſse p' eliminirt,

$$a' = \frac{\alpha(A+1)\,\varphi}{A\,\omega' - (A+1)\,\varphi}$$

und ganz eben so gibt die Elimination von p'' aus den beyden Gleichungen (§. 17. I und XI.)

$$p'' \omega'' = \alpha A \varphi - a'' (\varphi - \omega') \text{ und } p'' = \frac{A' a''}{A + 1}$$

den ähnlichen Ausdruck

$$a'' = \frac{\alpha A (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)} \text{ u. s. w.}$$

Durch diese Gleichungen erhält man also die Werthe von a', a'', a''' durch die gegebenen Gröſsen ausgedrückt. Substituirt man diese Werthe in den Gleichungen

$$\alpha' = A a' \qquad \text{und} \qquad p' = \frac{A a'}{A + 1}$$

$$\alpha'' = A' a'' \ldots \qquad p'' = \frac{A' a''}{A' + 1} \ldots$$

so erhält man auch die Werthe von α' α'' ... und p', p'' auf dieselbe Art ausgedrückt, und daher endlich auch die Gröſsen $\triangle = \alpha + a'$, $\triangle' = \alpha' + a''$ u. f. Sammelt man diese verschiedenen Ausdrüuke, so hat man

I. Für die ersten Vereinigungsweiten der Linsen

$$a' = \frac{\alpha (A + 1) \varphi}{A \omega' - (A + 1) \varphi}$$

$$a'' = \frac{\alpha A (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)}$$

$$a''' = \frac{\alpha A A' (A'' + 1) \varphi}{A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$a^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' (A''' + 1) \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A''' + 1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f.}$$

II. Für die zweyten Vereinigungsweiten derselben

$$\alpha' = \frac{\alpha A (A + 1) \varphi}{A \omega' - (A + 1) \varphi}$$

$$\alpha'' = \frac{\alpha A A' (A' + 1) \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)}$$

$$\alpha''' = \frac{\alpha A A' A'' (A'' + 1) \varphi}{A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$\alpha^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' A''' (A''' + 1) \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A''' + 1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f.}$$

III. Für die Brennweiten:

$$p' = \frac{\alpha A \varphi}{A \omega' - (A + 1) \varphi}.$$

$$p'' = \frac{\alpha A A' \varphi}{A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)}$$

$$p''' = \frac{\alpha A A' A'' \varphi}{A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

$$p^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' A''' \varphi}{A''' \omega^{IV} - (A''' + 1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \text{ u. f.}$$

Da übrigens die letzte der Gröſsen A A′ A″ immer unendlich groſs ist, so hat man

für zwey Linsen

$$A = \infty \text{ also } a' = p' = \frac{\alpha \varphi}{\omega' - \varphi} \text{ und } \alpha' = \infty$$

für drey Linsen

$$A' = \infty \; ... \; a'' = p'' = \frac{\alpha A \varphi}{\omega'' - \omega' + \varphi} \; .. \; \alpha'' = \infty$$

für vier Linsen

$$A'' = \infty \; ... \; a''' = p''' = \frac{\alpha A A' \varphi}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi} \; .. \; \alpha''' = \infty$$

für fünf Linsen

$$A''' = \infty \; ... \; a^{IV} = p^{IV} = \frac{\alpha A A' A'' \varphi}{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega' + \varphi} \; .. \; \alpha^{IV} = \infty$$

u. f.

IV. Für die Distanzen der Linsen aber hat man:

$$\Delta = \frac{\alpha A \omega'}{A \omega' - (A + 1) \varphi} = \alpha + a'$$

$$\Delta' = \frac{\alpha A \varphi \, [A'(A + 1) \omega'' - (A' + 1) \omega']}{[A \omega' - (A + 1) \varphi] \, [A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)]} = \alpha' + a''$$

$$\Delta'' = \frac{\alpha A A' \varphi \, [A''(A' + 1) \omega''' - (A'' + 1) \omega'']}{[A' \omega'' - (A' + 1)(\omega' - \varphi)] \, [A'' \omega''' - (A'' + 1)(\omega'' - \omega' + \varphi)]}$$
$$= \alpha'' + a'''$$

$$\Delta''' = \frac{\alpha\, A\, A'\, A''\, \varphi\, [A'''(A''+1)\, \omega^{IV} - (A'''+1)\, \omega''']}{[A''\omega''' - (A''+1)(\omega'' - \omega' + \varphi)]\, [A'''\omega^{IV} - (A''+1)(\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)]}$$

$$= a''' + a^{IV} \text{ u. f.}$$

welche Werthe von $\Delta\ \Delta'\ \Delta''$ immer positiv seyn sollen, daher die Gröſsen $A\ A'\ A''$... und $\omega'\ \omega''\ \omega'''$... dieser Bedingung gemäſs angenommen werden müssen.

V. Die Entfernung k des Auges hinter der letzten Linse ist eben so

$$\text{für II. Linsen } k' = \frac{a'^2\, \omega'}{\alpha\, \varphi}$$

$$\text{— III — — } k'' = \frac{a''^2\, \omega''}{\alpha\, A\, \varphi}$$

$$\text{— IV — — } k''' = \frac{a'''^2\, \omega'''}{\alpha\, A\, A'\, \varphi}$$

$$\text{— V — — } k^{IV} = \frac{a^{IV\,2}\, \omega^{IV}}{\alpha A\, A' A''\, \varphi}$$

und auch diese Werthe von k', k'' ... sollen positiv seyn, um das Gesichtsfeld ganz übersehen zu können.

VI. Eine fernere Bedingung jedes Fernrohres ist in den Gleichungen enthalten (S. 176)

$$z' > x',\ z'' > x'',\ z''' > x''' \ldots.$$

d. h. in den Gleichungen

$$\omega' > \frac{(A+1)\, x}{\alpha\, A} \text{ oder } \omega' > \frac{x}{B\, p'}$$

$$\omega'' > \frac{(A'+1)\, x}{\alpha\, A\, A'} \ldots \omega'' > \frac{x}{B\, B'\, A'\, p''}$$

$$\omega''' > \frac{(A''+1)\, x}{\alpha\, A\, A'\, A''} \ldots \omega''' > \frac{x}{B\, B'\, B''\, A''\, p'''} \text{ u. f.}$$

wo $\frac{x}{\alpha}$ gleich $\frac{1}{30}$ oder $\frac{1}{40}$ gesetzt werden kann.

VII. Die Vernichtung des farbigen Randes gibt die Bedingungsgleichung

$$o = a' . \omega' d n' + \frac{a''}{A} \omega'' d n'' + \frac{a'''}{A A'} . \omega''' d n'''$$
$$+ \frac{a^{IV}}{A A' A''} . \omega^{IV} d n^{IV} + \ldots$$

oder

$$o = \frac{(A+1)\,\omega'}{A\,\omega' - (A+1)\,\varphi} + \frac{(A'+1)\,\omega''}{A'\,\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)}$$
$$+ \frac{(A''+1)\,\omega'''}{A''\,\omega''' - (A''+1)(\omega'' - \omega' + \varphi)} + \ldots$$

VIII. Auf eine ähnliche Art läſst sich auch der Halbmesser der Kugelabweichung durch die Gröſsen $A\ A'\ A'' \ldots$ ausdrücken.

Das erste Glied des in (§. 17. XV.) gegebenen Ausdruckes von R gibt

$$\frac{\mu\, m\, x^3}{4\, \alpha^4}\, \alpha\, \lambda$$

und das zweyte ist gleich

$$\frac{\mu'\, m\, x^3}{4\, \alpha^3} \left(\frac{a'^4\, \lambda'}{\alpha\, p'^3} + \frac{a'^3\, \nu'}{\alpha\, \alpha'\, p'} \right). \text{ Aber}$$

$$A = \frac{\alpha'}{a'} \text{ und } p' = \frac{a'\, \alpha'}{a' + \alpha'} = \frac{\alpha'}{1 + A},$$

also ist auch dieses zweyte Glied gleich

$$\frac{\mu'\, m\, x^3}{4\, \alpha^4} . \frac{\alpha' (A+1)}{A^4} . (\lambda' (A+1)^2 + A\, \nu')$$

und eben so ist das dritte Glied

$$\frac{\mu''\, m\, x^3}{4\, \alpha^4} . \frac{\alpha'' (A'+1)}{A^4\, A'^4} . (\lambda'' (A'+1)^2 + \nu\, A') \text{ u. f.}$$

Man erhält daher für den Halbmesser des Abweichungskreises

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^4}\left\{\begin{array}{l} \mu\lambda\alpha + \frac{\mu'\alpha'(A+1)}{A^4}\left[\lambda'(A+1)^2+\nu' A\right] \\ + \frac{\mu''\alpha''(A'+1)}{A^4\,A'^4}\left[\lambda''(A'+1)^2+\nu'' A'\right] \\ + \frac{\mu'''\alpha'''(A''+1)}{A^4\,A'^4\,A''^4}\left[\lambda'''(A''+1)^2+\nu''' A''\right] \\ + \frac{\mu^{IV}\alpha^{IV}(A'''+1)}{A^4\,A'^4\,A''^4\,A'''^4}\left[\lambda^{IV}(A'''+1)^2+\nu^{IV} A'''\right] \end{array}\right.$$

u. f.

IX. Man hat daher für zwey Linsen, da $A = \infty$ und $\alpha = m\,p'$ ist

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\left[\mu\lambda + \frac{\mu'\,\lambda'}{m}\right]$$

für drey Linsen, da $A' = \infty$ und $A\,p = m\,p''$ ist

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\left[\mu\lambda + \frac{{}'p'(A+1)^2}{A^4\,\alpha}\left[\lambda'(A+1)^2+\nu' A\right] + \frac{\mu''\,\lambda''}{A'^3 m}\right]$$

für vier Linsen, da $A'' = \infty$ und $A\,A'\,p = m\,p'''$ ist

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\left[\mu\lambda + \frac{\mu' p'(A+1)^2}{A^4\,\alpha}\left[\lambda'(A+1)^2+\nu' A\right] + \frac{{}''p''(A'+1)^2}{A^4\,A'^4\,\alpha}\left[\lambda''(A'+1)^2+\nu'' A'\right] + \frac{\mu'''\,\lambda'''}{A^3\,A'^3\,m}\right]$$

und für fünf Linsen, da $A''' = \infty$ und $A\,A'\,A''\,p = m\,p^{IV}$ ist,

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu' p'(A+1)^2}{A^4\,\alpha}\left[\lambda'(A+1)+\nu' A\right] \\ + \frac{\mu'' p''(A'+1)^2}{A^4\,A'^4\,\alpha}\left[\lambda''(A'+1)^2+\nu'' A'\right] \\ + \frac{\mu''' p'''(A''+1)^2}{A^4\,A'^4\,A''^4\,\alpha}\left[\lambda'''(A''+1)^2+\nu''' A''\right] \\ + \frac{\mu^{IV}\,\lambda^{IV}}{A^3\,A'^3\,A''^3 m} \end{array}\right.$$

X. Führt man aber in diesen Ausdrücken auch die Größen ω, ω', ω'' und φ ein, so hat man für eine Linse

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\cdot\mu\,\lambda$$

für zwey Linsen, da

$$\frac{a'}{\alpha} = \frac{\varphi}{\omega' - \varphi} \text{ ist.}$$

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \cdot \left[\mu \lambda + \frac{\mu' \lambda' \varphi}{\omega' - \varphi}\right]$$

für drey Linsen

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left[\mu \lambda + \frac{\mu' (A+1)^2 \varphi \, [\lambda' (A+1)^2 + \nu' A]}{A^3 \, [A \omega' - (A+1) \varphi]} + \frac{\mu'' \lambda'' \varphi}{A^3 \, [\omega'' - \omega' + \varphi]}\right]$$

für vier Linsen

$$R = \frac{m x^3}{4 \alpha^3} \left\{ \begin{array}{l} \mu \lambda + \dfrac{\mu' (A+1)^2 \varphi \, [\lambda' (A+1)^2 + \nu' A]}{A^3 \, [A \omega' - (A+1) \varphi]} \\ + \dfrac{\mu'' (A'+1)^2 \varphi \, [\lambda'' (A'+1)^2 + \nu'' A']}{A^3 A'^3 \, [A' \omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)]} \\ + \dfrac{\mu''' \lambda''' \varphi}{A^3 A'^3 (\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi)} \end{array} \right\}$$

u. s. w.

§. 10.

Das Vorhergehende zeigt, wie man aus den gegebenen, oder aus nach bestimmten Bedingungen angenommenen Elementen a', a'' α', α'' ... oder A, A' ... B, B' die das Fernrohr wesentlich bestimmenden Gröfsen p', p'' $\triangle$, $\triangle'$ u. f. finden könne. Zum Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir auch die umgekehrte Aufgabe auflösen, und aus den bekannten, oder durch unmittelbare Messung gegebenen Werthen von p', p'' und $\triangle'$, $\triangle''$ eines schon vollendeten Fernrohrs die Gröfsen a', a'' α', α'' und also dadurch den Weg der Strahlen durch das ganze Linsensystem bestimmen.

I. Zu diesem Zweck wollen wir das zusammengesetzteste der gewöhnlichen Fernröhre mit einem Object und vier Ocularen (S. 207) annehmen, und voraussetzen, dafs man durch Messungen die fünf Brennweiten p, p', p'', p''' und p^{IV} und

die drey Distanzen der Oculare $\triangle$, $\triangle'$, $\triangle''$ gefunden habe, so erhält man die Werthe der Vereinigungsweiten und die Distanz $\triangle$ des Objectivs an dem ersten Oculare durch folgende Ausdrücke:

$$\alpha''' = \triangle''' - p^{IV} \ldots \; a''' = \frac{\alpha''' p'''}{\alpha''' - p'''}$$

$$\alpha'' = \triangle'' - a''' \ldots \; a'' = \frac{\alpha'' p''}{\alpha'' - p''}$$

$$\alpha' = \triangle' - a'' \ldots \; a' = \frac{\alpha' p'}{\alpha' - p'}$$

$$\triangle = p + a'$$

und diese Vereinigungsweiten gelten offenbar für diejenigen Strahlen, die aus einem leuchtenden Puncte in der Axe kommen, und sie sind identisch mit jenen a', α' a'' welche bisher (S. 207 bis 215) unter dieser Bezeichnung gebraucht wurden.

II. Für den Hauptstrahl aber, d. h. für denjenigen Strahl, der von dem äufsersten Puncte des Gegenstandes aufser der Axe durch die Mitte des Objectivs geht, ist für das erste Ocular die erste Vereinigungsweite $a' = \triangle$ und die zweyte α', also hat man, da wieder

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$$

ist, für den Weg des Hauptstrahles folgende Gleichungen:

$$\alpha' = \frac{\triangle p'}{\triangle - p'} \quad \ldots \quad a'' = \triangle' - \alpha'$$

$$\alpha'' = \frac{a'' - p''}{a'' p''} \quad \ldots \quad a''' = \triangle'' - \alpha''$$

$$\alpha''' = \frac{a''' p'''}{a''' - p'''} \quad \ldots \quad a^{IV} = \triangle''' - \alpha'''$$

$$\alpha^{IV} = \frac{a^{IV} p^{IV}}{a^{IV} - p^{IV}}$$

wo der letzte Werth von

$$\alpha^{IV} = \frac{a^{IV} p^{IV}}{a^{IV} - p^{IV}}$$

zugleich die Entfernung des Auges von der letzten Linse bezeichnet.

III. Nennt man dann z', z'', z''', z^{IV} die Oeffnungshalbmesser der Oculare, und φ das halbe Gesichtsfeld, so ist

$$z' = \triangle \operatorname{tang} \varphi, \; z'' = \frac{a''}{\alpha'} . z', \; z''' = \frac{a'''}{\alpha''} z'', \; z^{IV} = \frac{a^{IV}}{\alpha'''} . z'''$$

wo die Werthe von α', a'' . . . für den Hauptstrahl aus N^ro. II. genommen werden. Diese Ausdrücke geben zugleich die Werthe von

$$\omega' = \frac{z'}{p'}, \; \omega'' = \frac{z''}{p''} \text{ u. f.}$$

Da endlich der Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gegenstandes mit freyem Auge gesehen wird, gleich $\frac{z'}{\triangle}$, und da der Winkel, unter welchem derselbe Halbmesser durch das Fernrohr gesehen wird, gleich $\frac{z^{IV}}{\alpha^{IV}}$ ist, so hat man für die Vergrösserungszahl des Fernrohres

$$m = \frac{z^{IV}}{\alpha^{IV}} : \frac{z'}{\triangle} = \frac{z^{IV} . \triangle}{z' . \alpha^{IV}},$$

wo α^{IV} aus II genommen wird.

Endlich ist das halbe Gesichtsfeld $\varphi = 3438 \frac{x}{\triangle}$, wo x der Oeffnungshalbmesser des Objectives in Zollen ausgedrückt ist.

IV. Um auf das Vorhergehende ein Beyspiel anzuwenden, so wurde durch Abmessungen eines solchen Fernrohres von Fraunhofer erhalten

$$p = 54 \text{ Zolle}, \quad p' = 1.82 \quad p'' = 2.23 \quad p''' = 2.55 \quad p^{IV} = 1.40$$
$$\triangle' = 2.72 \quad \triangle'' = 4.19 \quad \triangle''' = 2.15$$

Daraus erhält man für einen aus der Axe kommenden Strahl (nach I.)

$$\alpha''' = 0.750 \quad \alpha'' = 5.252 \quad \alpha' = -1.155 \text{ und } \triangle\ 54.707$$
$$a''' = -1.062 \quad a'' = 3.875 \quad a' = 0.707$$

und für den Hauptstrahl (nach II)

$\alpha' = 1.883$ $a'' = 0.837$. $a''' = 5.531$ $a^{IV} = -2.581$
$\alpha' = -1.341$ $\alpha''' = 4.731$ $\alpha^{IV} = 0.908$

Ist nun $\varphi = 0° \; 22' \; 30''$, so ist

$z' = \triangle \operatorname{tg} \varphi = 0.358$ $z'' = 0.159$ $z''' = -0.657$ und $z^{IV} = 0.358$

also auch

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.197 \quad \omega'' = \frac{z''}{p''} = 0.071 \quad \omega''' = \frac{z'''}{p'''} = -0.257$$

$$\omega^{IV} = \frac{z^{IV}}{p^{IV}} = 0.256.$$

V. Für ein zweytes Beyspiel hat man durch unmittelbare Abmessungen eines andern Fernrohres von Fraunhofer erhalten:

$p = 16$ Zolle, $p' = 1.20$ $p'' = 1.52$ $p''' = 1.75$ $p^{IV} = 1.20$
$\triangle' = 1.65$ $\triangle'' = 2.80$ $\triangle''' = 1.93$

dadurch erhält man für die aus der Axe kommenden Strahlen (nach I)

$\alpha''' = +0.73$ $\alpha'' = +4.0525$ $\alpha' = -0.7823$ und
$\triangle = +16.4735$
$a''' = -1.2525$ $a'' = +2.4323$ $a' = +0.4735$

für den Hauptstrahl aber ist (nach II)

$\alpha' = +1.2943$ $a'' = +0.3557$ $a''' = +3.2644$ $a^{IV} = -1.8423$
$\alpha'' = -0.4644$ $\alpha''' = +3.7723$ $\alpha^{IV} = +0.7267$

also auch (nach III)

$z'' = 0.2748\, z'$, $z''' = -1.9316\, z'$ und $z^{IV} = 0.94335\, z'$

Nimmt man $z''' = -\frac{p'''}{4} = -0.4375$, so erhält man:

$z' = +0.22649$, $z'' = +0.06224$, $z''' = -0.4375$, und
$z^{IV} = 0.21366$, und daher auch

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.1887, \; \omega'' = \frac{z''}{p''} = 0.0409, \; \omega''' = \frac{z'''}{p'''} = -0.25$$

$$\text{und } \omega^{IV} = \frac{z^{IV}}{p^{IV}} = 0.1780.$$

Die Vergröſserung des Fernrohres ist

$$m = \frac{z^{IV} \triangle}{z'. \alpha^{IV}} = 21.385$$

und das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{3438 \ x}{\triangle} = 46.95 \text{ Min.}$$

wenn x = 0.225 Zolle ist.

VI. Zum Beschlusse dieses Gegenstandes wollen wir noch die Abmessungen einiger Fernröhre von Fraunhofer aus Hrn. Direct. Prechtl's Dioptrik anführen, da sie uns in der Folge von Nutzen seyn werden. Die Gröſsen p und △ sind in Zollen und deren Theilen angegeben.

m	p	p′	p″	p‴	p^{IV}	△′	△″	△‴	$\frac{p'}{p''}$	$\frac{p''}{p'''}$	$\frac{p'''}{p^{IV}}$	$\frac{\triangle'}{\triangle''}$	$\frac{\triangle''}{\triangle'''}$
70	44.428	1.22	1.49	1.70	0.94	1.81	2.79	1.43	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
60	56.562	1.82	2.23	2.55	1.40	2.72	4.19	2.15	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
42	31.150	1.45	1.78	2.02	1.11	2.16	3.32	1.71	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
26	20.217	1.56	1.91	2.18	1.20	2.33	3.58	1.84	0.82	0.71	1.30	0.65	1.26
66	58.614	1.71	2.09	2.38	1.31	2.55	3.92	2.01	0.82	0.72	1.30	0.65	1.26

DRITTES KAPITEL.

Einfache Linsen.

§. 1.

Wir wollen nun auf die Anwendung der vorhergehenden Ausdrücke, auf die verschiedenen Gattungen der Fernröhre von zwey, drey, vier Linsen übergehen, bey denen wir, wie zuvor, zusammengesetzte Objective bloſs als eine einzelne Linse ansehen, und unter diesen zuerst die Erscheinungen durch eine einzige Linse betrachten.

Wenn eine einfache Linse für sehr entfernte Gegenstände gebraucht wird, so ist $a = \infty$ und $\alpha = p$. Die Kugelabweichung der Linse wird am kleinsten seyn, wenn $\lambda = 1$ ist (S. 55). Setzt man daher (S. 56) $\lambda = 1$, $a = \infty$ und $\alpha = p$, so erhält man für die beyden Krümmungshalbmesser der Linse, welche die kleinste Kugelabweichung gibt

$$f = \frac{p}{\sigma} \text{ und } g = \frac{p}{\varrho}$$

So ist z. B. (S. 59)

für n = 1.50	f = 0.583 p	und	g = 3.499 p
1.55	0.614 p		5.244 p
1.60	0.643 p		9.001 p

Da aber (S. 62) die Kugelabweichung

$$\Phi = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right)$$

also hier $\Phi = \frac{\mu\,\lambda}{p^3}$ ist, und da die Gröſse μ abnimmt, wenn n

wächst, so wird im Allgemeinen die Kugelabweichung einer Linse desto kleiner seyn, je grösser n ist, so dass in dieser Beziehung diejenigen Glasarten den Vorzug verdienen, für welche das Brechungsverhältniss n sehr gross ist.

I. Das Verhältniss der beyden gefundenen Halbmesser ist

$$\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma} = \frac{4 + n - 2n^2}{n(2n + 1)}.$$

Ist daher $n = 1.50$, so ist $\frac{f}{g} = \frac{1}{6}$, d. h., die Linse muss entweder biconvex oder biconcav, und der Halbmesser der zweyten, dem Auge zunächst liegenden Fläche muss sechs Mal grösser seyn, als der der ersten Fläche. Für

$$n = 1.55 \text{ ist } \frac{f}{g} = \frac{1}{8} \text{ nahe.}$$

Die Längenabweichung für eine Linse ist (S. 63)

$$\Phi = \frac{\mu \lambda x^2}{p},$$

also da $\mu = 0.9381$ für $n = 1.55$, so ist die kleinste Längenabweichung, für die $\lambda = 1$ ist,

$$\Phi = \frac{\mu x^2}{p} = 0.9381 \frac{x^2}{p}$$

Noch muss bemerkt werden, dass man, wenn man für λ eine Zahl wählt, die grösser als die Einheit ist, für jeden Werth der Kugelabweichung Φ zwey Werthe der Halbmesser f und g erhält (S. 56).

§. 2.

Gewöhnlich nimmt man diese Linsen gleichseitig oder auf beyden Seiten gleich gekrümmt an. Um für diesen Fall den Werth von λ zu bestimmen, hat man (S. 57)

$$\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{\alpha} - \frac{\tau}{\alpha}\sqrt{\lambda - 1} \text{ und}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\tau}{\alpha}\sqrt{\lambda - 1}$$

Ist daher $f = g$, so ist auch

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} = \frac{2(n^2 - 1)}{n\sqrt{4n - 1}}$$

Für $n = 1.55$ ist $\lambda = 1.63$, oder die Kugelabweichung ist, (da hier λ so viel gröſser als die Einheit ist) auch viel beträchtlicher als vorhin (§. 1); nämlich es ist

$$\Phi = \frac{\mu \lambda x^2}{p} = 1.529 \frac{x^2}{p}$$

Noch hat man, da überhaupt

$$\frac{1}{p} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}$$

ist, für eine gleichseitige Linse

$$f = g = 2(n-1)p$$

I. Ist die Linse planconvex, so daſs die erste, gegen das Object gerichtete Fläche eben ist, so ist $f = \infty$, also

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma}{\tau} \text{ und } g = (n-1)p.$$

Für $n = 1.55$ ist $\lambda = 4.23$, oder sehr groſs, und daher auch die Kugelabweichung $\Phi = 3.971 \frac{x^2}{p}$ sehr beträchtlich, also solche Linsen nicht einmal zu Brenngläsern anwendbar.

II. Ist aber die Linse convexplan, so daſs die zweyte gegen das Auge gerichtete Fläche eben ist, so ist $g = \infty$ und

$$\sqrt{\lambda - 1} = -\frac{\varrho}{\tau} \text{ und } f = (n-1)p.$$

Für $n = 1.55$ ist $\lambda = 1.044$, also die Kugelabweichung

$$\Phi = 0.980 \frac{x^2}{p}$$

sehr gering, da λ so nahe an der Einheit liegt. Der Fall in II ist daher jenem in I weit vorzuziehen.

III. Sey für eine convexconcave Linse $f = 2$ und $g = -5$ also die concave Seite gegen das Aug gekehrt, so hat man (S. 56) da $a = \infty$ und $\alpha = p$ ist,

$$\frac{g}{f} = \frac{\sigma + \tau \sqrt{\lambda - 1}}{\varrho - \tau \sqrt{\lambda - 1}} = -\frac{5}{2}$$

woraus folgt:

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{5\varrho + 2\sigma}{3\tau} \text{ oder } \lambda = 3.403.$$

Ist aber die convexe Fläche gegen das Auge gekehrt, so ist $f = -5$ und $g = 2$, also

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{5\sigma + 2\rho}{3\tau}$$

und $\lambda = 10.842$, also die erste Stellung viel vortheilhafter, als die zweyte.

§. 3.

Brillen.

Man braucht diese einfachen Linsen, um Weit- und Kurzsichtige beym Sehen zu unterstützen, wo sie unter dem Namen der Brillen bekannt sind. Wir wollen diese beyden Augenfehler besonders, und zuerst die für den Weitsichtigen bestimmten Brillen näher betrachten.

Weitsichtige Augen vereinigen die Strahlen nach der Brechung durch die Augenlinse zu spät, oder erst hinter der Retina, weil ihre zu flache Augenlinse die Strahlen zu wenig bricht. Sie brauchen daher ein convexes oder ein Sammelglas, damit die Strahlen durch dieses Glas stärker gebrochen oder eher vereinigt werden, da aus der Gleichung

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

folgt, daſs die Entfernung α des Bildes kleiner wird, wenn die Entfernung a des Objects wächst, so lange diese Gröſsen a α und p positiv sind (S. 43)

Bey einem guten Auge fällt das Bild kleiner Gegenstände, z. B. die Buchstaben einer kleinen Schrift auf die Retina, wenn die Entfernung des Gegenstandes von dem Auge im Mittel acht

Zoll beträgt, in welcher Entfernung also ein solches Auge gut sieht.

Nehmen wir an, daſs der Weitsichtige solche Gegenstände erst in der Entfernung von A Zollen (wo $A > 8$ ist) gut sehe, und suchen wir die Brennweite der Linse, durch welche er einen Gegenstand, der nur a Zolle von dem Auge entfernet ist, (wo $a < A$) noch gut sehen kann.

Die oben angeführte Gleichung gibt im Allgemeinen

$$p = \frac{a\,\alpha}{a + \alpha}$$

Da aber für diese Weitsichtigen die Entfernung des durch die Linse erzeugten Bildes (welches er statt dem Gegenstande selbst betrachtet) gleich A seyn soll, und da dieses Bild für das Auge *hinter* dem Glase liegt, so ist $\alpha = -A$, und daher

$$p = \frac{A\,a}{A - a}$$

und dieses ist die Brennweite der gesuchten Linse, welche dem Auge den Gegenstand in der für den Weitsichtigen zu kleinen Entfernung a so weit abrückt, als kämen die Strahlen von einem Gegenstande in der gröſseren Entfernung A her.

Ex. Ist $A = 20$ Zolle und $a = 10$, so ist $p = 20$ Zolle, und die Halbmesser der Linse, wenn sie gleichseitig ist, sind $f = g = 2(n - 1)p$. Ist daher $n = 1.55$, so ist $f = g = 1.1\,p = 22$ Zolle.

Die Gröſse A oder die jedem Weitsichtigen angemessene *Sehweite* wird er durch die Messung der Entfernung bestimmen, in welcher er kleinere Gegenstände noch deutlich sehen kann.

§. 4.

Um das Vorhergehende auch durch eine Zeichnung zu erläutern, sey M N (Fig. 10) die Linse, A a C ihre Axe, a b der auf diese Axe senkrechte Halbmesser des Gegenstandes und A B der damit parallele Halbmesser des Bildes, also $C\,a = a$ und $C\,A = A$.

Die Strahlen a M, a N werden nach M α, N α' so gebrochen, daſs α M und α' N rückwärts verlängert in A zusammenkommen. Die Strahlen b M und b N aber werden nach M β und N β' so gebrochen, daſs sie, rückwärts verlängert, sich in B schneiden, wodurch also das Bild A B des Gegenstandes a b entsteht.

Nennt man a b = b den Halbmesser des Gegenstandes und A B = B den des Bildes, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke C a b und C A B

$$\frac{B}{b} = \frac{A}{a},$$

woraus folgt, daſs das Auge bey C den Gegenstand durch die Linse $\left(\frac{A}{a}\right)$ mal im Durchmesser, also $\left(\frac{A}{a}\right)^2$ mal in seiner Oberfläche vergröſsert sieht.

Verlangt daher der Weitsichtige, daſs ihm der Gegenstand m mal im Durchmesser vergröſsert erscheine, so ist $\frac{A}{a} = m$ oder $a = \frac{A}{m}$, und wenn man diesen Werth von a in der vorhergehenden Gleichung substituirt, so hat man

$$p = \frac{A}{m - 1} \text{ und } f = g = \frac{2(n - 1)}{m - 1} . A$$

durch welche Ausdrücke daher jeder Weitsichtige die Brennweite und die Krümmungshalbmesser der seiner Sehweite A entsprechenden Linse bestimmen wird.

§. 5.

Kurzsichtige Augen aber vereinigen die Strahlen nach der Brechung durch die Augenlinse zu früh, oder noch vor der Retina, weil die zu erhabene Augenlinse jene Strahlen zu stark bricht. Wenn also der Kurzsichtige nahe Gegenstände deutlich sehen will, so ist alles, was in §. 4 gesagt wurde, auch hier anwendbar, nur mit dem Unterschiede, daſs hier A kleiner als acht Zolle seyn wird. Der Kurzsichtige bringt nämlich das Auge

dem Objecte noch viel näher, als es seiner natürlichen Sehweite angemessen ist, und entfernt eben dadurch das Bild mittels der convexen Linse in die ihm angemessene Sehweite.

Der Kurzsichtige also, der nur in der Entfernung von A Zollen (wo $A < 8$) gut sieht, wird, um in der noch kleineren Entfernung von a Zollen gut zu sehen, eine convexe Linse brauchen, deren Brennweite

$$p = \frac{A\,a}{A - a}$$

und deren Vergröfserung daher

$$m = \frac{A}{a} \text{ ist.}$$

Soll ihm das Object m Mal gröfser im Durchmesser erscheinen, so ist

$$p = \frac{A}{m - 1}.$$

Ex. Ist $A = 4''$, und soll der Kurzsichtige noch in der Entfernung von $a = 2''$ gut sehen, so ist $p = 4$ und $m = 2$.

Ist $A = 4$ und will er das Object drey Mal gröfser sehen, so ist $m = 3$ und daher $p = 2$, und die Entfernung des Gegenstandes von dem Auge $a = \frac{A}{m} = \frac{4}{3}$ Zolle.

Man sieht schon aus diesem Beyspiele, dafs der Kurzsichtige das Object noch näher an die Linse oder an sein Auge bringen mufs, als er schon mit freyem Auge zu thun gewohnt ist, und dafs der Kurzsichtige daher noch mehr erhabene Gläser braucht, als der Weitsichtige, daher für jenen diese stark convexen Gläser zum Lesen oder Schreiben nicht anders als unbequem seyn können.

§. 6.

Anders aber verhält es sich, wenn der Kurzsichtige **entfernte** Gegenstände, die **aufser** seiner Sehweite von A Zollen liegen, noch deutlich sehen will. Denn da ihm hier die zu fernen Gegenstände genähert werden müssen, oder da das Bild

des Gegenstandes näher an das Auge gerückt werden, aber doch mit dem Gegenstande selbst noch auf derselben Seite stehen mufs, so braucht er ein concaves oder ein Zerstreuungsglas.

Für gleichseitige Linsen ist überhaupt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{2(n-1)}{f} \text{ oder } \alpha = \frac{af}{2a(n-1)-f}.$$

Für ein biconcaves Glas ist der Halbmesser f und die Bildweite α negativ. Setzt man also — f und — α statt f und α, so hat man

$$\alpha = \frac{af}{2a(n-1)+f},$$

in welchem Ausdrucke alle Gröfsen a, α und f positive Zahlen bezeichnen.

Sieht also der Kurzsichtige nur in der Entfernung A gut, so mufs die Bildweite α = A seyn, und man hat daher

$$A = \frac{af}{2a(n-1)+f},$$

woraus folgt

$$f = \frac{2aA(n-1)}{a-A},$$

Endlich ist noch für gleichseitige Linsen

$$p = \frac{f}{2(n-1)} = \frac{aA}{a-A}.$$

Ex. Ist für einen Kurzsichtigen A = 5^z, und will er auf eine Entfernung von a = 10^z noch gut sehen, so hat man, wenn n = 1.55 ist, f = 11^z und p = 10^z. — Wäre aber A = 5 und a = 100, so hätte man f = 5.79 und p = 5.26 Zolle.

I. Um auch dieses durch eine Zeichnung zu erläutern, sey a b (Fig. 11) der Gegenstand und A B das Bild, a C = a und A C = A. Die Spitze B des Bildes fällt hier, wie in Fig. 10, in den Hauptstrahl, der durch die Spitze b des Objectes und durch die Mitte C der Linse ungebrochen durchgeht. Die von b auf die concave Linse auffallenden Strahlen b M, b N werden nach

den Richtungen M β und N β' so gebrochen, daſs sie, rückwärts verlängert, in der Spitze B des Bildes sich vereinigen.

§. 7.

Da der Gegenstand aus der Entfernung a in die kürzere Entfernung A, also $\frac{a}{A}$ mal näher gebracht wird, so ist die Vergröſserung $m = \frac{a}{A}$ oder

$$m = \frac{2a(n-1)+f}{f},$$

oder da

$$p = \frac{f}{2(n-1)} \text{ ist,}$$

so hat man

$$m = \frac{a+p}{p}.$$

Soll daher die Linse m mal nähern, so muſs

$$p = \frac{a}{m-1} \text{ und}$$

$$f = 2(n-1)\,p = \frac{2(n-1)\,A\,m}{m-1} \text{ seyn.}$$

Ex. Ist $A = 5^z$ und $n = 1.55$, wie in dem vorhergehenden ersten Beyspiele, und soll das Object zwey mal genähert werden, so ist $m = 2$, und wenn das Object $a = 10^z$ entfernt ist, so hat man $p = 10$ und $f = 11^z$, wie zuvor.

I. Für den gröſsten Theil der Kurzsichtigen ist A nahe $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ Fuſs. Ist daher a oder A m sehr groſs gegen A, ist z. B. a gleich 100 Fuſs, so muſs auch m eine groſse Zahl seyn, und dann ist $m - 1$ nahe gleich m. Man kann daher für groſse Entfernungen der Gegenstände annehmen

$$f = 2(n-1)\,A,$$

und da das Auge beym Sehen sich bekanntlich so ändern kann, daſs es eine geringe Aenderung des Halbmessers f nicht bemerkt,

so kann man für a = 10 bis 100 Fuſs und selbst noch weiter, im Allgemeinen annehmen

$$f = 2(n-1)A,$$

ohne der Deutlichkeit des Sehens merklichen Eintrag zu thun, um so mehr, da der Kurzsichtige seine Sehweite A nicht leicht mit groſser Schärfe bestimmen kann. Es wird daher ein Kurzsichtiger mit einer Brille, für die f = 2 (n — 1) A, also auch p = A ist, und die ihm eigentlich nur für sehr entfernte Gegenstände ganz gut dient, auch noch auf Distanzen von fünf oder zehn Fuſs erträglich gut sehen könne. Für kleinere Distanzen aber, z. B. beym Lesen, müſste man die oben gefundenen Ausdrücke

$$f = \frac{2(n-1)Am}{m-1} = \frac{2(n-1)a}{m-1} \text{ und}$$

$$p = \frac{Am}{m-1}$$

beybehalten.

§. 8.

B r e n n g l ä s e r.

Convexe Linsen oder Sammelgläser werden bekanntlich auch als Brenngläser gebraucht, um das Licht der Sonne zu verdichten, und dadurch in dem Vereinigungsorte der Strahlen eine Erhöhung der Temperatur hervorzubringen.

Wenn die Sonne nur als ein leuchtender Punct betrachtet werden könnte, so würde der Vereinigungsraum der durch eine Linse gebrochenen Sonnenstrahlen auch nur ein einfacher Punct seyn. Da uns aber der Durchmesser jenes Gestirns noch unter dem sehr merkbaren Winkel von 32 Minuten erscheint, so kann man die, von zwey Endpuncten ihres Durchmessers ausgehenden Strahlen nicht mehr als unter sich parallel ansehen, da sie ebenfalls unter einem Winkel von 32 Minuten gegen einander geneigt sind, und daher auch nach ihrer Brechung, statt in einen Punct vereinigt zu werden, einen gröſsern Raum, nämlich einen kleinen Kreis einnehmen, dessen Durchmesser die Chorde

von 32 Minuten eines andern Kreises ist, der seinen Mittelpunct in dem Centrum der Linse hat. Heifst daher p die Brennweite der Linse, so ist der Halbmesser jenes kreisförmigen Brennraumes

$$b = p \text{ tang } 0^\circ\ 16' \text{ oder nahe } b = \frac{p}{216}.$$

Nennt man aber l die Dichte der Sonnenstrahlen vor, und λ die Dichte derselben nach der Brechung in dem Brennraume, so hat man, da diese Dichten sich verkehrt, wie die dieselbe Lichtmenge enthaltenden Flächen verhalten,

$$l : \lambda = \left(\frac{p}{216}\right)^2 : b^2 \text{ oder}$$

$$\frac{\lambda}{l} = 46656\ \frac{b^2}{p^2},$$

wo also b den Oeffnungshalbmesser der Linse und p die Brennweite derselben bezeichnet.

I. Dieselben Ausdrücke kann man auch auf folgende Art erhalten. — Ist L die Dichte der Sonnenstrahlen an der Oberfläche der Sonne, oder die von einem Elemente dieser Fläche ausgehende Lichtmenge, und l die auf ein Element der Linse auffallende Lichtmenge, so hat man, wenn a die Entfernung der Erde von der Sonne in Theilen des Sonnenhalbmessers ausdrückt,

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{a^2}$$

oder da a = 216 Sonnenhalbmesser beträgt,

$$L = a^2\ l = 46656\ l.$$

Jedes eben so grofse Element des Sonnenbildes hinter der Linse empfängt aber die Lichtmenge

$$\lambda = \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot L$$

wo b die halbe Breite der Linse und α die Entfernung des Bildes von der Linse bezeichnet, oder da diese Entfernung hier gleich der Brennweite p der Linse ist, so hat man

$$\lambda = \frac{b^2}{p^2} \cdot L = 46656 \frac{b^2 \cdot 1}{p^2}$$

wie zuvor.

II. Die von der Sonne kommende senkrechte Erleuchtung einer auf der Erde befindlichen Fläche wird also, wie die letzte Gleichung zeigt, durch ein Sammlungsglas $46656 \cdot \frac{b^2}{p^2}$ mal verstärkt. Ist z. B. b = ½ Fuſs und p = 3 Fuſs, so ist λ = 1296, oder das Sonnenlicht wird durch diese Linse in ihrem Brennpuncte 1296 mal verdichtet, vorausgesetzt, daſs die Strahlen auf ihrem Wege durch die Atmosphäre und durch das Glas nichts verlieren, und daſs auch die von der Kugelabweichung erzeugte Zerstreuung der Strahlen hier als eine zu der gegenwärtigen Untersuchung nur unbedeutende Gröſse vernachlässigt werden kann.

§. 9.

Je kleiner daher, bey unveränderter Oeffnung der Linse, die Brennweite p derselben ist, desto mehr ist sie zu einem Brennglase geschickt. Da aber allgemein

$$p = \frac{f g}{(n-1)(f+g)}$$

ist, so muſs man zu diesem Zwecke biconvexe Linsen wählen, damit beyde Halbmesser f und g einerley Zeichen erhalten und daher p so klein als möglich werde. Solche convexconcave Linsen aber, für welche der negative Halbmesser der kleinere ist, so wie noch mehr biconcave Linsen, sind zu Brenngläsern ganz untauglich, weil sie Zerstreuungsgläser sind, oder weil die Strahlen nach ihrer Brechung divergiren.

Das Brennglas ist aber auch zweytens desto wirksamer, je gröſser der Oeffnungshalbmesser b desselben ist. Da es hier nur darauf ankömmt, eine groſse Menge Strahlen in den Brennraum der Linse so nahe als möglich zusammen zu bringen, so wird man von der von einer gröſseren Oeffnung b herrührenden Kugelabweichung nichts zu besorgen haben, wie bey den Fernröhren, wo diese Abweichung als ein viel gröſseres Hinderniſs des deutlichen Sehens erscheint. Doch werden auch hier solche Lin-

sen besser vermieden werden, deren halbe Oeffnung über 20 Grade beträgt, weil sonst der eigentliche Brennraum zu lang wird, und dadurch dem Hauptzwecke des Brennglases, der Erreichung einer hohen Temperatur, schädlich entgegen wirkt.

I. Nimmt man, wie gewöhnlich, die Linse gleichseitig, oder f = g, so ist

$$p = \frac{f}{2\,(n-1)}$$

Ist aber die halbe Oeffnung 20 Grade, so ist b = f Sin 20°, also ist, da sich p sowohl als b wie f verhält, die Gröſse

$$\lambda = 46656\,\frac{b^2}{p^2}$$

von dem Halbmesser f unabhängig, d. h., wenn mehrere gleichseitige Brenngläser dieselbe Oeffnung haben, so ist es in Beziehung auf die Verdichtung der Strahlen gleich viel, ob ihre Halbmesser groſs oder klein sind. Ein Brennglas von einer gröſsern Oeffnung b hat also nur den Vorzug, daſs es die Fläche, auf welche es wirken soll, in einem gröſseren Umfange mit demselben Wärmegrade angreift.

Für dieselbe Oeffnung b der gleichseitigen Linse aber hat man

$$\lambda = 186624\,\frac{b^2}{f^2}$$

d. h. bey gleichen Oeffnungen verdichten stark gewölbte Linsen (für welche f sehr klein ist) mehr als flache.

II. Sucht man ein Brennglas, welches in einer gegebenen Entfernung p die Sonnenstrahlen m mal verdichtet, so ist

$$m = 46656\,\frac{b^2}{p^2} \text{ und } p = \frac{f}{2\,(n-1)},$$

woraus für die halbe Oeffnung und für den Krümmungshalbmesser der Linse folgt

$$b = \frac{p\sqrt{m}}{216} \text{ und } f = 2\,(n-1)\,p.$$

Ex. Ist $p = 12^2$ und $m = 2500$ und $n = \frac{3}{2}$, so ist $b = 2\frac{7}{9}$ Zoll und $f = 12$ Zoll. — Um übrigens die Kugelabweichung dieser Linsen so klein als möglich zu machen, wird man die beyden Halbmesser derselben nach S. 227 wählen, also z. B.

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{6} \text{ für } n = 1.50.$$

§. 10.

Wir wollen nun hinter das bisher betrachtete Brennglas noch eine zweyte Linse, eine Collectivlinse, stellen, und die Dichte λ' der Strahlen in dem Brennraume nach ihrer Brechung durch beyde Linsen suchen.

Nimmt man in einem leicht zu verzeichnenden bey A rechtwinkligen Dreyecke C A p auf der Cathete A p von A gegen p die Puncte B, x und p', und setzt $AB = \triangle$ gleich der Distanz der beyden in A und B stehenden Linsen, $A\,p = p$ die Brennweite der ersten, $B\,p' = p'$ die der zweyten Linse, und endlich $B\,x = \alpha'$ die Vereinigungsweite der Strahlen nach der zweyten Brechung, so hat man, wenn a' und α' die zwey Vereinigungsweiten der zweyten Linse sind,

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \text{ oder } \alpha' = \frac{a'\,p'}{a' - p'}.$$

Es ist aber $a' = -B\,p = -(p - \triangle)$ also auch

$$\alpha' = \frac{(p - \triangle)\,p'}{p + p' - \triangle}.$$

Da man aber hat

$$\frac{\text{Dichte der Strahlen in p}}{\text{Dichte in x}} = \left(\frac{B\,x}{B\,p}\right)^2 \text{ oder}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \left(\frac{\alpha'}{p - \triangle}\right)^2$$

so erhält man, wenn man den gefundenen Werth von α' und den vorhergehenden Ausdruck von

$$\lambda = 46656\,\frac{b^2}{p^2}$$

in der letzten Gleichung substituirt

$$\lambda' = 46656 \frac{b^2}{p^2} \cdot \left(\frac{p + p' - \triangle}{p'}\right)^2.$$

Es wird daher die durch das erste Glas bewirkte Verdichtung durch das zweyte noch $\left(\frac{p + p' - \triangle}{p'}\right)^2$ mal vergröſsert.

Ex. In dem vorhergehenden Beyspiele war $b = \frac{1}{2}$ Fuſs und $p = 3$ und man fand für die Verdichtung durch die erste Linse $\lambda = 1296$. Sey nun $p' = \frac{1}{10}$ Fuſs, und $\triangle = 2$, so ist

$$\left(\frac{p + p' - \triangle}{p'}\right)^2 = 121,$$

oder die bereits durch die erste Linse bewirkte Verdichtung von 1296 wird durch die zweyte noch 121 mal vermehrt, so daſs daher die durch beyde Linsen erhaltene Verdichtung $\lambda' = 121\ \lambda$, oder 156816 beträgt.

Eben so ist für ein drittes Glas, dessen Brennweite p'' und Abstand von der zweyten $\triangle'$ ist, die Verdichtung

$$\lambda'' = \lambda' \cdot \left(\frac{p' + p'' - \triangle'}{p''}\right)^2 \text{ oder}$$

$$\lambda'' = 46656 \frac{b^2}{p^2} \cdot \left(\frac{p + p' - \triangle}{p'}\right)^2 \left(\frac{p' + p'' - \triangle'}{p''}\right)^2$$

u. s. w. für mehrere Gläser. Wird b, p, p' und $\triangle$ wie in dem letzten Beyspiele und $p'' = \frac{1}{100}$ und $\triangle' = 1$ Fuſs genommen, so beträgt der Werth von λ'' schon über 1242 Millionen.

VIERTES KAPITEL.

Fernröhre mit zwey Linsen.

§. 1.

Wir wollen nun die verschiedenen Gattungen von Fernröhren einzeln näher betrachten, und sie, wie bereits oben S. 208 erinnert wurde, nach der Anzahl der Linsen eintheilen, aus welchen sie zusammengesetzt sind, wo immer das Objectiv, selbst wenn es ein doppeltes oder dreyfaches wäre, nur als eine einzige Linse betrachtet wird.

Die erste und einfachste Gattung der Fernröhre besteht also aus zwey Linsen, dem Objectiv und dem Oculare, und für sie hat man nach S. 193, §. 17 und S. 204 die Gleichungen

$$m = \frac{\alpha}{a'}$$

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1} \text{ und}$$

$$k = \frac{p' \, \omega'}{m \, \varphi}.$$

Der Oeffnungshalbmesser des Oculares wegen dem Gesichtsfelde ist $z' = p' \omega'$ und wegen der Helligkeit $x' = \frac{x}{m}$, wo x den Oeffnungshalbmesser des Objectivs bezeichnet. Die Distanz beyder Linsen ist $\Delta = \alpha + a'$, und die Helligkeit des Rohres $H = \frac{x'^2}{w^2}$, wo w nahe $\frac{1}{20}$ Zoll.

In allen diesen Ausdrücken ist (S. 173) $\alpha = p$ und $a' = p'$,

also auch $m = \frac{p}{p'}$, wo p und p' die Brennweite des Objectivs und des Oculares ist.

I. Da wir die erste Linse oder das Objectiv immer convex annehmen, so ist p eine positive Gröfse. Die Gröfse m wird daher positiv oder negativ seyn, nachdem p' positiv oder negativ ist. Diefs führt auf eine Unterabtheilung dieser Fernröhre in zwey Klassen.

In der ersten Klasse ist m und $p' = a'$ positiv, also beyde Linsen convex, und daher zwischen den beyden Linsen ein wahres Bild (S. 171) und zwar ein verkehrt erscheinendes (S. 173). In der zweyten Klasse ist m und $p' = a'$ negativ, also das Ocular concav, und zwischen den beyden Linsen ist kein wahres, sondern nur ein imaginäres Bild, welches aufrecht erscheint. Man nennt die erste Klasse astronomische oder Kepler'sche, und die zweyte holländische oder Galilei'sche Fernröhre (S. 207). Wir wollen die letzte zuerst betrachten.

Erste Klasse.

Holländische Fernröhre.

§. 2.

Für diese Klasse von Fernröhren mit zwey Linsen ist also das Ocular concav, und m so wie $a' = p'$ negativ, das Bild imaginär, und der Gegenstand aufrecht erscheinend. Damit in der That eine Vergröfserung Statt habe, mufs $p > p'$ seyn. Die Distanz der beyden Linsen ist $\Delta = \alpha + a'$, oder $\Delta = p + p'$, also steht, da p' negativ ist, das Ocular in demjenigen Puncte der gemeinschaftlichen Axe beyder Linsen, dessen Entfernung von dem Objective gleich der Differenz der Brennweiten, beyde als positiv betrachtet, der zwey Linsen ist.

Das halbe Gesichtsfeld ist

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1},$$

oder in Minuten ausgedrückt

$$\varphi = \frac{3438\ \omega'}{m + 1},$$

und da $z' = p' \omega'$ seiner Natur nach eine positive Gröſse, und p' negativ ist, so muſs ω' negativ seyn.

Die Entfernung des Auges von dem Oculare ist

$$k = \frac{p' \omega'}{m \varphi} = (p+p') \frac{p'}{p} = (m+1) \frac{p'}{m},$$

also k eine negative Gröſse. Das Auge sollte daher auf der Vorderseite des Oculars oder zwischen beyden Linsen stehen, um jenes Gesichtsfeld ϕ ganz übersehen zu können, und da dieſs unmöglich ist, so muſs es wenigstens so nahe als möglich hinter das Ocular gebracht werden (S. 205). Aus dieser Ursache haben die Fernröhre dieser Klasse alle den Fehler, daſs ihr Gesichtsfeld zu klein ist, ein Fehler, der, wie die Gleichung

$$\varphi = \frac{\omega'}{m+1}$$

zeigt, desto mehr auffällt, je gröſser m ist. Da übrigens x' nicht gröſser als $\frac{1}{20}$ Zoll und ω' nahe gleich $\frac{1}{4}$ seyn soll, so ist, weil

$$p' = \frac{x'}{\omega'}$$

ist, die Gröſse p' gröſser als $\frac{1}{5}$, also muſs für ein gleichseitiges Ocular der Halbmesser beyder Flächen gröſser als 2.4 Linien seyn.

§. 3.

Für die Farbenzerstreuung in der Axe hat man für diese Gattung von Fernröhren (S. 198).

$$d\,\varphi = \left(\frac{d\,n}{p'} + \frac{d\,n'}{p}\right) x$$

oder auch, da $p' = \frac{p}{m}$ und $x = m\,x'$ ist,

$$d\,\varphi = (m\,d\,n + d\,n') \frac{m\,x'}{p}.$$

Für $dn = dn'$ wächst also $d\,\varphi$, wie das Quadrat der Vergröſserung m.

Der Halbmesser der Kugelabweichung endlich ist, da

$$Q' = \frac{\lambda' \alpha'^2}{p'} = \lambda' \text{ ist,}$$

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,p^4}\,[\mu\,\lambda\,p + \mu'\,\lambda'\,p'] \text{ oder}$$

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,p^3}\left\{\mu\,\lambda + \frac{\mu'\,\lambda'}{m}\right\}.$$

Nimmt man die Gläser der beyden Linsen gleichartig oder $\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda'$ an, so ist

$$R = \frac{m\,\mu\,\lambda\,x^3}{4\,p^3}\left\{1 + \frac{1}{m}\right\}.$$

Die vorhergehenden Ausdrücke von d φ und R müssen übrigens noch durch 3438 multiplicirt werden, um sie in Minuten zu erhalten.

Der vorletzte Ausdruck von R zeigt, dafs, wenn m nur etwas grofs ist, der zweyte in μ' multiplicirte Theil der Kugelabweichung, der von dem Oculare erzeugt wird, viel kleiner ist, als der erste in μ multiplicirte Theil, der von dem Objective kommt. Setzt man daher statt der ersten Linse (nach Seite 76.) ein vollkommenes Doppelobjectiv, dessen Abweichung ganz verschwindet, so wird man die noch übrige Abweichung des Fernrohres, die blofs von dem Ocular erzeugt wird, in den meisten Fällen als unbeträchtlich vernachlässigen können. Dieselben vorhergehenden Gleichungen zeigen aber auch, dafs bey Fernröhren mit einfachen Ocularen, selbst wenn das Objectiv doppelt ist, die von dem Oculare erzeugte Kugelabweichung und Farbenzerstreuung nie ganz weggebracht werden kann, indem vielmehr das einfache Ocular, wenigstens zum Theil, wieder die Fehler zurückbringt, welche man durch die Duplicität des Objectives zu vermeiden gesucht hat. Ganz von jenem Fehler befreyte Fernröhre lassen sich daher erst bey den folgenden Gattungen mit mehreren Ocularen erwarten, während man die einfachen Oculare jetzt gewöhnlich nur mehr zu den stärksten Vergröfserungen eines Fernrohres für diejenigen Fälle anwendet, wo man, dieser Vergröfserung zu Liebe, auf eine voll-

kommene Reinheit des Bildes Verzicht leistet. — Uebrigens leiden alle diese Fernröhre an einem zu kleinen Gesichtsfeld und an dem Mangel eines Mikrometers zu astronomischen Beobachtungen, der hier, wo kein reelles Bild Statt hat, nicht angebracht werden kann.

§. 4.

Die vorhergehenden Ausdrücke geben uns die Mittel zur Construction der Fernröhre dieser Klasse. Diese Construction ist aber verschieden, je nach den verschiedenen Absichten, welche man damit zu erreichen sucht, d. h. je nachdem man entweder ein grofses Gesichtsfeld, eine starke Vergröfserung, völlige Farbenlosigkeit des Bildes, eine beträchtliche Lichtstärke u. f. zu seinem Zwecke macht.

Nimmt man zuerst beyde Gläser gleichartig, d. h. beyde Linsen aus derselben Glasgattung verfertigt, an, so ist $n = n'$ und $dn = dn'$, also auch (S. 59) $\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda'$, wodurch unsere vorhergehenden Gleichungen des §. 3 in folgende übergehen.

$$d\varphi = m(m+1)\frac{x'\,dn}{p} \text{ und}$$

$$R = \frac{\mu\,\lambda\,m'^3\,x'^3\,(m+1)}{4\,p'^3}.$$

Für gleichseitige Linsen ist aber (S. 57) wenn

$$n = 1.55 \text{ ist } \lambda = \left(\frac{\varrho - \sigma}{2\,r}\right)^2 + 1 = 1.6298 \text{ und } \mu = 0.9381,$$

also auch

$$R = 1314\,\frac{m^3\,x'_3}{p^3}\,(m+1) \text{ und}$$

$$d\varphi = 3438\,m\,(m+1)\,\frac{x'\,dn}{p} \text{ Minuten.}$$

Ueberdiefs hat man

$$m = \frac{p}{p'},\; z' = p'\,\omega',\; x' = \frac{x}{m},$$

$$\varphi = 3438 \frac{\omega'}{m + 1}, \; k = \frac{(m + 1)\, p'}{m} \text{ und } \Delta = p + p',$$

wo p', m und ω' negative Größsen sind.

§. 5.

Die letzten Ausdrücke zeigen, daſs für starke Vergröſserungen $d\varphi$ wie m^2, und R sogar wie m^4, wächst, daſs also auch, wenn die Vergröſserung stark seyn soll, die Brennweite p des Objectivs, oder was nahe dasselbe ist, die Länge des Fernrohrs sehr groſs seyn muſs, damit $d\varphi$ und R nicht zu schädlichen Einfluſs äuſsern. Dieser Nachtheil kann bey beyden Klassen dieser ersten Gattung von Fernröhren nicht vermieden werden, so lange das Objectiv nur eine einfache Linse ist.

Der Erfahrung gemäſs nimmt man gewöhnlich folgende zusammengehörige Werthe der Gröſsen p und p' in Zollen an, für welche der Einfluſs von R und $d\varphi$ noch nicht sehr bedeutend ist

p . . .	2 . .	5 . .	9 . . .	18 . . .	30
p' . . .	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	-2	-3
m . . .	4	5	6	9	10 u. f.

I. Um das Gesichtsfeld zu erhalten, welches man mit einem Blicke übersehen kann, muſs man die Gröſse z' gleich dem Halbmesser $\varpi = \frac{1}{20}$ Zoll der Pupille nehmen, und so groſs muſs daher auch wenigstens das Ocular seyn. Doch kann man das Ocular auch bedeutend gröſser annehmen, wo man dann dasjenige Gesichtsfeld erhält, welches man allmählig übersieht, wenn man das Auge über die Fläche des Oculars hin bewegt.

II. Sey für einen besondern Fall $p = 6$, $z' = \frac{1}{20}$ und $x' = \frac{1}{50}$, so wie $m = -9$ gegeben, wo unter diesen Zahlen für p', z', x' . . . hier und in der Folge immer Zolle von irgend einer willkührlichen Gröſse verstanden werden sollen, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich erinnert wird.

Aus diesen gegebenen Gröſsen findet man für die Construction des Fernrohrs nach den vorhergehenden Ausdrücken

$$p' = \frac{p}{m} = -\frac{2}{3},$$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = -0.075 \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{3438\ \omega'}{m+1} = 32.23 \text{ Minuten.}$$

Der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist $x = m x' = 0.18$ und $\triangle = \frac{16}{3}$.

Setzt man endlich $d n = \frac{1}{55}$, so ist von diesem Fernrohre die Farbenzerstreuung in der Axe

$$d\varphi = 15 \text{ Min.}$$

und der Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = 0.284 \text{ Min.}$$

Der gefundene Werth von $\varphi = 32.23$ Min. zeigt, daſs man mit diesem Fernrohre auf die Entfernung von 10000 Fuſs noch einen Gegenstand übersehen kann, dessen Halbmesser 10000 tang φ oder 93.75 Fuſs beträgt. Auf die Entfernung von 200 Fuſs würde man damit nur einen Gegenstand von 200 tang $\varphi = 1.87$ Fuſs im Halbmesser übersehen. Diese Einrichtung würde daher z. B. zu einem Taschenperspectiv nicht geeignet seyn, da man durch ein solches auf die Entfernung von 200 und selbst von 100 Fuſs noch einen Menschen ganz übersehen will. Auch ist der Werth von $R = 0.284$ Min. zu groſs, um die Gegenstände durch dieses Fernrohr mit der nöthigen Deutlichkeit zu sehen, obschon die Vergröſserung desselben so gering ist.

Nähme man in einem zweyten Beyspiele

$$p = 36,\ z' = \frac{1}{20},\ x' = \frac{1}{50} \text{ und } m = -20,$$

so würde man erhalten

$$p' = -1.8,\ \omega' = \frac{1}{36},\ \varphi = 5 \text{ Min.},\ x = \frac{2}{5},\ \triangle = 34.2$$

$$d\varphi = 13 \text{ Min. und } R = 0.034 \text{ Min.}$$

also ist hier wohl die Vergröſserung stärker und R viel kleiner, als zuvor, aber dafür auch φ über sechs mal geringer, und endlich in beyden Beyspielen x, oder die nöthige Lichtstärke viel zu gering, als daſs diese Einrichtung empfohlen werden könnte.

§. 6.

Gehen wir von der allerdings wichtigen Forderung eines grofsen Gesichtsfeldes aus, und soll z. B. tang $\varphi = 0.02$, also $\varphi \doteq 68.7458$ Min. seyn, so sey noch $p = 12$, $x = \frac{3}{4}$ und $m = -6$ gegeben. Diefs vorausgesetzt, hat man

$$p' = \frac{p}{m} = -2$$

$$\omega' = \frac{(m+1)\varphi}{3438} = 0.1$$

$$z' = p'\omega' = 0.2,\ x' = \frac{1}{8},\ k = -\frac{5}{3} \text{ und } \Delta = 10.$$

Hier ist also x' viel zu grofs und Δ für ein Taschenperspectiv zu lang. Die Farbenzerstreuung ist für dieses Fernrohr $d\varphi = 3.12$ M. und $R = 1.60$ M., also R zu grofs. Uebrigens würde man mit diesem Fernrohr auf 10000 Fufs Entfernung noch einen Gegenstand von 200 Fufs im Halbmesser und auf 200 Fufs Entfernung einen von 4 Fufs im Halbmesser übersehen.

I. Sucht man ein Fernrohr, welches auf 200 Fufs Entfernung noch einen Gegenstand von $2\frac{1}{2}$ Fufs im Halbmesser übersieht, und dessen Länge doch nur $\Delta = 6$ Zolle, die Vergröfserung aber $m = -2\frac{1}{2}$ ist, so hat man aus den vorhergehenden Gleichungen

$$200 \tan\varphi = \frac{5}{2}$$

$$\frac{p}{p'} = -\frac{5}{2}$$

$$p + p' = 6$$

woraus folgt

$$p = 10,\ p' = -4 \text{ und } \varphi = 42.97 \text{ M.}$$

Ferner ist

$$\omega' = \frac{(m+1)\varphi}{3438} = -0.0187$$

und $z' = p'\omega' = 0.0748$. Setzt man dann $x' = w = \frac{1}{20}$, so ist der Oeffnungshalbmesser des Objectivs

$$x = m'x' = \frac{1}{8}.$$

Endlich hat man für $dn = \frac{1}{55}$, $d\varphi = 1.17$ M. und $R = 0.0038$ M., also R sehr klein, und diese Einrichtung überhaupt nicht unvortheilhaft.

II. Macht man eine gröfsere Oeffnung des Objectivs oder die Lichtstärke des Fernrohres und eine geringe Farbenzerstreuung zur vorzüglichsten Bedingung, so sey z. B. $x = 1$ Zoll und $d\varphi = 5$ M. Ist ferner $z' = \frac{1}{2}$, und $m = -10$ gegeben, so findet man

$$p = \frac{1.25\, m\,(m+1)}{d\varphi} = 22.5$$

$$p' = \frac{p}{m} = -2.25, \quad \omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{2}{9},$$

$$\varphi = \frac{3438\,\omega'}{m+1} = 849\,\text{M.}, \quad x' = \frac{1}{10}, \quad k = -2.025, \quad \Delta = 20.25.$$

Werden die beyden Linsen gleichseitig und $n = 1.55$ angenommen, so hat man für den Krümmungshalbmesser des Objectivs $f = g = 2\,(n-1)\,p = 24.75$, und für den des Oculars $f' = g' = 2\,(n-1)\,p' = -2.475$.

§. 7.

Vortheilhafter aber möchte es seyn, die Aufgabe so zu stellen, dafs die Gröfsen $d\varphi$ und R zugleich sehr klein werden, und darnach die übrigen Elemente des Fernrohres zu bestimmen.

Eliminirt man aus den beyden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} d\varphi &= 3438\,\text{M.}\,(m+1)\,\frac{x\,dn}{p} \\ R &= 1314\,x'^3\,\frac{m^3\,(m+1)}{p^3} \end{aligned}\right\}\ \text{I.}$$

die Gröfse x' und setzt $dn = \frac{1}{55}$, so erhält man

$$R = \frac{0.0053798\,(d\varphi)^3}{(m+1)^2},$$

woraus folgt, dafs $d\varphi$ und R zugleich abnehmen. — Tob. Mayer hatte ein nach seiner Versicherung sehr gutes Fernrohr mit einfachem Objective, für welches $d\varphi = 14.3$ M. betrug, und

das demungeachtet nur sehr wenig Farben zeigte. Legt man diesen Werth von $d\varphi = 14.3$ in der letzten Gleichung zu Grunde, und setzt z. B. $m = -11$, so erhält man

$$R = 0.157 \text{ M.}$$

und mit diesem Werthe von $d\varphi$ oder R gibt jede der Gleichungen (I)

$$\frac{p}{x'} = m \sqrt[3]{\frac{1314\,(m+1)}{R}} \text{ oder}$$

$$\frac{p}{x'} = 481.1 \text{ oder endlich, da } x = m\,x' \text{ ist,}$$

$$p = 43.74\;x \text{ und } p' = \frac{p}{m} = -3.976\;x.$$

Soll das halbe Gesichtsfeld $\varphi = 20$ M. seyn, so ist

$$\alpha' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438} = 0.0582,$$

also auch

$$z' = p'\,\omega' = 0.2314\;x$$

und die Länge des Fernrohres

$$\triangle = p + p' = 39.764\;x.$$

Auf diese Art werden für ein gegebenes $d\varphi$ und R die Größen p. p', z' und $\triangle$ durch den Oeffnungshalbmesser x des Objectivs bestimmt, wobey immer bemerkt werden muſs, daſs x' nie gröſser als $w = \frac{1}{20}$ Zoll, also auch $\frac{x}{m}$ nie gröſser als w seyn soll. Ist daher $x = m\,w = \frac{11}{20}$ Zoll, so ist $x' = \frac{x}{m} = 0.05$, $p = 24.057$, $p' = -2.187$, $z' = 0.127$ und $\triangle = 21.870$.

§. 8.

Am einfachsten würde man die beyden Gröſsen m und x' (d. h. die Vergröſserung und die Lichtstärke) als gegeben ansehen, wobey x' so nahe als möglich an $\frac{1}{20}$, aber nicht gröſser gesetzt wird, und woraus dann sofort x durch $x = m\,x'$ erhalten wird. Mit diesen Werthen von m und x bestimmt man dann

aus den Gleichungen (I) die Gröſse p so, daſs $d\varphi$ und R nur klein sind (wie klein, hängt von der Vollkommenheit ab, die man dem Fernrohre in Beziehung auf die beyden Abweichungen geben will). Man kann der Gröſse $d\varphi$ den Werth von 10 bis 12 Minuten geben, die Gröſse R aber darf nicht leicht gröſser als 0.1 Minuten seyn, wenn den Erfahrungen gemäſs, das Bild noch deutlich erscheinen soll.

Kennt man so p und m, so ist auch p′ aus $p' = \frac{p}{m}$ bekannt, und dann erhält man φ aus

$$\varphi = \frac{3438\ \omega'}{m + 1},$$

wo die Gröſse ω' so genommen wird, daſs φ so groſs als möglich werde, mit der Rücksicht, daſs ω' nicht gröſser als $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$, und daſs z′ oder $p'\ \omega'$ immer gröſser als x′, oder daſs $\omega' > \frac{x}{p}$ seyn muſs.

Es ist übrigens für sich klar, daſs man alle diese Bedingungen bei einem Fernrohre, welches bloſs aus zwey Linsen besteht, nicht vollkommen erfüllen kann, und daſs daher diese vollständige Leistung der aufgestellten Forderungen erst bey den Fernröhren mit mehreren Linsen erwirkt werden darf.

§. 9.

Nimmt man den Werth von R gleich einer Secunde, oder $R = \frac{1}{60}$ Minute, so geben die zwey Gleichungen der S. 249, wenn $dn = \frac{1}{55}$ ist, $d\varphi = 1.45779\ (m+1)^{\frac{2}{3}}$ Minuten und

$$p = 42.8794 \text{ x } \sqrt[3]{m + 1}.$$

Die durch diese zwey Gleichungen construirten Fernröhre haben nämlich alle den Werth von R sehr klein, wodurch eine der wesentlichsten Bedingungen eines jeden guten Fernrohres erfüllt wird, da im Gegentheile, wie wir oben gesehen haben, der Werth von $d\varphi$ ohne merklichen Fehler selbst bis auf den

vierten Theil eines Grades steigen kann. — Diesem gemäſs wird man daher so verfahren.

Mit den gegebenen Gröſsen m, x und φ findet man die Werthe von p, p′, x′ u. f. durch die Gleichungen

$$p = 42.8794\, x \sqrt[3]{m + 1}$$

$$p' = \frac{p}{m} \qquad x' = \frac{x}{m}$$

$$\Delta = p + p' \qquad \omega' = \frac{(m + 1)\,\varphi}{3438}$$

$$z' = p'\,\omega'$$

und endlich für die Helligkeit des Fernrohrs

$$H = \frac{400\, x^2}{m^2},$$

wobey aber bemerkt werden muſs, daſs erstens die Gröſse $d\,\varphi = 1.45779\,(m + 1)^{\frac{2}{3}}$ nicht über 15 Min. gehen darf, daſs zweytens x′ nicht gröſser als $w = \frac{1}{20}$; daſs drittens ω' nicht gröſser als $\frac{1}{4}$, und daſs endlich x′ kleiner als z′ seyn soll. Je gröſser ω', desto gröſser wird das Gesichtsfeld, und je gröſser $x' = \frac{x}{m}$, desto gröſser wird die Helligkeit.

Ex. Sey $m = -11$, $x = 0.55$ und $\varphi = 20$ Min. gegeben, so ist $d\,\varphi = 6.77$ Min. und

$$p = 50.809 \qquad p' = -4.619$$
$$x' = 0.05 \qquad \Delta = 46.190$$
$$\omega' = 0.058 \qquad z' = 0.2679$$
$$\text{und } H = 1,$$

oder die Helle die gröſstmögliche, und doch $d\varphi$ sehr klein und R beynahe gleich Null.

§. 10.

Bisher haben wir das Objectiv bloſs als eine einzige Linse betrachtet. Nehmen wir aber dafür eine nach S. 76 u. f. construirte Doppellinse, bey welcher die Abweichungen der Farbe sowohl, als auch die wegen der Kugelgestalt weggebracht sind,

so fällt dadurch auch bey weitem der gröfste Theil der Rücksichten weg, welche wir (von S. 254 bis 251) nehmen mufsten, um dem durch das Fernrohr erzeugten Bilde die nöthige Deutlichkeit zu geben, und wir haben eigentlich blofs noch die Abweichungen dieser Art zu betrachten, welche von dem Oculare erzeugt werden. Diese letztern sind aber nach S. 244 so klein, besonders wenn die Vergröfserung bedeutend ist, dafs man sie ohne merklichen Nachtheil in den meisten Fällen ganz vernachlässigen darf, ja in dem gegenwärtigen Falle, wo das Ocular nur einfach ist, selbst vernachlässigen mufs, wenn man nicht, was nicht räthlich ist, obschon es einige zu thun versucht haben, bey der Construction des Doppelobjectivs selbst auf diese Abweichung des Oculares Rücksicht nehmen wollte.

Denkt man sich also ein einfaches, imaginäres Objectiv, welches die Strahlen ganz eben so bricht, als das in der ersten Abtheilung erhaltene Doppelobjectiv, so wird man annehmen können, dafs beyde Objective, das wahre doppelte, und das imaginäre einfache, denselben Oeffnungshalbmesser x, dieselbe Gröfse des Bildes und auch dieselben Winkel v' (S. 27) oder γ' (Fig. 5) geben, unter welchem die von den äufsersten Puncten des Gegenstandes kommenden Strahlen nach allen Brechungen durch das Objectiv die Axe desselben schneiden.

Ist P die Brennweite dieser imaginären Linse, so hat man z B. für das S. 85 gefundene Doppelobjectiv den Oeffnungshalbmesser x desselben, der also zugleich der Oeffnungshalbmesser des einfachen Objectivs ist, durch die Gleichung

$$x = 0.0442\ P.$$

Ist aber x' der Halbmesser des letzten Strahlencylinders und m die Vergröfserung des Fernrohres, so ist auch (S. 177) $x = m x'$, oder wenn man, wie gewöhnlich, $x' = \frac{1}{50}$ Zoll setzt,

$$x = \frac{m}{50},$$

also auch, wenn man diese beyden Werthe von x einander gleich setzt, für die Brennweite des einfachen imaginären Objectivs den Ausdruck $P = 0.452\ m.$

Wählt man aber das Doppelobjectiv der S. 112, so ist

$$x = 0{,}03715\ P \text{ und } x = \frac{m}{50}, \text{ also auch}$$

$$P = 0.538\ m,$$

und eben so gibt das Doppelobjectiv der S. 130 $x = 0.04986\ P$ und $x = \frac{m}{50}$, oder

$$P = 0.4011\ m \text{ u. f.}$$

Man kann daher, da man hier ohnehin an keine unveränderliche Bestimmung gebunden ist, und da auch die Zahl 50 in dem Ausdrucke

$$x = \frac{m}{50}$$

innerhalb gewisser Gränzen als veränderlich angenommen werden muſs, im Allgemeinen

$$P = q\ m \text{ Zolle}$$

annehmen, wo q nahe ½ seyn wird.

§. 11.

Man hat also für ein Fernrohr unserer Klasse mit einem Doppelobjective, dessen Brennweite p ist, folgende Gleichungen

$$p = -\ q\ m \text{ und da } \frac{p}{p'} = m \text{ ist}$$

$$p' = -\ q$$

wo statt q die Gröſse 0.5, 0.4 oder 0.6 . . . gesetzt werden kann. Ferner ist, (wie zuvor)

$$z' = -\ q\ \alpha' \qquad x = m\ x'$$

$$\varphi = \frac{3438\ \alpha'}{m + 1} \qquad \triangle = p - q, \text{ und}$$

$$H = 400\ x'^2.$$

Die zwey Ausdrücke für $d\varphi$ und R (S. 249) können hier aus dem oben (S. 253) angeführten Grunde übergangen werden, da durch das Doppelobjectiv schon bei weitem der gröſste Theil

der beyden Abweichungen des Fernrohres gehoben ist, und da die ähnlichen, von dem Oculare erzeugten Abweichungen hier, wo das Ocular einfach ist, nicht entfernt werden können, und auch kaum entfernt zu werden brauchen, weil der Halbmesser des das Ocular treffenden Lichtcylinders sehr klein, z. B. nur $\frac{1}{20}$ Zoll ist.

I. Sind also von den Gröſsen p, m, z... eine hinlängliche Anzahl gegeben, so wird man durch die vorhergehenden Gleichungen die übrigen Gröſsen finden, und so das verlangte individuelle Fernrohr in allen seinen Theilen bestimen.

Ex I. Sey $m = -9$, $z' = \frac{1}{20}$ und $x' = \frac{1}{50}$ gegeben, so hat man, wenn man $q = \frac{1}{2}$ setzt, $p = \frac{9}{2}$, $p' = -\frac{1}{2}$, $\omega' = -2z' = -\frac{1}{10}$, $x = 0.18$, $\varphi = 42^m.97$, $\Delta = 4$ und $H = 0.16$.

Ex II. Sey $m = -20$ und z', x', q wie zuvor, so ist $p = 10$, $p' = -\frac{1}{2}$, $\omega' = -\frac{1}{10}$, $x = \frac{2}{5}$, $\varphi = 18$ Min., $\Delta = 9.5$ und $H = 0.16$.

§. 12.

Diese Beyspiele zeigen die Vortheile deutlich, welche die Fernröhre mit doppeltem Objective vor jenen mit einfachen auszeichnen.

Erstlich sind nämlich bey jenen die beyden Abweichungen wegen der Kugelgestalt und wegen der Farben sehr gering, da bey weitem der gröſste Theil derselben durch das Doppelobjectiv aufgehoben wird. Zweytens ist die Länge des Fernrohres, bey derselben Vergröſserung, für das Doppelobjectiv immer viel kleiner, als für das einfache, da eben die Rücksicht auf die beyden Abweichungen des einfachen Objectivs uns nöthigte, die Länge des Fernrohres so bedeutend zu vergröſsern, um dadurch jene Abweichungen für stärkere Vergröſserungen nicht ganz unerträglich zu machen. Bezeichnet man die Gröſse Δ, m... für das Doppelobjectiv durch (Δ), (m)..., so hat man, wenn man das zweyte Beyspiel des §. 11 mit dem zweyten Beyspiele des §. 4 vergleicht, wo in beyden $m = (m) = 20$ ist,

für das Doppelobjectiv $(\Delta) = 9.5$
und für das einfache $\Delta = 34.2$,

also die Länge des zweyten Fernrohres über $3\frac{1}{2}$ mal grösser, und dieser Unterschied wird noch viel bedeutender für stärkere Vergrösserungen, wie wir weiter unten sehen werden.

Endlich kann man auch, bey derselben Vergrösserung für das doppelte Objectiv ein viel grösseres Gesichtsfeld nehmen, als bey den einfachen. So geben die zwey erwähnten Beyspiele

$$\text{für das doppelte Objectiv } (\varphi) = 18 \text{ Min}$$
$$\text{einfache} \quad \text{»} \quad \varphi = 5$$

oder was dasselbe ist: Bey gleichem Gesichtsfelde kann man für das doppelte Objectiv eine viel stärkere Vergrösserung anbringen, weil eben diese stärkere Vergrösserung es ist, die bey dem einfachen Objectiv die zwey Abweichungen R und $d\varphi$ so gross, und der Brauchbarkeit des Fernrohres so hinderlich macht.

Es würde übrigens nicht schwer, aber wohl weitläufig seyn, die sämmtlichen Linsen des Fernrohrs z. B. nach der zweyten Methode S. 161 so zu bestimmen, dass die aus der letzten Linse kommenden Strahlen von den beyden Abweichungen der Kugelgestalt und der Farbenzerstreuung befreyt sind. Doch ist eine so strenge Behandlung der Oculare, die bey einer grössern Anzahl derselben auf sehr umständliche Rechnungen führen würde, glücklicherweise nicht nothwendig. Denn erstens sind die von den Ocularen erzeugten Abweichungen, wie wir oben gesehen haben, nur sehr gering, und unserem Auge, das selbst nicht ganz achromatisch gebaut ist, grösstentheils unmerklich. Zweytens kann man, wenn zwey oder mehr Oculare gebraucht werden, durch die Gestalt und Entfernung derselben von einander selbst wieder einen grossen Theil der von ihnen erzeugten Abweichungen aufheben, wie wir bald sehen werden. Drittens endlich muss doch bey jedem Fernröhre die Ocularröhre oder doch die letzte Ocularlinse beweglich seyn, damit der Kurzsichtige sie dem Objective nähere, und der Weitsichtige davon entfernen könne, um die Gegenstände deutlich zu sehen. Ein Beyspiel einer vollständigen und gleichmässigen Berücksichtigung aller Linsen gab Oriani (Memoire della Soc. italiana. Vol. III).

Zweyte Klasse.

Astronomische Fernröhre.

§. 13.

Diese zweyte Klasse der Fernröhre mit zwey Linsen hat nebst dem convexen Objectiv (welches auch doppelt oder mehrfach seyn kann), auch ein convexes Ocular, daher für sie m und p' positiv, und das einzige wahre Bild des Fernrohrs aufrecht ist (S. 171). Die Distanz der beyden Linsen ist $\triangle = \alpha + a'$ oder da $\alpha = p$ und $a' = p'$, so ist $\triangle = p + p'$, oder beyde Linsen sind um die Summe ihrer (positiven) Brennweiten von einander entfernt.

Die Vergröſserung ist

$$m = \frac{p}{p'}$$

und der Halbmesser des Gesichtsfeldes

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1}.$$

Je gröſser also die Oeffnung $z' = p' \omega'$ des Oculars bey derselben Brennweite p', und je geringer die Vergröſserung m, desto gröſser ist das Gesichtsfeld. Ist, wie man gewöhnlich annimmt,

$$p' \omega' = \frac{p'}{4},$$

oder $\omega' = \frac{1}{4}$, so ist

$$\varphi = \frac{859}{m + 1}$$

Minuten. — Die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist

$$k = \frac{p' \omega'}{m \varphi}$$

(S. 196) oder, wenn man die vorhergehenden Werthe von φ und ω' substituirt,

$$k = \frac{m + 1}{m} \cdot p'.$$

Da sonach k eine positive Gröſse ist, so wird das Auge in dieser Entfernung von dem Oculare das Gesichtsfeld φ ganz übersehen können (vergl. S. 243).

I. Die Farbenzerstreuung in der Axe ist, wenn man die beyden Gläser gleichartig annimmt,

$$d\varphi = -\left(1 + \frac{a'^2}{\alpha^2}\frac{p}{p'}\right)\frac{\alpha\, x\, d\, n}{a' p}$$

$$\text{oder } d\varphi = -(m+1)\frac{x\, d\, n}{p}$$

und wenn $dn = \frac{1}{55}$ und $x = \frac{m}{50}$ Zolle ist,

$$d\varphi = -\frac{m\,(m+1)}{2750\, p},$$

wo p in Zollen ausgedrückt wird. Sollen daher in verschiedenen Fernröhren dieser Klasse die Farbenzerstreuungen gleich groſs seyn, so muſs sich die Brennweite p des Objectivs wie m (m + 1), oder bey starken Vergröſserungen sehr nahe wie m^2 verhalten. Dieſs ist die Ursache, warum man auch hier (wie S. 246) bey starken Vergröſserungen nur sehr lange Fernröhre anwenden kann, wenn nämlich das Objectiv nur einfach ist.

§. 14.

Die vorhergehende Gleichung gibt, wenn m eine gegen die Einheit beträchtliche Zahl ist,

$$d\varphi = -\frac{m^2}{2750\, p} \text{ oder } d\varphi = -\frac{m}{2750\, p'}.$$

Soll also die Farbenzerstreuung bey verschiedenen Fernröhren gleich groſs seyn, so ist

$$p' = A\, m \text{ oder } p = A\, m^2$$

und endlich auch (da $x = \frac{m}{50}$ ist) x = B m, wo A und B constante Gröſsen sind. Diese drey Ausdrücke zeigen wie p', p und x von der Gröſse m abhängen, und sie dienen daher für jede

gegebene Vergröfserung m die Einrichtung eines Fernrohrs anzugeben, wenn A und B bekannt ist. Diese Ausdrücke geben nämlich ein sehr einfaches Mittel, astronomische Fernröhre ohne viele Rechnungen zu construiren, indem man dabey die Abmessungen irgend eines bereits als gut erkannten zu Grunde legt.

I. Um die erwähnten drey Gleichungen vortheilhaft anzuwenden, müssen die Gröfsen A und B so bestimmt werden, dafs die Farbenzerstreuung nicht zu grofs werde.

Huyghens schlug zu einem Objective von 360 Zoll Brennweite ein Ocular von 3.3 Zoll Br. vor, und gab dem Objectiv die halbe Oeffnung von $\frac{3}{2}$ Zoll.

Es ist daher $p = 360$, $p' = 3.3$, und $x = \frac{3}{2}$, also auch

$$\frac{p'}{x} = 2.2,$$

und $m = 109$, und

$$d\varphi = \frac{1}{120} = 28.6 \text{ Min.}$$

Tobias Mayer aber nahm aus seinen Versuchen an $p = 360$, $p' = 5.77$ und $x = 1.30$, woraus folgt

$$\frac{p'}{x} = 4.44 \text{ und}$$

$$m \doteq 62.39 \text{ und}$$

$$d\varphi = -\frac{m(m+1)}{2750\, p} = 13.7 \text{ Min.}$$

Da in dem letzten Beyspiele die Farbenzerstreuung viel geringer ist, so hat man, wenn man die letzten Dimensionen des Fernrohrs zu Grunde legt, mit Hülfe jener drey Gleichungen

$$A = \frac{5.77}{62.39}, \text{ oder } A = \frac{360}{(62.39)^2}, \text{ und } B = \frac{1.30}{62.39},$$

oder $A = 0.0925$ und $B = 0.0208$, und daher für jedes Fernrohr dieser Art

$$\left.\begin{aligned} x &= 0.0208\, m \\ p' &= 0.0925\, m \\ p &= 0.0925\, m^2 \end{aligned}\right\}$$

Ex. Ist $m = 30$, so hat man für die Dimensionen dieses Fernrohres $p = 83.25$ Zolle, $p = 2.77$ und $x = 0.62$, also

$$\triangle = p + p' = 86.02,$$

und dann ist das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{3438\, \alpha'}{m + 1}.$$

Nimmt man also den Oeffnungshalbmesser des Oculares

$$z' = p' \alpha' = \frac{1}{20}, \text{ so ist}$$

$$\alpha' = \frac{1}{20\ p'} = \frac{1}{55.4}$$

und daher $\varphi = 2$ Minuten.

Da dieses aber viel zu klein ist, so muſs α' vergröſsert werden. Ist z. B. $\alpha' = \frac{1}{4}$, so ist die halbe Oeffnung des Oculares

$$p' \alpha' = \frac{2.77}{4} = 0.692,$$

und $\varphi = 27.7$ Min.

I. **Huyghens** schlug aus seinen Erfahrungen folgende Verbindungen von p, p' und 2 x vor, alle diese Gröſsen in Zollen ausgedrückt.

p	p'	x	m
12	0.61	0.27	20
24	0.85	0.38	28
36	1.05	0.47	34
48	1.20	0.54	40
60	1.35	0.61	44
72	1.47	0.67	49
84	1.60	0.72	53
96	1.71	0.77	56
108	1.80	0.82	60
120	1.90	0.86	63
156	2.17	0.98	72
180	2.32	1.06	77
240	2.70	1.22	89
300	3.01	1.37	100
360	3.30	1.50	109
420	3.56	1.62	118
480	3.81	1.73	126
540	4.04	1.83	133
600	4.26	1.93	141
660	4.47	2.03	148
720	4.66	2.12	154
840	5.04	2.29	166
960	5.39	2.45	178
1080	5.72	2.60	189
1200	6.03	2.74	199

II. Tob. Mayer aber gab aus seinen Versuchen folgende Tafel:

p	p′	x	m
12	1.09	0.23	11.0
24	1.52	0.33	15.7
36	1.84	0.41	19.5
48	2.13	0.47	22.5
60	2.38	0.52	25.2
72	2.60	0.57	27.7
84	2.81	0.62	29.9
96	3.00	0.66	32.0
108	3.18	0.70	34.0
120	3.35	0.78	35.8
144	3.65	0.83	39.3
168	3.95	0.88	42.5
192	4.22	0.94	45.5
216	4.47	1.00	48.3
240	4.71	1.06	50.9
300	5.24	1.18	57.1
360	5.77	1.30	62.4
420	6.23	1.40	67.3
480	6.65	1.50	72.2
540	7.04	1.59	76.5
600	7.42	1.68	80.6
720	8.14	1.84	88.4
840	8.78	1.99	95.4
960	9.39	2.13	102.1
1080	9.96	2.26	108.4
1200	10.49	2.38	114.4

§. 15.

Aber dieses Verfahren, nach einem einzigen in der Ausübung als gut erkannten Fernrohr, alle andern zu behandeln, ist doch wohl etwas zu mechanisch und selbst nicht genügend, wenn die Werthe von x und m zu sehr von dem zu Grunde gelegten verschieden sind. Auch muſs man die Ursache der Güte jedes Fernrohres kennen, und den Erfolg einer dabey vorzunehmenden Aenderung zu beurtheilen wissen, und endlich auch auf die Kugelabweichung, die bisher ganz vernachlässigt wurde, gehörig Rücksicht nehmen.

Man hat aber nach S. 198 für die Farbenzerstreuung

$$d\varphi = (m\,dn + dn') \frac{m\,x'}{p}$$

und für den Halbmesser der Kugelabweichung

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,p^4} [\mu \lambda p + \mu' \lambda' p'].$$

Nimmt man beyde Gläser gleichartig und gleichseitig, und $n = n' = 1.55$, so wie $dn = dn' = \frac{1}{55}$, so erhält man

$$d\varphi = \frac{3438}{55} \cdot \frac{m\,(m + 1)\,x'}{p} \text{ und}$$

$$R = 1314 \frac{m^3\,(m + 1)\,x'^3}{p^3}$$

und überdieſs noch die bekannten Gleichungen

$$m = \frac{p}{p'},\ \varphi = \frac{3438\,\omega'}{m + 1},\ z' = p'\,\omega',\ x = x'\,m$$

$$k = \frac{(m + 1)\,p'}{m} = (p + p') \frac{p'}{p} \text{ und } \triangle = p + p'$$

Diese Ausdrücke von $d\varphi$ und R zeigen, daſs auch hier (wie S. 246) für starke Vergröſserungen p sehr groſs, also auch die Länge $\triangle$ des Fernrohrs groſs und daher zum Gebrauche unbequem seyn muſs, wenn die beyden Abweichungen $d\varphi$ und R

nicht schädlich werden sollen, da $d\varphi$ wie das Quadrat, und R sogar wie das Biquadrat von m wächst.

I. Eliminirt man aber aus den beyden ersten dieser Gleichungen die Gröſse p, so erhält man, wenn man R gleich einer Secunde, also R = $\frac{1}{60}$ Min. setzt.

$$d\varphi = 1.45779\,(m+1)^{\frac{2}{3}} \text{ Min.},$$

und mit diesem Werthe von R oder $d\varphi$ gibt jede jener zwey Gleichungen

$$p = 42.8794\, m\, x' \sqrt[3]{m+1}.$$

Nimmt man daher die Gröſsen m, x' und φ als gegeben an, so erhält man die Gröſsen p, p', x aus folgenden Gleichungen

$$p = 42.8794\, m\, x' \sqrt[3]{m+1},$$

$$p' = \frac{p}{m},\; x = m'\, x'$$

$$\Delta = p + p',\; \omega' = \frac{(m+1)\,\varphi}{3438}$$

$$z' = p'\,\omega' \text{ und } H = 400\, x'^2$$

und alle die so construirten Fernröhre haben R gleich einer Secunde, oder für sie kann die Kugelabweichung als verschwindend betrachtet werden. Dabey muſs aber bemerkt werden, daſs die Gröſse $d\varphi$ nicht über 15 Minuten seyn darf, und eher noch beträchtlich kleiner angenommen werden soll. Ferner darf x' nicht gröſser als w = $\frac{1}{20}$ und ω nicht gröſser als $\frac{1}{2}$ seyn, auch muſs immer $z' > x'$ seyn. Je gröſser ω', desto gröſser ist das Gesichtsfeld, und je gröſser x', desto gröſser wird die Helligkeit.

Ex. I. Sey m = 7, x' = 0 03 Zolle und φ = 20 Min. gegeben, so ist $d\varphi$ = 5.82 Min., also sehr klein, und man hat

$$x = m'\, x' = 0.21$$
$$p = 18.009,\; p' = 2.572$$
$$\Delta = 20.581,\; \omega' = 0.0465$$
$$z' = 0.1196,\; H = 0.36.$$

Ex. II. Sey $m = 26$, $x' = 0.02$ und $\varphi = 25$ Min., so ist $d\varphi = 13.12$ Min. und

$$x = m x' = 0.52$$
$$p = 66.892,\ p' = 2.573$$
$$\triangle = 69.465,\ \omega' = 0.196$$
$$z' = 0.504,\ H = 0.16.$$

II. Ist aber wie gewöhnlich m, x und φ gegeben, so sind die zu entwickelnden Gleichungen

$$d\varphi = 1.45779\ (m+1)^{\frac{2}{3}}$$
$$p = 42.8794\ x\ \sqrt[3]{m+1}$$
$$p' = \frac{p}{m}\ x' = \frac{x}{m}$$
$$\triangle = p + p' = 42.8794\ \frac{x}{m}\ (m+1)^{\frac{4}{3}}$$
$$\omega' = \frac{(m+1)\ \varphi}{3438},\ z' = p'\ \omega' \text{ und } H = 400\ \frac{x^2}{m^2}$$

Ex. 1. Ist $m = 7$, $x = 0.21$, und $\varphi = 20$ Min. so ist

$$d\varphi = 3.67 \text{ Min.},\ p = 18.009$$
$$p' = 2.572,\ x' = 0.03,\ \triangle = 20.581$$
$$\omega' = 0.0465,\ z' = 0.1196 \text{ und } H = 0.36$$

wie in dem vorhergehenden ersten Beyspiele.

Man sieht, dafs man mit Einem Ocular auch nur eine der beyden Abweichungen wegbringen, oder doch sehr klein machen kann. Uebrigens hat man hier vorgezogen, besonders den Werth von R zu vermindern, weil eine Kugelabweichung von wenigen Secunden, der Erfahrung zu Folge, schon schädlicher ist, als eine Farbenzerstreuung in der Axe selbst von mehreren Minuten. Ein Vortheil dieser Construction besteht endlich noch darin, dafs immer dφ mit R zugleich abnimmt.

§. 16.

Nimmt man aber das Objectiv doppelt an, so wird dadurch bey weitem der gröfste Theil der beyden Abweichungen des Fernrohrs aufgehoben, und man hat wie S. 254 $p = q\,m$ und

$p' = q$ wo q nahe $\frac{1}{2}$ ist. Die Distanz der beyden Linsen, oder die Länge des Fernrohrs ist $\triangle = p + p' = (m+1)\,q$ und das halbe Gesichtsfeld $\varphi = \frac{3438\,\omega'}{m+1}$ Minuten, und überdiefs

$$x' = \frac{x}{m},\ z' = p'\,\omega' \text{ und } H = \frac{400\,x^2}{m^2}, \text{ so wie}$$

$$k = \frac{p'\,\omega'}{m\,\varphi} = \frac{(m+1)\,p}{m.}$$

Ex. Ist $m = 30$, $x = 0.6$ und $z' = \frac{1}{20}$, so ist, wenn $q = \frac{1}{2}$ ist, $p = 15$ Zolle und $p' = \frac{1}{2}$, $\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{10}$, $\triangle = 15.5$, $\varphi = 11.09$ Min., $x' = \frac{x}{m} = 0.02$ und $H = 0.16$.

Die Länge des Fernrohrs ist also hier nur 15.5 Zolle, während sie für dasselbe m, aber für ein einfaches Objectiv in dem Beyspiele der S. 260 volle 86 Zolle betrug, also nahe sechsmal gröfser war, so wie auch das Gesichtsfeld für dasselbe z′ hier über fünfmal gröfser wurde, als bey dem einfachen Objective. Für $m = 100$ ist $p = 50$, während für ein einfaches Objectiv, nach Mayer's Tafel S. 262 $p = 925$ Zoll seyn müfste.

§. 17.

Um alles Vorhergehende im Allgemeinen durch eine Zeichnung sinnlich darzustellen, sey (Fig. 12) E e der Gegenstand, A das Objectiv, A′ das Ocular, und E A O die gemeinschaftliche Axe, so wie F der gemeinschaftliche Brennpunct beyder Linsen.

Der mittlere, in der Axe liegende Punct E des hier als unendlich entfernt angenommenen Gegenstandes wirft eine Anzahl mit der Axe paralleler Strahlen auf das Objectiv, welche dasselbe gleichsam ganz bedecken, und welche sich, nach der Brechung durch das Objectiv alle in dem Puncte F vereinigen, und da das Bild von E entwerfen. Von F fahren sie auseinander und fallen divergirend auf das Ocular A′ B′, aus welchem sie also nach ihrer zweyten Brechung unter sich parallel heraustreten,

da F der Brennpunct des Oculars ist. Da der Hauptstrahl E A A′ O durch die Mitte beyder Gläser ungebrochen durchgeht, so ist also A′ O die Richtung aller von E kommenden Strahlen.

Der äufserste Punct e des senkrecht auf der Axe stehenden Gegenstandes schickt ebenfalls eine Anzahl unter sich, und (da E e gegen E A sehr klein ist) mit der Axe E A paralleler Strahlen auf das Objectiv, die so wie jene, das Objectiv gleichsam bedecken, und nach ihrer Brechung durch diese erste Linse sich in irgend einem Puncte f, dem Bilde von e vereinigen.

Da aber der Lichtstrahl e A ungebrochen durch die Mitte des Objectivs geht, so findet man den Punct f, wenn man in dem Brennpuncte F ein Loth F f, auf die Axe errichtet, wo dann der Durchschnitt dieses Lothes mit dem Hauptstrahl e A B′ den gesuchten Punct f gibt.

Von diesem Vereinigungspuncte f aller von e kommenden Strahlen fallen dann diese Strahlen wieder divergirend auf das Ocular A′ B′, und treten aus demselben nach ihrer zweyten Brechung ebenfalls unter sich parallel heraus. Um aber auch hier die gemeinschaftliche Richtung aller dieser Parallelen zu erfahren, ziehe man den Strahl f A′, der als Hauptstrahl des Punctes f ungebrochen durch die Mitte des Oculars geht, und dem daher alle übrigen von f kommenden Strahlen nach ihrer Brechung durch das Ocular parallel seyn müssen. Zieht man daher durch den äufsersten Punct B′ dieser Strahlen, die Grade B′ O parallel mit f A′, so ist O der Ort des Auges, in welchem es alle von E e kommenden Strahlen übersehen kann, so wie zugleich A′ O B′ = F A′ f der Winkel ist, unter welchem der Gegenstand E e, oder eigentlich das Bild F f desselben von dem Auge in O gesehen wird. Das freye Auge aber in O, oder was wegen der grofsen Entfernung des Objectes gleich bedeutend ist, in A sicht den Gegenstand E e unter dem Winkel E A e = F A f, also ist die Vergröfserung des Fernrohres

$$m = \frac{F A' f}{F A f} = \frac{A F}{A' F} = \frac{p}{p'}$$

wie zuvor. —

Dieselbe Erklärung läfst sich auch mit einer einfachen Abänderung auf das holländische Fernrohr anwenden, wie die Zeichnung (13) zeigt.

I. Ist aber die Entfernung E A des Gegenstandes, wie bey vielen terrestrischen Objecten, nicht als unendlich grofs anzusehen, so ist (§. 19) die Bildweite α des Objectivs etwas gröfser als die Brennweite A F oder das von dem Objectiv erzeugte Bild fällt zwischen F und A′ (Fig. 12). Da aber das Ocular um die Brennweite desselben von dem Bilde entfernt seyn mufs, um parallel ausfahrende Strahlen zu erhalten, so mufs man für nähere terrestrische Gegenstände das Ocular von dem Objectiv etwas entfernen, oder es mittelst der kleinen Röhre, durch welche es in der gröfseren Röhre des Objectivs befestigt ist, herausziehen, um den Gegenstand deutlich zu sehen.

II. Welches aber auch die Entfernung des Gegenstandes seyn mag, so wird der Kurzsichtige, der nicht sowohl durch parallele als vielmehr durch etwas divergirende Strahlen gut sieht, das Ocular dem Objective etwas nähern müssen, um dadurch die Gegenstände am besten zu sehen.

III. Endlich mufs hier noch bemerkt werden, dafs man auch Fernröhre der bisher betrachteten Art mit einem Doppelocular, nach der Weise der S. 76 u. f. gegebenen zusammengesetzten Objective versucht hat, um dadurch die beyden durch das Ocular erzeugten Abweichungen aufzuheben. Da aber bey Linsen von so kurzer Brennweite, die die Oculare immer haben müssen, die Krümmungen der Flächen viel zu grofs werden, so vertragen sie nur eine sehr geringe Oeffnung, geben also auch nur ein sehr kleines Gesichtsfeld, und werden daher den in den folgenden Kapiteln betrachteten Fernröhren mit mehreren aber von einander entfernten Ocularen mit Recht nachgesetzt.

FÜNFTES KAPITEL.

Fernröhre mit drey Linsen.

§. 1.

Für diese Gattung von Fernröhren ist überhaupt $a = \alpha'' = \infty$ und daher $\alpha = p$ und $\alpha'' = p''$. Ferner geben die Gleichungen VI. X. und XI. der S. 194

$$p' \omega' = (p + a') \varphi$$

$$\omega'' - \omega' = \left(\frac{\alpha' p}{a' p''} - 1\right) \varphi$$

$$m = \frac{\alpha' p}{a' p''}$$

Die Vernichtung des farbigen Randes gibt, wenn die Linsen gleichartig angenommen werden

$$o = \omega' + \omega'' \frac{a''}{\alpha'} \text{ oder } \frac{\omega''}{\omega'} = -\frac{\alpha'}{p''}$$

Nimmt man den Oeffnungshalbmesser z'' der dritten Linse gleich dem Halbmesser w der Pupille, so ist $z'' = p'' \omega'' = w$, und daher auch die letzte Bedingungsgleichung

$$\omega' = -\frac{w}{\alpha'}$$

Die Gröſse a' und α' ist noch selbst in Beziehung auf ihre Zeichen unbestimmt. Nimmt man also zuerst $a' = \frac{p}{\theta}$ da θ eine willkührliche Gröſse bezeichnet, so sind die fünf vorhergehenden Gleichungen

$$p'\omega' = \frac{p\varphi(1+\theta)}{\theta}$$

$$\omega'' - \omega' = (m-1)\varphi$$

$$m = \frac{\alpha' p}{a' p''}$$

$$\frac{\omega''}{\omega'} = -\frac{\alpha'}{p''} \text{ und } \omega' = -\frac{w}{\alpha'}$$

Eliminirt man aus den ersten zweyten und vierten, die zwey Gröſsen ω' und ω'', so hat man

$$p' = -\frac{(1+\theta)(m+\theta)p}{(m-1)\theta^2}$$

und substituirt man diesen Werth von p' in der bekannten Gleichung

$$\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{a'},$$

so ist

$$\alpha' = \frac{(1+\theta)(m+\theta)p}{\theta^3 - m\theta(1+2\theta)},$$

und überdieſs

$$p'' = \frac{\theta\alpha'}{m}, \quad \omega_{,} = -\frac{w}{\alpha'} \text{ und } \varphi = -\frac{\theta p' w}{(1+\theta)p\alpha'}$$

I. Um den Werth der willkührlichen Gröſse θ zu bestimmen, könnte man noch die Bedingungsgleichung der Vernichtung der Farben in der Axe zu Hülfe nehmen. Diese gibt (S. 198 XIII.)

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{\alpha^2 p'}\right)\frac{\alpha\alpha' x\,dn}{a'a''} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{\theta^2 p'}\right)\frac{\theta\alpha' x\,dn}{p''}$$

Nimmt man aber die beyden ersten Linsen convex oder p und p' positiv an, so kann die Gröſse $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{\theta^2 p'}\right)$ also auch $d\varphi$ nie verschwinden.

Wir müssen uns daher begnügen, den Werth von $d\varphi$, den wir nicht vernichten können, wenigstens so klein als möglich

zu machen, soll also der vorzüglichste Theil von $d\varphi$, oder soll die Gröſse $\frac{1}{\theta^2 p'}$ ein Minimum, d. h. $\theta^2 p'$ ein Maximum seyn, so hat man, wenn man das Differenzial von

$$\theta^2 p' = -\frac{(1+\theta)(m+\theta)p}{m-1}$$

in Beziehung auf θ gleich Null setzt,

$$\theta = -\frac{1}{2}(m+1)$$

wodurch der Werth der Gröſse θ bestimmt wird. Ist m positiv, so ist θ negativ, und daher auch $a' = \frac{p}{\theta}$ eine negative Gröſse, oder zwischen die beyden ersten Linsen fällt kein wahres Bild.

II. Substituirt man diesen Werth von θ in den vorhergehenden Gleichungen, so erhält man

$$a' = -\frac{2p}{m+1}$$

$$p' = \frac{m-1}{(m+1)^2}\cdot p$$

$$\alpha' = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)(m+1)}$$

$$p'' = -\frac{(m-1)p}{m(3m+1)} \text{ und } \varphi = \frac{w}{2mp.}$$

und da sonach auch p'' negativ oder die letzte Linse concav ist, so fällt auch kein wahres Bild zwischen die zwey letzten Linsen.

Ferner hat man

$$\omega' = -\frac{w}{\alpha'} = -\frac{z''}{a'} \text{ und } \omega'' = \frac{z''}{p''}$$

und die Oeffnungshalbmesser wegen der Helligkeit für die zweyte Linse $x' = \frac{\alpha' x}{p}$ und für die dritte $x'' = \frac{a' p'' x}{\alpha' p}$.

Noch hat man für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = \alpha + a' = \frac{(m-1)p}{m+1} \text{ und } \Delta'' = \alpha' + a'' = \frac{(m-1)^2 p}{m(m+1)(3m+1)}$$

Diese Ausdrücke geben also die Gröſsen a' p' α' durch die bekannten p m z'' und x.

III. Noch wurde auf die Kugelabweichung keine Rücksicht genommen. Sind alle drey Linsen gleichartig, so ist für die Vernichtung der Kugelabweichung (S. 198 XV.)

$$o = \lambda + \frac{a'^4 \lambda'}{p p'^3} + \frac{a'^3 \nu}{\alpha' p p'} + \frac{a'^4 p'' \lambda''}{\alpha'^4 p}$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die oben gefundenen Werthe von a' p' α' und p'' für groſse Werthe von m, also

$$a' = -\frac{2p}{m}, \quad p' = \frac{p}{m}, \quad \alpha' = \frac{2p}{3m} \text{ und } p'' = -\frac{p}{3m}$$

so erhält man

$$o = \lambda + \frac{16\lambda'}{m} - \frac{12\nu}{m} - \frac{27\lambda''}{m},$$

und diese Gleichung zeigt, daſs auch hier die drey letzten Glieder, welche den beyden Ocularen gehören, eine desto kleinere Kugelabweichung geben, je gröſser m ist, und daſs daher, wenn die Abweichung der ersten Linse, als die bei weitem vorzüglichste, durch ein Doppelobjectiv weggebracht wird, die immer sehr geringe Abweichung der Okulare auch wohl ganz unberücksichtigt bleiben kann.

§. 2.

Nimmt man aber, um diese Rücksicht hier, wo das Objectiv nur einfach vorausgesetzt wird, zu befriedigen die erste und dritte Linse gleichseitig an, so ist für $n = 1.55$ (nach S. 59) $\lambda = \lambda'' = 1.6298$ und $\nu' = 0.2326$.

Die letzte Gleichung enthält also dann bloſs die unbekannte Gröſse λ', die man daher aus ihr bestimmen wird. Kennt man aber λ', so findet man die Krümmungshalbmesser f', g' der zweyten Linse durch die Gleichungen (S. 56)

$$\frac{p'}{f'} = +(\varrho - \sigma)\frac{p'}{a'} \pm \tau \sqrt{\lambda' - 1}$$

$$\frac{p'}{g'} = \varrho - (\varrho - \sigma)\frac{p'}{a'} \mp \tau \sqrt{\lambda' - 1}$$

Die Krümmungshalbmesser der beyden andern Linsen aber, die gleichseitig sind, findet man aus den Gleichungen (S. 57)

$$f = g = \frac{2p}{\varrho + \sigma} \text{ und } f'' = g'' = \frac{2p''}{\varrho + \sigma}$$

Ex. Sey gegeben $m = 9$, $p = \frac{63}{4}$ Zoll, $z'' = \frac{1}{8}$ und $x = 1$, so findet man

$$a' = -\frac{63}{20},\ \alpha' = \frac{63}{70},\ p' = \frac{63}{50}$$

$$p'' = -\frac{1}{2},\ \varphi = \frac{3438\,(7z'')}{4p} = 47.75 \text{ Min.}$$

$$\omega' = \frac{5}{36},\ \omega'' = \frac{1}{4},\ x' = \frac{1}{5} \text{ und } x'' = \frac{1}{9}$$

Die Distanzen der Linsen sind

$$\Delta = \frac{63}{5},\ \Delta' = \frac{2}{5}$$

also die Länge des Rohres $L = \Delta + \Delta' = 13$ und die Oeffnungshalbmesser der beyden Oculare

$$z' = p'\omega' = \frac{7}{40} \text{ und } z'' = p''\omega'' = \frac{1}{8}$$

Zur Vernichtung der Kugelabweichung gibt die oben gefundene Gleichung

$$\lambda + \frac{25}{8}\lambda' - \frac{7}{4}\nu - \frac{343}{7^2}\lambda'' = 0$$

also da $\lambda = \lambda'' = 1.6298$ und $\nu = 0.2326$ ist

$$\lambda' = 2.0934$$

und daher $\tau\sqrt{\lambda' - 1} = 0.9465$ also auch

$$\frac{p'}{f'} = 1.2555 \text{ und } \frac{p'}{g'} = 0.5627 \text{ oder}$$

$$f' = 1.0036 \text{ und } g' = 2.2390$$

Da ferner $\varrho + \sigma = 1.8182$ ist, so erhält man für die Krümmungshalbmesser der ersten Linse

$$f = g = \frac{2p}{\varrho + \sigma} = 17.325$$

und für die der dritten

$$f'' = g'' = \frac{2p''}{\varrho + \sigma} = -0.55.$$

§. 3.

Man sieht, dafs das bisher betrachtete Fernrohr von drey Linsen aus einem holländischen Fernrohre entsteht, wenn man bey dem letzten zwischen das convexe Objectiv und das concave Ocular noch eine convexe Linse, das Collectivglas, stellt.

Um die Vortheile dieser Hinzufügung des Collectivs zu übersehen, wollen wir die erste und dritte Linse allein betrachten. Wir haben so die Brennweite des Objectivs $p = \frac{63}{4}$ und die des concaven Oculars $p' = -\frac{1}{2}$ und wie zuvor $x = 1, z' = \frac{1}{8}$

Damit findet man nach den vorigen Gleichungen

$$m = \frac{p}{p'} = -\frac{63}{2}, \quad \omega' = \frac{z'}{p'} = -\frac{1}{4}$$

$$\varphi = \frac{3438}{m+1}\,\omega' = 28.18 \text{ Min.}$$

Länge des Fernrohrs $L = p + p' = 15.25$

$$x' = \frac{x}{m} = \frac{2}{63}.$$

Also ist zwar die Vergröfserung m viel beträchtlicher aber auch φ viel kleiner, und L wieder etwas gröfser, als mit zwey Ocularen. Ueberdiefs ist hier weder $d\varphi$ noch R berücksichtigt, die doch dort beyde sehr klein sind. Es ist aber für $dn = \frac{1}{55}$ (S. 198).

$$d\varphi = 3438\, m\,(m+1)\,\frac{x' d n}{p} = 125 \text{ Minuten} = 2^\circ\, 5'$$

$$\text{und } R = \frac{1314\, m^2\, x'^3\,(m+1)}{p^3} = 10 \text{ Min.},$$

also $d\varphi$ sowohl als R viel zu grofs, um zugelassen zu werden.

Uebrigens gilt auch von diesen und allen andern Fernröhren, was oben erinnert wurde, dafs nämlich jedes Auge seine eigene Sehweite hat, und daher auch seine eigene Stellung der Oculare erfordert. Der Kurzsichtige wird die Distanz der Linsen etwas verkürzen, und für näher liegende Gegenstände wird jedes Auge eine Verlängerung des Fernrohres erfordern. Eine ähnliche, obgleich viel kleinere Verlängerung des Fernrohres wird nöthig seyn, um rothgefärbte Gegenstände am deutlichsten zu sehen, während für violette eine Verkürzung desselben erfordert wird.

§. 4.

Braucht man bey dem bisher betrachteten holländischen Fernrohre mit zwey Ocularen ein Doppelobjectiv, und nennt p die Brennweite desselben, so bleiben zuerst alle Gleichungen der S. 271 II. ungeändert, da sie blofs aus Betrachtungen, die sich auf die Oculare beziehen, abgeleitet wurden. Die erste Gleichung der N. III. aber wird blofs dahin geändert, dafs man $\lambda = 1$ setzt, weil bey dem Doppelobjectiv die Kugelabweichung schon die kleinste ist.

Wir haben daher folgende Ausdrücke.

$$a' = -\frac{2p}{m+1} \qquad p' = \frac{m-1}{(m+1)^2}\, p$$

$$\alpha' = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)(m+1)} \quad p'' = -\frac{(m-1)p}{m(3m+1)}$$

$$\varphi = \frac{z''}{2\, m\, p''} \qquad \omega' = -\frac{z''}{\alpha'},\ \omega'' = \frac{z''}{p''}$$

$$x' = \frac{a' x}{p},\ x'' = \frac{a' p'' x}{\alpha' p}.$$

Die Distanzen der Linsen aber sind

$$\triangle = \frac{(m-1)\,p}{(m+1)} \text{ und } \triangle' = \frac{(m-1)^2\,p}{m\,(m+1)\,(3m+1)}$$

I. Um die Kugelabweichung, welche von den Ocularen erzeugt wird, zu vernichten, hat man die Bedingungsgleichung

$$o = 1 + \frac{a'^4\,\lambda'}{p\,p'^3} + \frac{a'^3\,\nu}{\alpha' p\,p'} + \frac{a'^4\,p''\,\lambda''}{\alpha'^4\,p}$$

In dieser Gleichung sind alle Gröſsen bis auf λ und λ'' bekannt, da a', α', p, p', p'' durch die vorigen Gleichungen gegeben, und ν bekannt ist, wenn das Brechungsverhältniſs n der Glasart gegeben ist. Nimmt man die beyden Oculare gleichartig und $n = 1.53$, und ist überdieſs die dritte Linse gleichseitig, so ist (S. 57)

$$\lambda'' = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 + 1 = 1.6000 \text{ und } \nu = 0.2194,$$

so daſs also nur noch λ' unbekannt ist, welche Gröſse λ' man daher so bestimmen wird, daſs dadurch der obigen Bedingungsgleichung genug geschieht.

Kennt man aber λ', so findet man (S. 56) die Krümmungshalbmesser f' und g' der zweyten Linse durch

$$\frac{p'}{f'} = \sigma' + (\varrho' - \sigma')\,\frac{p'}{a'} + \tau'\,\sqrt{\lambda' - 1}$$

$$\frac{p'}{g'} = \varrho' - (\varrho' - \sigma')\,\frac{p'}{a'} - \tau'\,\sqrt{\lambda' - 1}$$

Ex. Ist wie zuvor $m = 9$, $p = \frac{63}{4}$, $z' = \frac{1}{8}$ und $x = 1$, so hat man

$$a' = -\frac{63}{20},\ \alpha' = \frac{63}{70},\ p' = \frac{63}{50},\ p'' = -\frac{1}{2}$$

$$\varphi = 47.75 \text{ Min.},\ \omega' = \frac{5}{36},\ \omega'' = \frac{1}{4},\ x' = \frac{1}{3},\ x'' = \frac{1}{9}$$

$$\triangle = \frac{63}{5},\ \triangle' = \frac{2}{5},\ L = 13 \text{ und } z' = \frac{7}{40},\ z'' = \frac{1}{8}.$$

Diese Werthe in der ersten Gleichung den N. I substituirt, geben

$$o = 1 + \frac{5^3 (63) \lambda'}{2^3 . 20.p} - \frac{35 (63) \nu}{80.p} - \frac{7^4 \lambda''}{2^5 . p.}$$

Aber $p = \frac{63}{4}$, $\lambda'' = 1.6900$, $\nu = 0.2194$, also

$$o = 1 + 3.1250 \lambda' - 0.38395 - 7.6222,$$

woraus folgt

$$\lambda' = 2.242.$$

Es ist ferner $\varrho' = 0.2267$, $\sigma' = 1.6601$ und $\tau' = 0.9252$, also auch

$$\frac{63}{50 f'} = 1.6601 + 0.5733 - 1.0284$$

$$\frac{63}{50 g'} = 0.2267 - 0.5733 + 1.0284,$$

woraus folgt

$$f' = 1.045 \text{ und } g' = 1.848.$$

Das Ocular aber, oder die dritte Linse wurde gleichseitig angenommen. Also ist

$f'' = g'' = 2 (n - 1) p$, und wenn $n = 1.53$ ist, $f'' = g'' = -0.53$.

§. 5.

Wir wollen nun auch eben so zwischen die beyden Linsen des bisher betrachteten astronomischen Fernrohres eine dritte oder eine Collectivlinse setzen, und die Eigenschaften dieses Fernrohres von drey Linsen näher untersuchen.

Da nämlich die Strahlen des von dem Objective erzeugten Bildes divergiren, und daher ein kleines Ocular zum Theile leicht vorbeygehen können, ohne es zu treffen, so wird es vortheilhaft seyn, diese Strahlen in ihrer Richtung so zu verändern, dafs sie weniger divergiren, und daher auch von einem kleinern Oculare noch alle aufgefafst werden.

Die Mittellinse, welche dieses bewirkt, und daher mit Recht

den Namen eines Collectivglases führt, wird dem Fernrohre noch den Vortheil zuwenden, daſs es das Gesichtsfeld desselben vergröſsert, wie wir bald näher sehen werden.

Die Gleichungen der S. 194 geben für jedes Fernrohr von drey Linsen

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m - 1}, \; m = \frac{\alpha\, \alpha'}{a'\, a''}$$

$$\triangle = \alpha + a' = \frac{\omega'\, p'}{\varphi} \text{ und } \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}.$$

Die Vernichtung des farbigen Randes aber gibt

$$o = \omega'\, dn' + \frac{a''}{\alpha'} . \, \omega''\, dn''.$$

Aus diesen fünf Gleichungen findet man die fünf Gröſsen φ, a', α', p' und a'' durch folgende Ausdrücke:

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m - 1}, \; a' = -\frac{\alpha}{m} . \frac{\omega''\, d\, n''}{\omega'\, dn'}$$

$$p' = \frac{\alpha\, \varphi}{\omega'} \left(1 - \frac{\omega''\, dn''}{m\, \omega'\, dn'}\right), \; \alpha' = \frac{a'\, p'}{a' - p'}$$

$$\text{und } a'' = -\frac{\alpha'\, \omega'\, dn'}{\omega''\, dn''}$$

wo noch bemerkt werden muſs, daſs $\alpha = p'$ und $a'' = p''$ ist.

I. Nimmt man $\omega'' = \theta\, \omega'$, wo θ eine noch unbestimmte Gröſse ist, und sind beyde Oculare gleichartig, also $d\, n' = d\, n''$, und setzt man endlich der Kürze wegen

$$M = \frac{\theta\, (\theta - 1)\, (m - \theta)}{m\, (m - 1)\, \theta + m\, (\theta - 1)\, (m - \theta)}$$

so geben die vorhergehenden Gleichungen

$$\varphi = \frac{\omega'\, (\theta - 1)}{m - 1}, \; a' = -\frac{\alpha\, \theta}{m}$$

$$p' = \frac{\alpha\, (\theta - 1)\, (m - \theta)}{m\, (m - 1)} \quad \begin{array}{l} \alpha' = \alpha\, M \\ p'' = -\dfrac{\alpha\, M}{\theta}\, . \end{array}$$

Ferner hat man

$$\triangle = \frac{\alpha\,(m-\theta)}{m},\ \triangle' = \frac{\alpha\,M\,(\theta-1)}{\theta},$$

und für den Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p''\,\omega''}{m\,\varphi} = -\frac{\alpha\,(m-1)\,M}{m\,(\theta-1)}$$

so wie $z' = p'\,\omega'$, $z'' = p''\,\alpha''$ und $x = m\,x''$.

Die vorhergehenden Gleichungen geben also die übrigen Gröſsen a', p', α' aus den bekannten m und $\alpha = p$.

II. Ist m eine sehr groſse Zahl, so kann man statt den Gleichungen in I folgende einfachere brauchen.

$$\varphi = \frac{\omega'\,(\theta-1)}{m},\ a' = -\frac{\alpha\,\theta}{m}$$

$$p' = \frac{\alpha\,(\theta-1)}{m},\ \alpha' = \frac{\alpha'\,\theta\,(\theta-1)}{m\,(2\theta-1)}$$

$$p'' = -\frac{\alpha\,(\theta-1)}{m\,(2\theta-1)},\ \triangle = \alpha \text{ und } \triangle' = \frac{\alpha\,(\theta-1)^2}{m\,(2\theta-1)}.$$

§. 6.

Um noch die beyden Abweichungen dieses Fernrohres zu bestimmen, so hat man, wenn man alle drey Linsen gleichartig, oder $dn = dn' = dn''$ annimmt (S. 198)

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{p^2\,p'} + \frac{a'^2\,p''}{p^2\,\alpha'^2}\right)\frac{p\,\alpha'\,x\,dn}{a'\,p''}$$

oder da

$$m = \frac{p\,\alpha'}{a'\,p''} \text{ und } \alpha' = -p''\,\theta,$$

also auch

$$a' = -\frac{p\,\theta}{m} \text{ ist,}$$

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{\theta^2}{p'\,m^2} + \frac{1}{p''\,m^2}\right) m\,x\,dn,$$

woraus wieder folgt, daſs die Farbenabweichung der Oculare, ge-

gen die des Objectivs nur gering ist, wenn m eine gröſsere Zahl bezeichnet.

Für die Kugelabweichung aber hat man, da $\mu = \mu' = \mu''$ und $\nu = \nu' = \nu''$ ist (S. 199)

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^4}\left\{\lambda p + \frac{a'^2}{p'}\left(\frac{\lambda' a'^2}{p'^2} + \frac{\nu' a'}{\alpha'}\right) + \frac{a''^4\, a'^4\, \lambda''}{\alpha'^4\, p''^3}\right\}$$

oder

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3}\left\{\lambda + \frac{\lambda'\, p^3\, \theta^4}{p'^3\, m^4} + \frac{\nu'\, p^2\, \theta^2}{p'\, p''\, m^3} + \frac{\lambda''\, p^3}{p''^3\, m^4}\right\}.$$

Ist daher die Vergröſserung stark, wie es bey diesen Fernröhren allerdings gewöhnlich ist, so erhält man, wenn man die Werthe von p′ und p″ aus dem Vorhergehenden substituirt

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3}\left\{\lambda + \frac{\lambda'\, \theta^4}{m\,(\theta - 1)^3} - \frac{\nu'\, \theta^2\,(2\,\theta - 1)}{m\,(\theta - 1)^2} + \frac{\lambda''\,(2\,\theta - 1)^3}{m\,(\theta - 1)}\right\}$$

Sind die Linsen gleichseitig, so ist für n = 1.55 (nach S. 57)

$$\lambda = \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\,\tau}\right)^2 + 1 = 1.6299$$

$$\lambda' = \left(\frac{\sigma' - \varrho'}{2\,\tau'}\right)^2 \left(\frac{a' - \alpha'}{a' + \alpha'}\right)^2 + 1 = \left(\frac{\sigma' - \varrho'}{2\,\tau'}\right)^2 \left(\frac{3\,\theta - 2}{\theta}\right)^2 + 1$$

$$\lambda'' = \left(\frac{\sigma'' - \varrho''}{2\,\tau''}\right)^2 + 1 = 1.6299.$$

§. 7.

Wenn aber das Objectiv doppelt, und dadurch schon der gröſste Theil dieser beyden Abweichungen vernichtet wäre, so würde es für die Ausübung vortheilhafter seyn, die Gleichungen, welche dieses Fernrohr von drey convexen Linsen constituiren, so anzuordnen, daſs dadurch andere wesentliche Vortheile erreicht werden. Wollte man z. B. das Gesichtsfeld so groſs als möglich machen, so müſste man, da

$\varphi = \frac{\omega'\,(\theta - 1)}{m - 1}$ war, die Gröſse $\theta = \frac{\omega''}{\omega'} = -1$,

also auch $\omega'' = -\omega'$ setzen, wo die Gröſse ω' immer positiv ist, weil der Hauptstrahl die zweyte Linse unter der Axe schneidet.

Die Gleichung $\alpha'' = -\omega'$ mit der für die Aufhebung des farbigen Randes

$$o = \alpha' + \frac{a''}{\alpha'}\omega''$$

verbunden gibt $a'' = \alpha' = p''$ also da p'' positiv ist, auch a'' und α' positiv, daher ein wahres Bild zwischen die zwey letzten Linsen fällt.

Setzt man aber $\theta = -1$, so gehen die vorhergehenden Gleichungen in folgende über

$$M = -\frac{2(m+1)}{m(3m+1)}$$

$$\varphi = \frac{2\omega'}{(m-1)}, \quad a' = \frac{p}{m}, \quad p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)}$$

$$\alpha' = p\,M, \qquad a'' = p'' = p\,M.$$

$$\triangle = \frac{p(m+1)}{m}, \; \triangle' = 2\,p\,M$$

$$k = \frac{p(m-1)}{2m} \cdot M \text{ und } z' = p'\omega', \; z'' = -p''\omega' \text{ und } x = m\,x''.$$

Noch ist für die beyden Abweichungen

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'm^2} + \frac{1}{p''m^2}\right) m\,x\,dn \text{ und}$$

$$R = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left\{\lambda - \frac{1}{8m}(\lambda' - 6\nu' + 27\lambda'')\right\}$$

für $n = n' = n'' = 1.55$, wenn alle Linsen gleichseitig sind, ist $\lambda = \lambda'' = 1.6299$ und $\lambda' = 25\left(\frac{\sigma' - \varrho'}{2\tau'}\right)^2 + 1 = 16.7475$, $\nu = 0.2326$, $\mu = 0.9381$, also auch

$$R = \frac{m x^3}{p^3}\left\{0.38221 - \frac{1.82178}{m}\right\}$$

Da das Bild dieses Fernrohrs verkehrt ist, so ist m eine negative Zahl (S. 173) und daher auch a′ negativ, oder zwischen die beyden ersten Linsen fällt kein wahres Bild.

I. Ist die Zahl m, wie gewöhnlich bei astronomischen Fernröhren, gegen die Einheit groſs, so ist nahe

$$p' = -\frac{2p}{m} \text{ und } M = -\frac{2}{3m}$$

also hat man die Gleichungen

$$p'' = -\frac{2p}{3m} \quad \text{und}$$

$$d\varphi = -3438\,(m-2)\,\frac{x\,dn}{p} \text{ Min. und}$$

$$R = \frac{3438\,m\,x^3}{p^3}\left\{0.38221 - \frac{1.82178}{m}\right\} \text{ Min.}$$

Setzt man $R = \frac{1}{60}$ Min. und $dn = \frac{1}{55}$, so geben die zwey letzten Gleichungen

$$p = 42.8794\,x\,\sqrt[3]{m - 4.76644} \text{ und}$$

$$d\varphi = \frac{1.45779\,(m-2)}{\sqrt[3]{m - 4.76644}} \text{ Minuten.}$$

II. Wir haben daher zur Construction dieser Fernröhre, für welche R nur eine Secunde beträgt, und wenn die Gröſsen m, x, und z″ gegeben sind, folgende Gleichungen

$$p = 42.8794\,x\,\sqrt[3]{m - 4.76644}$$

$$M = -\frac{2\,(m+1)}{m\,(3m+1)},\quad \varphi = \frac{2\,\omega'}{m-1}.$$

$$a' = \frac{p}{m} \qquad p' = -\frac{2\,p\,(m+1)}{m\,(m-1)}$$

$$\alpha' = a'' = p'' = p\,M$$

$$\Delta = \frac{p\,(m+1)}{m} \qquad \Delta' = 2\,p\,M.$$

$$K = \frac{p(m-1)M}{2m}, \quad z' = p'\omega'$$

$$z'' = -p''\omega' \text{ und } x = mx''$$

Ex. I. Sey gegeben $m = -26$ und $x = 0.52$, $z'' = -\frac{1}{2}$

so hat man

$p = 69.8679 \quad a' = -2.6872$

$M = 0.024975, \quad p' = 4.9763, \quad p'' = 1.7449$

$\omega' = -\frac{z''}{p''} = +0.2865 = -\omega'', \ \varphi = \frac{6876}{m-1}\omega' = 72.96$ Min.

$\Delta = 67.1807, \quad \Delta' = 3.4899, \quad L = \Delta + \Delta' = 70.6706.$

$z' = p'\omega' = 1.4257$ und $x'' = \frac{x}{m} = 0.02$ so wie $H = 0.16$.

Vergleicht man dieses Beyspiel mit dem oben gegebenen, so ist klar, wie viel durch das Collectiv für das Gesichtsfeld gewonnen werden kann.

Ex. II. Sey gegeben $m = -100$, $x = 2$ und $z'' = -0.05$

so ist $p = 202.1417, \quad M = 0.0066221$

$p' = 3.9628, \quad \alpha' = a'' = p'' = 1.3386$

$\Delta = 200.123, \quad \Delta' = 2.677$

$\omega' = -\frac{z''}{p''} = 0.03735, \ \varphi = 2.54$ Min.

$z' = p'\omega' = 0.148, \ x'' = \frac{x}{m} = 0.02$ und $H = 0.16$.

also für diese Einrichtung das Gesichtsfeld viel zu klein, weil m schon zu groſs ist. Solche Vergröſserungen fordern daher schon ein doppeltes Objectiv, wenn die Länge des Fernrohres nicht zu groſs, oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt nicht zu beträchtlich werden soll.

III. Ist aber das Objectiv doppelt und dessen Brennweite $p = -\frac{m}{2}$ so geben die ersten der obigen Gleichungen für $m = -26$, $x = 0.5$ und $z'' = -0.08$ folgende Ausdrücke:

$p = 13$, $a' = -0.5$, $p' = 0.926$, $\alpha' = \alpha'' = p'' = 0.325$,

$\alpha' = -\frac{z''}{p''} = +0.246$, $\varphi = 62.65$ Minuten, $\triangle = 12.5$,

$\triangle' = 0.649$, $L' = \triangle + \triangle' = 13.149$,

also die Länge des Fehrnrohres über fünfmahl kleiner als in dem vorhergehenden ersten Beyspiele und doch nahe dasselbe Gesichtsfeld

§. 8.

Nach dem Vorhergehenden ist

$$R = \frac{3438\,\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} \cdot Z \text{ Minuten}$$

wo $Z = \lambda - \frac{1}{8\,m}(\lambda' - 6\,\nu' + 27\,\lambda'')$ ist, wo der von m abhängige zweyte Theil der Gröſse z den beyden Ocularen angehört. Substituirt man die dort gegebenen numerischen Werthe von λ', λ'' und ν', so ist

$$Z = 1.6299 - \frac{7.4195}{m}$$

$$\text{für } m = 100 \text{ ist } \frac{7.4195}{m} = 0.074195$$

und wenn man überdieſs $x = 1$ Zoll, und $p = 70$ setzt,

$$\frac{3438\,\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} = 0.23$$

also

$$R = 0.375 - 0.017$$

wo der letzte Theil dem Oculare zugehört, und daher noch nicht den achtzehnten Theil der von dem Objective erzeugten Abweichung beträgt.

Eben so war die Farbenzerstreuung

$$d\varphi = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'\, m^2} + \frac{1}{p''\, m^2}\right) m\, x\, d n$$

also für das vorhergehende Beyspiel

$$m = -26, \; p = 70, \; p' = 5, \; p'' = 2$$

und daher

$$d\varphi = -(0.014 + 0.0003 + 0.0007)$$

oder auch hier der von dem Oculare herrührende Theil 0.001 sehr klein gegen die von dem Objective herrührende Farbenzerstreuung.

Für das zweyte Beyspiel in Nr. II. hat man

$$d\varphi = -(0.005 + 0.00003 + 0.00007).$$

wo die Differenz noch auffallender ist. Man wird daher, wie schon öfters erinnert wurde, in den meisten Fällen, wenn die Vergröſserung bedeutend ist, und wenn man die beyden Abweichungen des Objectivs bereits durch eine Doppellinse aufgehoben hat, die viel geringeren Abweichungen der Oculare ohne einen für die Brauchbarkeit des Fernrohrs wesentlichen Nachtheil übergehen können, besonders, wenn man der Bedingungsgleichung für den gefärbten Rand (S. 198 XIV.) für alle Linsen des Fernrohrs genug gethan hat.

§. 9.

Bisher wurde bey diesen Fernröhren mit drey Linsen das einzige wahre Bild bloſs zwischen den beydzn letzten Linsen vorausgesetzt. Nimmt man aber an, daſs das einzige wahre Bild zwischen die beyden ersten Linsen fällt, so ist a' eine positive Gröſse, so wie $\alpha = p$; aber von den beyden Gröſsen α' nnd a'' muſs eine negativ seyn. Da aber $a'' = p''$ die Brennweite des letzten Glases positiv seyn muſs, wenn man nicht durch eine letzte concave Linse das Gesichtsfeld gleichsam absichtlich vermindern will, so ist α' eine negative Gröſse. Allein dieser Annahme widersprechen die zwey vorhergegebenen Gleichungen

$$a' = \frac{p}{m} \text{ und } \alpha' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}$$

Denn da p positiv und m negativ ist, so folgt aus diesen

beyden Gleichungen, daſs a′ negativ und α' positiv seyn soll.

Dieser Fall läſst sich also durch unsere Gleichungen nicht darstellen, und man sieht, daſs die Ursache hievon in der Bedingungsgleichung des farbigen Randes liegt. Diese Gleichung war

$$o = \omega' + \frac{a''}{\alpha'}\alpha'', \text{ oder da}$$

$$\omega'' = -\omega' \text{ und } a'' = p'' \text{ ist,}$$

$$o = \alpha' - p'',$$

eine Gleichung, die nicht bestehen kann, wenn α' eine negative Gröſse ist, da p′′ positiv seyn soll. Vernachlässigt man aber diese Rücksicht des farbigen Randes, so fällt jener Widerspruch weg, und dann läſst sich allerdings die Construction eines Fernrohrs mit drey Linsen angeben, für welche das einzige wahre Bild zwischen die beyden ersten Linsen fällt. Diese Gattung von doppelten Ocularen werden besonders bey denjenigen astronomischen Fernröhren angebracht, welche zu unmittelbaren Messungen bestimmt, und daher mit einem Mikrometer versehen sind. Da es vortheilhaft und selbst nothwendig ist, diese Mikrometer von der Stellung und von der Auswahl der verschiedenen Oculare, die man gewöhnlich bey Fernröhren zu verschiedenen Zwecken anbringt, unabhängig zu machen, weil sonst jede kleine Veränderung des Oculars, die zuweilen nach S. 256 und aus mehreren andern Ursachen unvermeidlich ist, die Rectification des ganzen Instrumentes stören würde, so verdient diese Gattung von Doppelocularen, für welche also das wahre Bild, an dessen Orte immer das Mikrometer angebracht seyn muſs, auſser den beyden letzten Linsen fällt, eine besondere Betrachtung.

§. 10.

Nehmen wir zu diesem Zwecke die Theorie der Fernröhre mit drey Linsen wieder, unabhängig von dem Vorhergehenden auf, und lassen wir zuerst die Farbenabweichung der beyden Oculare als unbedeutend weg, so hat man unter der Voraussetzung eines doppelten Objectives, dessen Bild daher von den bey-

den Abweichungen völlig frey ist, nach S. 193 folgende Gleichungen

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m - 1}, \quad m = \frac{p\,\alpha'}{p''\,a'}$$

$$p + a' = \frac{p'\,\omega'}{\varphi} \text{ und } \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$$

wo die Vergröſserungszahl m negativ ist.

I. Setzt man der Kürze wegen

$$\theta = \frac{\omega''}{\omega'} \text{ und } A = \frac{a'}{\alpha'},$$

so geben jene Gleichungen die vier Gröſsen p', p'', a' und α' durch die gegebenen Gröſsen p, m, θ und A auf folgende Art

$$p' = -\frac{p(\theta - 1)}{B}, \quad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$a' = -\frac{p(\theta - 1)(A + 1)}{B} \text{ und } \alpha' = -\frac{p(\theta - 1)(A + 1)}{A\,B}$$

wo $B = \theta - m + (\theta - 1)A$ ist.

Ferner hat man für die Distanz der Linsen

$$\Delta = -\frac{p(m - 1)}{B}, \quad \Delta' = \frac{p\left[\theta - m + (\theta - 1)[(1 - m)A - m]\right]}{m\,A\,B}$$

$$\text{und } z' = p'\,\omega', \text{ so wie } z'' = p''\,\omega''$$

Ueberdieſs hat man die Bedingungsgleichungen

$$p'\,\omega' > \frac{a'\,x}{p} \text{ und } p''\,\omega'' > \frac{a'\,p''\,x}{\alpha'\,p}$$

$$\text{oder da } p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'} \text{ ist}$$

$$\omega' > (1 + A)\frac{x}{p} \text{ und } \omega'' > \frac{A\,x}{p},$$

woraus folgt, daſs die Gröſse A überhaupt keine gegen die Einheit groſse Zahl seyn kann, da (S. 176) ω' und ω'' höchstens $\frac{1}{4}$

und da nach dem Obigen die Gröſse $\frac{x}{p}$ bey einem Doppelobjective höchstens $\frac{5}{100} = 0.05$ seyn kann.

Die letzte dieser Bedingungsgleichungen gibt auch, da $\omega'' = \omega' \theta$ ist, $\omega' > \frac{A x}{p \theta}$, woraus folgt, daſs θ im Allgemeinen einer sehr groſsen Anzahl verschiedener Werthe fähig ist.

Endlich ist noch für den Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p'' \omega''}{m \varphi} = \frac{p \omega''}{m^2 A \varphi}$$

und diese Gröſse k soll, die Gröſsen $\triangle$ und $\triangle'$ aber müssen immer positiv seyn.

II. Wenn man also auch auf alle die aufgestellten Bedingungen Rücksicht nimmt, so sieht man doch, daſs man den vorhergehenden Gleichungen noch auf unzählige Arten genug thun kann, je nachdem man nämlich für die zwey Gröſsen A und θ verschiedene, jenen Bedingungen angemessene Werthe annimmt, wozu noch die mannigfaltigen Variationen der Auflösung unserer Aufgabe kommen würden, die entstehen, wenn man die Gröſsen p′ oder p″ negativ voraussetzen wollte, die wir aber des gröſseren Gesichtsfeldes wegen immer als positiv annehmen werden.

§. 11.

Um die vorzüglichsten der hieher gehörigen Fälle näher zu betrachten, wollen wir zuerst das Gesichtsfeld so groſs als möglich zu erhalten suchen, worin allerdings eine der wesentlichsten Eigenschaften eines Fernrohrs besteht. Dieser Zweck wird erreicht, wenn man $\omega'' = -\omega'$, oder $\theta = -1$ setzt, für $\theta = -1$ aber gehen die vorhergehenden Gleichungen in folgende über:

$$p' = \frac{2p}{B},\; p'' = \frac{p}{A m}$$

$$a' = \frac{2p(A+1)}{B},\; \alpha' = \frac{2p(A+1)}{AB}$$

$$\triangle = -\frac{p\,(m-1)}{B}, \triangle' = \frac{p\,(m-1)\,(2A+1)}{A\,B\,m}, \text{wo } B = -1 - m - 2A$$

ist.

Die beyden oben erwähnten Bedingungen sind:

$$\omega' > (1+A)\,\frac{x}{p} \text{ und } \omega'' > \frac{A\,x}{p},$$

und überdieſs soll

$$k = \frac{p\,(m-1)}{2\,m^2\,A} \text{ und } \triangle \text{ und } \triangle'$$

positiv seyn.

Ist aber ω' oder ω'' gleich $\frac{1}{4}$, und $\frac{x}{p} = 0.05$, so gibt die erste dieser Bedingungen $A < 4$, und die zweyte $A < 5$. Es muſs daher $A < 4$ seyn. — Allein die Gränzen, zwischen welche A fällt, lassen sich noch genauer bestimmen.

I. Da k positiv und $\frac{m-1}{2m^2}$ seiner Natur nach negativ ist, so muſs $\frac{p}{A}$ negativ, also entweder

p neg. und A pos., oder
p pos. und A neg. seyn.

Da wir aber hier und im Folgenden die Brennweite p des Objectes immer positiv annehmen, so ist erstens A eine negative Gröſse. — Ferner ist

$$\triangle' = -\frac{p\,(m-1)\,(2\,A+1)}{A\,m\,(1+m+2\,A)}$$

immer positiv. Da aber Am positiv, $1+m+2A$ negativ, und $-p\,(m-1)$ positiv ist, so muſs $(2A+1)$ negativ seyn, woraus folgt, daſs die negative Gröſse A nicht kleiner als $\frac{1}{2}$ seyn kann, und daſs daher A zwischen die beyden Gränzen $-\frac{1}{2}$ und -4 fällt.

II. Da also, wie wir gefunden haben, die Gröſse $A = \frac{a'}{\alpha'}$

negativ ist, so ist entweder **erstens** α' positiv und a' negativ, und dann fällt zwischen die beyden ersten Linsen kein wahres Bild (weil a' negativ) aber wohl zwischen die beyden letzten (weil α' und $a'' = p''$ posotiv ist). Oder es ist **zweytens** a' positiv und α' negativ, und dann fällt zwischen die beyden letzten Linsen kein wahres Bild (weil α' negativ), aber wohl zwischen die zwey ersten (weil $\alpha = p$ und a' positiv ist).

Diese zwey Fälle müssen daher wohl unterschieden werden, da eben auf diesem Unterschiede die beyden Gattungen von Doppelocularen beruhen, deren wir zu Ende des S. 286 erwähnt haben. Wir wollen daher jeden dieser beyden Fälle besonders betrachten.

§. 12.

Erste Gattung der Doppeloculare:

$\theta = -1$, α' positiv und a' negativ.

Das wahre Bild fällt zwischen die Oculare.

Nimmt man die Vergröſserungszahl m bedeutend groſs an, wie dieses bey astronomischen Fernröhren gewöhnlich ist, so geben die vorhergehenden Gleichungen

$$\triangle' = -\frac{p(2A+1)}{Am} \text{ und } a' = -\frac{2p(A+1)}{m}$$

Da aber m und A negativ und $\triangle'$ positiv, so wie a', der Annahme gemäſs, negativ ist, so darf, wie diese zwey Gleichungen zeigen, die negative Gröſse A nicht kleiner als die Einheit seyn.

Wir können daher für A alle Werthe zwischen -1 und -4 annehmen, und jede dieser Annahmen wird gleichsam eine eigene Art dieser ersten Gattung bilden. — Wir wollen hier bloſs zwey Arten näher betrachten.

I. Erste Art: $A = -1$.

Mit diesem Werthe von A geben die vorhergehenden Gleichungen der S. 288

$$p' = -\frac{2\,p}{m-1},\ p'' = -\frac{p}{m}$$

$$a' = \alpha' = 0,\ \triangle = p \text{ und } \triangle' = -\frac{p}{m}.$$

Da hier also $\triangle = p$ und $\triangle' = p''$ ist, so steht die zweyte Linse genau in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden andern. Das Gesichtsfeld ist

$$\varphi = -\frac{2\,\alpha'}{m-1} = \frac{6876\,\alpha'}{m-1}\ \text{Min.},$$

also doppelt so groſs, als bey einem astronomischen Fernrohre von zwey Linsen. Die Vergröſserung aber ist

$$m = \frac{p}{p''}\,\frac{\alpha'}{a'} = -\frac{p}{p''},$$

oder nur so groſs, als bey dem erwähnten Fernrohre.

Man gewinnt daher durch diese Einrichtung, wenn man eine convexe Linse von der Brennweite

$$p' = -\frac{2\,p}{m-1}$$

in dem gemeinschaftlichen Brennpunct der beyden Linsen eines gemeinen astronomischen Fernrohres stellt, bloſs in dem Gesichtsfelde, aber nicht an der Vergröſserung, und diese Einrichtung hat überdieſs den Nachtheil, daſs die kleinsten Unreinigkeiten der zweyten Linse, Staub, Streifen u. dgl., durch das Fernrohr sehr sichtbar werden, und störend auf die Deutlichkeit des Sehens einwirken.

II. Zweyte Art: $A = -\frac{(3\,m+1)}{2\,(m+1)}$,

dann geben die Gleichungen S. 288

$$p' = -\frac{2\,p\,(m+1)}{m\,(m-1)},\ p'' = -\frac{2\,p\,(m+1)}{m\,(3\,m+1)}$$

$$\text{und } \triangle' = -\frac{4\,p\,(m+1)}{m\,(3\,m+1)} = 2\,p'',\ a' = +\frac{p}{m}$$

$$\text{und } \alpha' = -\frac{2\,p\,(m+1)}{m\,(3\,m+1)},$$

Ausdrücke, welche wir schon S. 281 gefunden haben.

Da für diese Voraussetzung von A die Gröſse $\alpha' = p''$ wird, so fällt das Bild genau in die Mitte zwischen die beyden letzten Linsen, welches die vortheilhafteste Stelle für das Bild ist, weil die zu groſse Nähe des Bildes an einer der Linsen jede Unreinigkeit, Staub, Wellen und Streifen derselben zu sichtbar macht. Auch hebt diese Stellung des Bildes zugleich den farbigen Rand desselben auf, wie wir §. 17 sehen werden.

III. Besonderer Fall.

$$A = -1.6.$$

Dieser Werth von A gibt

$$p' = -\frac{10\,p}{5\,m - 11},\quad p'' = -\frac{5\,p}{8\,m},$$

$$a' = \frac{6\,p}{5\,m - 11},\quad \alpha' = -\frac{3.75\,p}{5\,m - 11},$$

$$\Delta = \frac{5\,p\,(m-1)}{5\,m - 11},\quad \Delta' = -\frac{55\,p\,(m-1)}{8\,m\,(5\,m - 11)}.$$

Erstes Exempel. Sey $\theta = -1$, $A = -1.6$ und $p = 60$, $m = -30$, und $z' = 0.93$ gegeben, so hat man

$$p' = 3.727,\quad p'' = 1.250,$$

$$\Delta = 57.76,\quad \Delta' = 2.647,$$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega'',\quad z'' = p''\,\omega'' = 0.312,$$

$$\varphi = -\frac{6876\,\omega'}{m-1} = 55.4 \text{ Min. und } k = 0.64.$$

Diese Werthe von p', p'', Δ' . . . stimmen sehr nahe mit der Einrichtung überein, welche Dollond, Fraunhofer u. a. ihren Doppelocularen dieser ersten Gattung gegeben haben, für welche das wahre Bild zwischen die beyden Linsen des Oculars fällt. Man kann daher die Einrichtung dieser ersten Gattung der Doppeloculare aus den Ausdrücken dieses §. 12. Nro. II nehmen.

Zweytes Exempel. Sey $\theta = -1$, $A = -1.6$ und um für eine schwache Vergrößerung ein großes Gesichtsfeld zu erhalten $p = 25$, $m = -10$ und $z' = 1.15$ gegeben, so hat man

$$p' = 4.098, \qquad p'' = 1.562,$$
$$\Delta = 22.541, \qquad \Delta' = 3.099,$$
$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.286 = -\omega'', \; z'' = p''\,\omega'' = 0.447,$$
$$\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} = 178.8 \text{ Min. und } k = 0.86,$$

und diese Einrichtung stimmt in Bezug auf die Verhältnisse der Größen p', p'', Δ', z' und z'' sehr nahe mit den Kometensuchern **Fraunhofers** überein.

Ueberhaupt hat man für die Verhältnisse dieser Größen

$$\frac{p''}{p'} = -\frac{(m+1+2A)}{2Am} \text{ und } \frac{\Delta'}{p'} = \frac{(m-1)(2A+1)}{2Am},$$

woraus man für jeden Werth von p', die Größen p'' und Δ' findet.

Da endlich z. B. nach Nr. II., wenn m sehr groß ist, nahe

$$p' = -\frac{2p}{m}, \; p'' = -\frac{2p}{3m} \text{ und } \Delta' = -\frac{4p}{3m}$$

ist, so gilt dasselbe Ocular auch für alle Fernröhre, für welche das Verhältniß $\frac{p}{m}$ nahe dasselbe ist. So hat man, wenn $p = 54$ und $m = -48$ ist, für die Einrichtung des Oculars $p' = 2.25$, $p'' = 0.75$, $\Delta' = 1.50$ und dasselbe Ocular gibt daher auch für alle Fernröhre, für welche $\frac{p}{m} = 1.125$ ist, also für $\begin{matrix} m = -50 \\ p = 56 \end{matrix}$ oder $\begin{matrix} 60 \\ 67 \end{matrix}$ oder $\begin{matrix} -70 \\ 79 \end{matrix}$ u. f.

§. 13.

Zweyte Gattung der Doppeloculare.

$\theta = -1$, α' negativ und a' positiv.

Das wahre Bild fällt außer die beyden Oculare.

Wir gehen nun zu der zweyten Gattung dieser Oculare über, für welche das einzige wahre Bild des Fernrohres zwischen die zwey ersten Linsen fällt, also a′ positiv und α' negativ ist.

Für einen grofsen Werth von m hat man wieder

$$\triangle' = -\frac{p(2A+1)}{Am} \text{ und } \alpha' = -\frac{2p(A+1)}{m}.$$

Da jedoch m und A negativ, $\triangle'$ und a′ aber positiv ist, so folgt aus der ersten dieser Gleichungen $A > -\frac{1}{2}$ und aus der zweyten $A < -1$, so dafs also A zwischen die Gränzen $-\frac{1}{2}$ und -1 fällt, und zwar wird a′ desto kleiner seyn, oder das wahre Bild desto näher an die zweyte Linse fallen, je näher A der zweyten Gränze -1 kömmt.

Auch hier werden daher so viele Arten dieser zweyten Gattung entstehen, als man verschiedene Werthe von A zwischen den gegebenen Gränzen dieser Gröfse annimmt.

I. Erste Art. $A = -\frac{10}{11}$

Dieser Werth von A gibt nach den Gleichungen der S. 288

$$a' = \frac{2p}{9-11m} \qquad \alpha' = -\frac{2.2p}{9-11m}$$

$$p' = \frac{22p}{9-11m} \qquad p'' = -1.1\frac{p}{m}$$

$$\triangle = -\frac{11p(m-1)}{9-11m} \qquad \triangle' = \frac{9.9p(m-1)}{m(9-11m)}$$

Erstes Exempel.

$A = -\frac{10}{11}$ $m = -30$, $p = 60$ und $Z' = 0.9735$

gibt $a' = 0.354$ $\alpha' = -0.389$
$p' = 3.894$ $p'' = 2.200$
$\triangle = 60.36$ $\triangle' = 1.811$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega'', \; z'' = p'' \omega'' = 0.55.$$

$$\varphi = -\frac{6876\,\omega'}{m-1} = 55.45 \text{ Min.}$$

Zweytes Exempel.

$$A = -\frac{10}{11}, \; m = -30, \; p = 15$$

gibt $p' = 0.973 \qquad p'' = 0.55$

$\Delta = 15.09 \qquad \Delta' = 0.359$

II. Zweyte Art. $A = -\frac{10}{13}$

Dieser Werth von A gibt

$$a' = \frac{0.6\,p}{0.7 - 1.3\,m} \qquad p' = \frac{2.6\,p}{0.7 - 1.3\,m}$$

$$p'' = -\frac{1.3\,p}{m} \qquad \Delta = -\frac{1.3\,p\,(m-1)}{0.7 - 1.3\,m} \text{ und}$$

$$\Delta' = \frac{0.91\,(m-1)\,p}{m\,(0.7 - 1.3\,m}$$

Exempel.

$$A = -\frac{10}{13}, \; m = -100, \; p = 60 \text{ und } z' = 0.298$$

gibt $a' = 0.275, \quad p' = 1.193, \quad p'' = 0.780.$

$\Delta = 60.28 \qquad \Delta' = 0.422$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega', \; z'' = p'' \omega'' = 0.195$$

$$\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} = 17.02 \text{ Min.}$$

und beyde Arten stimmen sehr nahe mit den Doppelocularen, welche Fraunhofer an seine Mittagsröhre und Meridiankreise anzubringen pflegte.

Man kann noch bemerken: je kleiner die positive Gröſse a' wird, desto gröſser wird die Distanz Δ' der zwey letzten

Linsen, und desto näher kömmt diese Distanz Δ' dem Werthe von $\frac{1}{2}p'$ oder von $-\frac{p}{m}$ für starke Vergröſserungen.

III. Dritte Art $A = -\frac{1}{2}$.

Dieser Werth von A, der zugleich einen der beyden Gränzwerthe dieser Gröſse ist, gibt

$$p' = -\frac{2p}{m} \qquad p'' = -\frac{2p}{m}$$

$$a' = -\frac{p}{m} \qquad \alpha' = \frac{2p}{m}$$

$$\Delta = \frac{p(m-1)}{m} \quad \text{und} \quad \Delta' = 0.$$

Für diese Art stehen also die beyden letzten Linsen unmittelbar aneinander und haben auch dieselbe Brennweite, und die Fernröhre dieser Art unterscheiden sich von den gemeinen astronomischen Fernröhren nur durch ihr doppelt so groſses Gesichtsfeld, während Länge und Vergröſserung derselben ungeändert bleiben.

IV. Vierte Art. Nimmt man überhaupt die Gröſse m bedeutend groſs gegen die Einheit, so daſs man $m+1$ oder $m+A$ gleich m setzen kann, so gehen die Gleichungen der S. 288 in folgende über

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = \frac{p}{Am}, \quad \Delta' = -\frac{p(1+2A)}{Am}$$

$$a' = -\frac{2p(1+A)}{m}, \quad \alpha' = -\frac{2p(1+A)}{Am}$$

Setzt man in diesen Ausdrücken für ein besonderes Beyspiel $A = -\frac{9}{10}$, so erhält man

$$p' = -\frac{2p}{m}, \; p'' = -\frac{10p}{9m}, \; \Delta' = -\frac{8p}{9m}, \; a' = -\frac{10}{5m}, \; \alpha' = \frac{2p}{9m}.$$

§. 14.

Dritte Gattung $\omega' = 0$

Bisher wurde immer $\theta = -1$ oder $\omega'' = -\omega'$ vorausgesetzt, wodurch das Gesichtsfeld so grofs als möglich wird. Es gibt aber, wenn man sich mit einem etwas kleineren Gesichtsfelde begnügt, noch andere Voraussetzungen für θ, deren jede ihre besonderen Eigenschaften hat.

Ist z. B. $\theta = \infty$ oder $\omega' = 0$, so geben die Gleichungen der S. 287

$$\varphi = \frac{\omega''}{m-1} \qquad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$p' = -\frac{p}{A+1} \qquad \alpha'' = -\frac{p}{A}$$

$$a' = -p$$

$$m = \frac{p}{A\,p''} \qquad \Delta = 0 \text{ und } \Delta' = -\frac{(m-1)\,p}{A\,m}.$$

Alle Fernröhre dieser dritten Gattung geben also $\Delta = 0$ oder ein doppeltes Objectiv. Ihr Gesichtsfeld ist nur so grofs, wie das der gemeinen astronomischen Fernröhre. Nimmt man wie bisher p und p'' positiv an, so zeigt die letzte Gleichung für Δ', dafs A eine negative Zahl seyn mufs, und da auch $\Delta' = \frac{(A\,p'' - p)}{A}$ ist, wo Δ' zugleich die Länge des Fernrohrs bezeichnet, so wird, wenn A ein negativer eigentlicher Bruch ist, die Länge des Fernrohrs oft beträchtlich gröfser, als bey den gemeinen astronomischen werden, daher diese Gattung weiter keine wesentlichen Vorzüge vor den andern enthält.

I. Eben so gibt die Voraussetzung $\omega'' = 0$ oder $\theta = 0$ folgende Gleichungen zur Construction des Fernrohres

$$p' = -\frac{p}{A+m} \qquad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$a' = -\frac{p\,(A+1)}{A+m} \qquad \alpha' = -\frac{p\,(A+1)}{A\,(A+m)}$$

$$\Delta = \frac{p\,(m-1)}{A+m} \qquad \Delta' = -\frac{p\,(m-1)}{m\,(A+m)}$$

und die Länge des Fernrohrs

$$L = \Delta + \Delta' = \frac{(A\,p'' - p)^2}{A^2 p'' + p}$$

Ex. $A = -1$ gibt $L = p + p''$, wie bey dem gemeinen astronomischen Fernrohre, und $a' = \alpha' = 0$,

$\Delta = p$, und $\Delta' = -\frac{p}{m} = p''$, also steht auch hier die zweyte Linse in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden andern, wie S. 291

§. 15.

Vierte Gattung $\theta = m$.

Die Voraussetzung $\theta = m$ gibt $\varphi = \omega'$, und $\omega'' = m\,\varphi$, also hat man (S. 287)

$$p' = -\frac{p}{A} \qquad p'' = \frac{p}{A\,m}$$

$$a' = -\frac{p(A+1)}{A} \qquad \alpha' = -\frac{p(A+1)}{A^2}$$

$$\Delta = -\frac{p}{A}, \qquad \Delta' = [A(1-m) - m] \cdot \frac{p}{A^2 m}$$

wo wieder A negativ ist, wenn p und p'' positive Zahlen bezeichnen.

Ex. $A = -1$ gibt

$$p' = \Delta = p, \; p'' = \Delta'' = -\frac{p}{m} \text{ und } a' = \alpha' = 0$$

oder die zweyte Linse wieder in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden andern.

Indem wir die übrigen Fälle der eigenen Entwicklung der Leser überlassen, wollen wir dieselben Betrachtungen zugleich mit Rücksicht auf die Vernichtung des farbigen Randes noch einmal vernehmen.

§. 16.

Doppelocular ohne Farbenzerstreuung.

Wir hatten oben S. 287 die Gleichungen

$$p' = -\frac{p(\theta-1)}{\theta+(\theta-1)A-m} \qquad a' = -\frac{p(\theta-1)(A+1)}{\theta-m+(\theta-1)A}$$

$$\alpha' = -\frac{p(\theta-1)(1+A)}{\theta[\theta-m+(\theta-1)A]} \qquad p'' = \frac{p}{mA}$$

also auch

$$\frac{p''}{\alpha'} = -\frac{(\theta-m+(\theta-1)A)}{m(\theta-1)(A+1)}$$

$$\text{wo } A = \frac{a'}{\alpha'} \text{ und } \theta = \frac{\omega''}{\omega} \text{ ist.}$$

Jene Gleichungen wurden, wie wir a. a. O. gesehen haben, bloſs aus den Grundgleichungen (§. 17. S. 193)

$$\varphi = \frac{\omega'(\theta-1)}{m-1},\ m = \frac{p}{p''A},\ p+a' = \frac{p'\omega'}{\varphi} \text{ und } \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}$$

abgeleitet, welche noch keine Rücksicht auf die Farbenzerstreuung enthalten, und doch (nach §. 12 I. und §. 13 II.) schon sehr nahe mit den von Dollond und Fraunhofer gegebenen Ocularen übereinstimmten, zum Beweise, daſs die bloſs von den Ocularen erzeugte Farbenzerstreuung sehr klein ist, und ohne merkbaren Nachtheil für die Ausübung oft ganz vernachlässigt werden kann.

I. Will man aber doch den durch diese Ocularen erzeugten farbigen Rand aufheben, so wird man den vorhergehenden Gleichungen noch die folgende (S. 193)

$$0 = \omega' + \frac{p''\omega''}{\alpha'} \text{ oder } \frac{p''}{\alpha'} = -\frac{1}{\theta}$$

hinzufügen. Setzt man also die zwey erhaltenen Werthe von $\frac{p''}{\alpha'}$ einander gleich, so erhält man

$$\frac{\theta-m+(\theta-1)A}{m(\theta-1)(A+1)} = \frac{1}{\theta}$$

und durch diese Gleichung wird die bisher unbestimmt gelassene Gröſse A bestimmt, so daſs sie jetzt nicht mehr, wie S. 287 u. s. f. geschehen ist, willkührlich angenommen werden kann. Die letzte Gleichung gibt nämlich:

$$A = \frac{2m\theta - \theta^2 - m}{(\theta - 1)(\theta - m)}$$

und wenn man diesen Werth von A in den vorhergehenden Gleichungen substituirt, so erhält man:

$$p' = -\frac{p(\theta-1)(\theta-m)}{m(m-1)} \qquad a' = -\frac{p\theta}{m}$$

$$p'' = -\frac{p(\theta-1)(\theta-m)}{m(\theta^2 - 2m\theta + m)} \qquad \alpha' = \frac{p\theta(\theta-1)(\theta-m)}{m(\theta^2 - 2m\theta + m)}$$

und endlich

$$\Delta = p + a' = -\frac{p(\theta - m)}{m}, \quad \Delta' = \alpha' + p'' = \frac{p(\theta-1)^2(\theta-m)}{m(\theta^2 - 2m\theta + m)}$$

also auch $\alpha' = -p''\theta$ und $\Delta' = -p''(\theta - 1)$

und diese Gleichungen sind es, die wir jetzt zu behandeln haben.

Wir wollen hier wieder, wie S. 290 die zwey Fälle, wo α' positiv und a' negativ, und wo a' positiv und α' negativ ist, besonders betrachten.

§. 17.

Erste Gattung der Doppeloculare.

α' positiv, a' negativ.

Das Bild fällt zwischen die Oculare.

Ist a' negativ, so muſs auch θ negativ seyn, da p positiv und m negativ ist. Für groſse m ist $\alpha' = -\frac{p\theta(\theta-1)}{m(1-2\theta)}$. Da α' positiv seyn soll, so muſs $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ auch positiv seyn, woraus folgt, daſs θ negativ seyn, und zwischen die zwey Gränzen o und $-\infty$ fallen muſs. — Allein diese Gränzen müssen

noch viel enger zusammengezogen werden. Denn ist ω' die gröſste der beyden Gröſsen ω' und ω'', so muſs immer $\omega'' < \omega'$, oder höchstens $\omega'' = \omega'$ seyn, d. h. die Gröſse θ darf nie gröſser als die Einheit werden. Es fällt also die Gröſse θ zwischen die Gränzen o und — 1, und die letzte ist die vortheilhafteste, wenn man ein groſses Gesichtsfeld sucht.

1. Erste Art. $\theta = -1$

Dieser Werth von θ gibt

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)} \qquad a' = \frac{p}{m}$$

$$p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)} \qquad \alpha' = -\frac{2p(m'+1)}{m(3m+1)} = p''$$

$$\triangle = \frac{p(m+1)}{m} \qquad \triangle' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)} = 2p''$$

$$\text{und } \varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1} \text{ Min.}$$

und dieselben Ausdrücke haben wir auch schon in §. 7 und im §. 12 II. gefunden.

Ex. I. $\theta = -1$. $p = 70$, $m = -26$, $z' = 1.43$ gibt

$p' = 4.986 \qquad \triangle = 67.308$

$p'' = 1.748 \qquad \triangle' = 3.496.$

$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.287 = -\omega'', \; z'' = p''\omega'' = 0.502, \; \varphi = 73.04 \text{ Min.}$$

Ex. II. $\theta = -1$, $p = 70$, $m = -100$, $z' = 0.3$ gibt

$p' = 1.372 \qquad \triangle = 69.300$

$p'' = 0.463 \qquad \triangle' = 0.927$

$\omega' = 0.219 = -\omega', \qquad z'' = 0.101$

$\varphi = 14.91$ Min.

Diese Oculare stimmen ebenfalls sehr nahe mit denen von Dollond und Fraunhofer. Andere Werthe von θ zwischen o und — 1 geben andere Einrichtungen des Doppeloculars, die aber, wenn ein groſses Gesichtsfeld gefordert wird, den vorhergehenden nachstehen.

§. 18.

Zweyte Gattung der Doppeloculare.

a' positiv und α' negativ.

Das Bild fällt aufser die Oculare.

Ein positives a' gibt auch die Gröfse θ positiv, und ein negatives α' gibt auch $\frac{\theta(\theta - 1)}{1 - 2\theta}$ negativ, woraus folgt, dafs das positive θ im Allgemeinen zwischen 0 und $+\infty$ fällt. Da aber die Gröfse θ immer nur ein eigentlicher Bruch seyn soll, so fällt θ zwischen 0 und $+1$. Ja selbst diese Gränzen sind hier noch zu weit, weil $\theta = +1$ gibt $\triangle' = p' = p'' = 0$. Da nämlich auch $\frac{\theta(\theta - 1)}{1 - 2\theta}$ negativ seyn soll, so darf θ nicht zwischen $+\frac{1}{2}$ und $+1$ fallen, weil $\frac{\theta(\theta - 1)}{1 - 2\theta}$ inerhalb diesen Werthen von θ positiv wird. Es mufs daher θ zwischen die Gränzen θ und $+\frac{1}{2}$ fallen.

Bey dieser Rücksicht auf den farbigen Rand ist also für die Doppeloculare der zweyten Gattung, der für das gröfstmögliche Gesichtsfeld gehörige Fall $\theta = -1$ ganz unanwendbar, oder, wenn man bey diesem Oculare die Farbenzerstreuung aufheben will, so kann diefs nun auf Kosten des Gesichtsfeldes geschehen, und man wird sich, wenn man jenen Zweck nicht vernachlässigen will, oft mit einem sehr kleinen Gesichtsfelde begnügen müssen.

I. Erste Art. $\theta = \frac{1}{4}$

Dieser Werth von θ gibt (S. 299)

$$p' = \frac{3p(1 - 4m)}{16m(m - 1)} \qquad a' = -\frac{p}{4m}$$

$$p'' = \frac{3p(1 - 4m)}{m(1 + 8m)} \qquad \alpha' = -\frac{3p(1 - 4m)}{4m(1 + 8m)}$$

$$\triangle = -\frac{p(1 - 4m)}{4m} \qquad \triangle' = \frac{9p(1 - 4m)}{4m(1 + 8m)}$$

Ex. I. $\theta = \frac{1}{4}$, $p = 70$, $m = -26$, $z' = 1$ gibt

$p' = 1.963$, $a' = 0.673$, $\triangle = 70.673$,

$p'' = 4.097$, $\alpha' = -1.024$, $\triangle' = 3.073$,

$$\omega' = \frac{z'}{4} = \frac{1}{4},\ \omega'' = \theta\,\omega' = \frac{1}{16},\ z'' = p''\,\omega'' = 0.256,$$

$$\varphi = \frac{3438\,(\omega'' - \omega')}{m - 1} = 23.87 \text{ Minuten.}$$

also φ viel kleiner als im Ex. I. S. 301.

Ist m grofs, so ist

$$p' = \frac{p\,(\theta - 1)}{m} \text{ und } p'' = \frac{p\,(\theta - 1)}{m\,(1 - 2\theta)},$$

also $\frac{p'}{p''} = 1 - 2\theta$, und daher immer $p' < p''$, so lange $\theta < \frac{1}{2}$ ist. Solche Doppeloculare aber, für die $p' < p''$ ist, kennt weder Dollond noch Fraunhofer, noch sonst einer der vorzüglichsten Künstler, weil sie in der That den vorhergehenden in Beziehung auf die Ausübung weit nachstehen, und man sich immer eine kleine, meistens ohnehin unmerkbare Farbenzerstreuung gefallen lassen wird, um nur das Gesichtsfeld nicht zu sehr zu verkleinern.

II. In allen Vorhergehenden (seit S. 286) wurde übrigens die Gröfse $A = \frac{a'}{\alpha'}$ negativ angenommen, d. h. es wurde vorausgesetzt, dafs zwischen den drey Linsen des Fernrohrs nur ein einziges wahres Bild sey. Ist aber A eine positive Gröfse, so hat man, da $\alpha = p$ und $a'' = p''$ positiv angenommen wurden, zwey wahre Bilder, und die hierzu entwickelten Gleichungen sind

$$\varphi = \frac{\omega'\,(\theta - 1)}{m - 1},\ m = \frac{p}{p''\,A},$$

$$p + a' = \frac{p'\,\omega'}{\varphi},\ p' = \frac{a'\,\alpha'}{a' + \alpha'}.$$

Die erste und dritte dieser Gleichungen gibt

$$p + a' = \frac{p'\,(m - 1)}{\theta - 1}$$

Da nun m eine positive Gröſse ist, weil das letzte oder zweyte Bild aufrecht ist (Seite 197) und da auch p′, so wie $p + a'$ positiv ist, so muſs auch $(\theta - 1)$ und daher auch θ selbst positiv und gröſser als 1 seyn. Dieser Umstand macht, daſs bey allen Fernröhren dieser Art (mit drey Linsen und zwey wahren Bildern) das Gesichtsfeld immer sehr klein ist. Ferner ist der Halbmesser der Kugelabweichung (S. 211).

$$R = \frac{m\,x^3}{4\,\alpha^3}\left\{\mu\,\lambda + \mu' \,\frac{p'\,(A+1)^2}{A^4\,\alpha}\,[\lambda'(A+1)^2 + \nu' A] + \frac{\mu''\,\lambda''}{A^3\,m}\right\}$$

und da hier alle mit μ, μ' und μ'' multiplicirten Gröſsen durchaus positiv sind, so kann R nie ganz verschwinden, und es bleibt, um wenigstens den Werth von R sehr klein zu machen, kein anderes Mittel, als die Gröſse $\alpha = p$ sehr groſs zu nehmen, wodurch also auch die Länge des Fernrohrs sehr groſs und zum Gebrauche sehr unbequem würde. Endlich hat man zur Vernichtung des farbigen Randes die Bedingungsgleichung (S. 299 I.)

$$\frac{p''}{\alpha'} + \frac{1}{\theta} = 0,$$

der nicht genug geschehen kann, da alle Gröſsen p'', α' und θ positiv sind. Aus diesen Gründen müssen also alle Fernröhre mit drey Linsen und zwey wahren Bildern als unbrauchbar für die Ausübung verworfen werden.

Ist aber A negativ, wie bey allen vorhergehenden Ocularen, so ist die Gleichung $R = 0$ allerdings möglich, und man sieht zugleich aus dem gegebenen Ausdrucke für R, daſs die beyden letzten in μ' und μ'' multiplicirten Theile desselben (die von den beyden Ocularen kommen) im Allgemeinen immer viel kleiner sind, als der erste in μ multiplicirte Theil, der die Kugelabweichung des Objectivs enthält, so daſs es in den meisten Fällen hinreichend ist, nur diesen ersten und beträchtlichsten Theil durch das Doppelobjectiv wegzubringen. Auch wird die Kugelabweichung der beyden Oculare noch dadurch sehr vermindert, daſs man die Linsen derselben planconvex macht, und bey beyden die ebenen Flächen derselben dem Auge zukehrt, durch welche Stellung (nach S. 228) die Kugelabweichung der Linse sehr nahe die kleinstmögliche wird.

§. 19.

Um endlich auch die allgemeine Methode der S. 208 auf dieses Problem der Bestimmung eines Fernrohres von drey Linsen anzuwenden, wollen wir, um das Gesichtsfeld so grofs als möglich zu erhalten, $\omega'' = -\omega'$ annehmen, wodurch man erhält:

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m-1} = -\frac{2\,\omega'}{m-1}.$$

Setzt man dann, wie S. 208

$$A = \frac{\alpha'}{a'},\ B = \frac{\alpha}{a'} \text{ und } B' = \frac{\alpha'}{a''},$$

und nimmt man zuerst auf den farbigen Rand keine weitere Rücksicht, so gehen die Gleichungen (I.) der S. 210 in folgende zwey über

$$\left.\begin{aligned} m &= B\,B' \\ \frac{A}{A+1} &= -\frac{2\,(B+1)}{m-1} \end{aligned}\right\} \ldots (I.)$$

Aus diesen Gleichungen folgt, wenn man B unbestimmt seyn läfst

$$A = -\frac{2\,(B+1)}{m+2B+1} \text{ und } B' = \frac{m}{B}.$$

Mit diesen Werthen von A und B′ erhält man nach den Gleichungen der S. 208 für die Bestimmungsstücke des Fernrohres folgende Ausdrücke:

$$p' = -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{(m-1)\,B},\ \Delta = \frac{(B+1)\,\alpha}{B},\ a' = \frac{\alpha}{B},$$

$$p'' = -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{m\,(m+2B+1)},\ \Delta' = -\frac{2\,(B+m)\,(B+1)\,\alpha}{m\,B\,(m+2B+1)},$$

$$\alpha' = -\frac{2\,(B+1)\,\alpha}{B\,(m+2B+1)}.$$

I. Fällt das einzige wahre Bild für die Oculare der ersten Gattung zwischen die zweyte und dritte Linse, so ist B negativ, B′ positiv und m negativ. Diefs vorausgesetzt, folgt aus dem vor-

ergehenden Ausdrucke von

$$\Delta = \left(\frac{1}{B} + 1\right) \alpha,$$

dafs das negative B > 1 seyn mufs. Ist z. B. B $= - \infty$, so erhält man aus den letzten Gleichungen

$$p' = - \frac{2\,\alpha}{m - 1},\ \Delta = \alpha$$

$$p'' = - \frac{\alpha}{m},\ \Delta' = - \frac{\alpha}{m}$$

oder die zweyte Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden andern (S. 291).

Ist eben so für ein zweytes Beyspiel $B = m$, so erhält man für die Construction des Fernrohrs

$$p' = - \frac{2\,(m + 1)\,\alpha}{m\,(m - 1)},\ \Delta = \frac{(m + 1)\,\alpha}{m},\ a' = \frac{\alpha}{m}$$

$$p'' = - \frac{2\,(m + 1)\,\alpha}{m\,(3\,m + 1)},\ \Delta' = - \frac{4\,(m + 1)\,\alpha}{m\,(3m + 1)} = 2\,p'',$$

$$\alpha' = - \frac{2\,(m + 1)\,\alpha}{m\,(3\,m + 1)} = p'',$$

oder das wahre Bild fällt genau in die Mitte zwischen II und III (S. 292).

II. Fällt aber das wahre Bild für die Oculare der zweyten Gattung zwischen I und II., so ist B positiv, B′ und m aber negativ, also auch, wie die Gleichungen von Nr. I. zeigen, das positive B gröfser als m.

Ist z. B. $B = \frac{9 - 11\,m}{2}$, so hat man:

$$p' = \frac{22\,\alpha}{9 - 11\,m},\ \Delta = - \frac{11\,(m - 1)\,\alpha}{9 - 11\,m}$$

$$p'' = - \frac{11\,\alpha}{10\,m},\ \Delta' = \frac{99\,(m - 1)\,\alpha}{10\,m\,(9 - 11\,m)}$$

übereinstimmend mit S. 294 I. Eben so erhält man für $B = - m$

$$p' = -\frac{2\alpha}{m},\ \Delta = \frac{(m-1)\alpha}{m}$$

$$p'' = -\frac{2\alpha}{m},\ \Delta' = 0,$$

also sind die Brennweiten der beyden letzten, unmittelbar an einander stehenden Linsen, unter sich gleich.

Eben so gibt endlich $B = \infty$ die Ausdrücke:

$$p' = -\frac{2a}{m-1},\ \Delta = \alpha$$

$$p'' = -\frac{\alpha}{m};\ \Delta' = -\frac{\alpha}{m},$$

oder die zweyte Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte den beyden andern (wie S. 291 und 305 I.)

III. In dem Vorhergehenden wurde auf den farbigen Rand der Gegenstände keine Rücksicht genommen. Nimmt man aber noch die Farbengleichung $0 = B'\omega' + \omega''$ (S. 211) auf, und setzt wieder, um das Gesichtsfeld so groſs als möglich zu machen, $\omega'' = -\omega'$, oder

$$\varphi = -\frac{2\omega'}{m-1},$$

so erhält man nach S. 210 die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{c} m = B B' \\ \frac{A}{A+1} = -\frac{2(B+1)}{m-1} \\ \text{und } 0 = B' - 1 \end{array}\right\} \quad (I')$$

Diese Gleichungen (I′) sind aber von den vorhergehenden (I) nur darin verschieden, daſs hier die Gröſse B' nicht mehr wie dort willkührlich ist, sondern daſs diese Gröſse jetzt den bestimmten Werth $B' = +1$ hat.

Wir haben daher $B' = 1$, und $B = m$, oder

$$\frac{A}{A+1} = -\frac{2(m+1)}{m-1} \text{ oder } A = -\frac{2(m+1)}{3m+1},$$

und mit diesem Werthe von A, B und B′ erhält man nach S. 208 für die Bestimmung des Fernrohres die Ausdrücke:

$$p' = -\frac{2(m+1)\alpha}{m(m-1)},\ \Delta = \frac{(m+1)\alpha}{m}$$

$$p'' = -\frac{2(m+1)\alpha}{m(3m+1)},\ \Delta' = -\frac{4(m+1)\alpha}{m(3m+1)},$$

übereinstimmend mit S. 306 I. (Vergl. §. 7, 12, 17).

Da übrigens hier B negativ und B′ positiv ist, so fällt das einzige wahre Bild des Fernrohres zwischen II und III. Sollte aber das wahre Bild zwischen I und II fallen, so müſste B positiv und B′ negativ seyn, was unmöglich ist, da nach dem Vorhergehenden die Gröſse B′ positiv seyn, und den bestimmten Werth haben muſs $B' = +1$, wenn anders das Gesichtsfeld das möglich gröſste seyn, und überdieſs der farbige Rand der Gegenstände gehoben werden soll (Vergl. S. 301). Wollte man auf das Maximum des Gesichtsfeldes Verzicht leisten, und dafür die Farbengleichung berücksichtigen, so setze man $\omega'' = -\theta\omega'$, wo θ einen eigentlichen Bruch bezeichnet, da ω' der gröſste von den beyden Factoren ω' und ω'' seyn soll. Diese Voraussetzung gibt

$$\varphi = \frac{\omega'' - \omega'}{m-1} = -\frac{(\theta+1)\omega'}{m-1}.$$

Die Farbengleichung aber ist

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'},\ \text{oder}$$

$$B' = \theta.$$

Für die Oculare der ersten Gattung ist B′ positiv, also auch θ positiv, und es ist kein Grund da in der Gleichung

$$\varphi = -\frac{(\theta+1)\omega'}{m-1}$$

die positive Gröſse θ einem eigentlichen Bruche gleich zu setzen, da wir, wie wir früher gesehen haben, selbst mit Berücksichtigung der Farben $\theta = +1$ setzen konnten, wodurch wir das gröſstmögliche Gesichtsfeld erhielten, welches wir daher durch ein klei-

neres θ ganz ohne Noth verkleinern würden. Für die Oculare der zweyten Art aber, wo das wahre Bild zwischen I und II fällt, ist B' negativ, also auch, da $B' = \theta$ ist, die Gröſse θ negativ, und daher das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = -\frac{(\theta + 1)\,\omega'}{m - 1}$$

nicht einmal so groſs, als es für ein bloſses einfaches Ocular seyn würde, wo es (S. 197 XII) gleich

$$\varphi = \frac{\omega'}{m + 1}$$

ist, so daſs daher bey den Ocularen der zweyten Art die Verkleinerung des Gesichtsfeldes, die aus der Rücksicht für den farbigen Rand entsteht, viel zu beträchtlich ist, als daſs jene Rücksicht nicht besser gänzlich vernachlässigt werden sollte. — Noch kann bemerkt werden, daſs die Linsen der Oculare gewöhnlich planconvex sind, weil (nach Cap. III. S. 228) diese Gattung von Linsen eine viel kleinere Kugelabweichung hat, als die auf beyden Seiten gleich gekrümmten oder die gleichseitigen Linsen.

SECHSTES KAPITEL.

Fernröhre mit vier Linsen.

§. 1.

Da für Fernröhre mit vier Linsen die Anzahl der Gröſsen a, α, p, $\triangle$ bereits gröſser zu werden beginnt, um die Verschiedenheit der Einrichtungen dieser Fernröhre unmittelbar aus den Grundgleichungen derselben (S. 193) abzuleiten, und um die Endformeln bequemer übersehen zu können, so wollen wir hier die in S. 215 gegebene allgemeine Methode anwenden.

Da man für vier Linsen $A'' = \alpha''' = \infty$ und $a''' = p'''$, so wie $\alpha = p$ hat, so gehen die erwähnten Gleichungen in folgende über:

$$a' = \frac{p(A+1)\varphi}{A\omega' - (A+1)\varphi}, \qquad \alpha' = \frac{pA(A+1)\varphi}{A\omega' - (A+1)\varphi}$$

$$a'' = \frac{pA(A'+1)\varphi}{A'\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)}, \qquad \alpha'' = \frac{pAA'(A'+1)\varphi}{A'\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)}$$

$$p' = \frac{pA\varphi}{A\omega' - (A+1)\varphi}, \qquad p'' = \frac{pAA'\varphi}{A'\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)}$$

$$p''' = \frac{pAA'\varphi}{\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi}$$

$$\triangle = \frac{pA\omega'}{A\omega' - (A+1)\varphi},$$

$$\triangle' = \frac{pA\varphi\,[A'(A+1)\,\omega'' - (A'+1)\,\omega']}{[A\omega' - (A+1)\varphi]\,[A'\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)]}$$

$$\triangle'' = \frac{pAA'\varphi\,[(A'+1)\,\omega''' - \omega'']}{[A'\omega'' - (A'+1)(\omega' - \varphi)]\,[\omega''' - \omega'' + \omega' - \varphi]}$$

ferner hat man für die Vergrößerung

$$m = \frac{\alpha' \alpha'' p}{a' a'' p'''}$$

und für den Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p'''^2 \omega'''}{p A A' \varphi}.$$

Dabey sollen die Bedingungen erfüllt werden, daſs Δ, Δ', Δ'' und k positive Gröſsen sind, und daſs

$$\omega' > (A+1)\frac{x}{pA},\ \omega'' > (A'+1)\frac{x}{pAA'} \text{ und } \omega''' > \frac{x}{pAA'} \text{ ist.}$$

Die Voraussetzung des farbigen Randes endlich gibt

$$0 = \omega' + \frac{a''\omega''}{a'A} + \frac{p'''\omega'''}{a'AA'}.$$

Es gibt also hier eine sehr groſse Anzahl besonderer Fälle, je nachdem man den Gröſsen A, A', und ω' ω'' ω''' verschiedene Werthe beylegt. Da aber die Aufzählung und besondere Betrachtung aller dieser Fälle sehr weitläufig und ermüdend seyn würde, so wird es genügen, nur einige der vorzüglichsten hier näher anzugeben.

§. 2.

Nehmen wir, um ein groſses Gesichtsfeld zu erhalten, an $\omega' = q\omega$, $\omega'' = \omega$ und $\omega''' = -\omega$, so hat man

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1} = \frac{(q-2)\omega}{m+1}.$$

Ist daher

$$\varphi = r\omega \text{ oder } r = \frac{q-2}{m+1},$$

so geben die Gleichungen S. 217

$$p' = \frac{A r \alpha}{A q - (A+1) r},\ p'' = \frac{A A' r \alpha}{A' - (A'+1)(q-r)},\ p''' = \frac{A A' r \alpha}{q-2-r}$$

und

$$\Delta = \frac{A q \alpha}{A q - (A+1) r}$$

$$\Delta' = \frac{A r \alpha [A'(A+1) - (A'+1) q]}{[A q - (A+1) r][A' - (A'+1)(q-r)]}$$

$$\Delta'' = \frac{A A' r \alpha [A'+2]}{[A' - (A'+1)(q-r)][r+2-q]}.$$

und für den Ort des Auges

$$k = \frac{p'''}{r+2-q}$$

Aus den vorhergehenden Gleichungen folgt:

Ist $\frac{A}{A+1} > 1$, so ist $\frac{A'}{A'+1}$ positiv und

ist $\frac{A}{A+1} < 1$, so ist $\frac{A'}{A'+1}$ negativ.

Die Farbengleichung aber ist

$$o = \frac{(A+1) q}{A q - (A+1) r} + \frac{A'+1}{A' - (A'+1)(q-r)} + \frac{1}{2+r-q}$$

I. Setzt man ferner noch $q = n r$ also auch

$$r = \frac{2}{n-m-1}$$

und wie zuvor

$$r = \frac{q-2}{m+1} \text{ und } \varphi = r \omega,$$

so sind die vorhergehenden Gleichungen

$$p' = \frac{A \alpha}{A n - (A+1)}, \quad p'' = \frac{A A' r \alpha}{A' - (A'+1)(n-1) r}$$

$$p''' = \frac{A A' r \alpha}{(n-1) r - 2},$$

$$\Delta = \frac{A n \alpha}{A n - (A+1)}$$

$$\Delta' = \frac{A \alpha [A'(A+1) - (A'+1) n r]}{[A n - (A+1)][A' - (A'+1)(n-1) r]}$$

$$\Delta'' = \frac{A A' r \alpha (A' + 2)}{[A' - (A' + 1)(n - 1) r][2 - (n - 1) r]}$$

$$\text{und } K = \frac{p'''}{2 - (n - 1) r.}$$

Die Farbengleichung aber ist

$$0 = \frac{(A + 1) n}{A n - (A + 1)} + \frac{A' + 1}{A' - (A' + 1)(n - 1) r} + \frac{1}{2 - (n - 1) r}$$

oder

$$\frac{A}{A + 1} = \frac{1}{n} - \frac{[A' - (A' + 1)(n - 1) r][2 - (n - 1) r]}{A' + 2 (A' + 1)[1 - (n - 1) r]}$$

ist aber $\frac{A}{A + 1} < 1$, so ist auch

$$\frac{n - 1}{n} > \frac{[(A' + 1)(n - 1) r - A'][2 - (n - 1) r]}{A' + 2 (A' + 1)[1 - (n - 1) r]}$$

Da aber r eine gegen die Einheit nur kleine Gröſse seyn kann, so erhält man, wenn man sie in der letzten Gleichung ganz wegläſst

$$\frac{n - 1}{n} > - \frac{2 A'}{A' + 2 (A' + 1)}$$

woraus folgt, daſs

$$- \frac{A'}{A' + 1} < \frac{2 (n - 1)}{3 n - 1} \text{ seyn muſs.}$$

§. 3.

Betrachten wir einige besondere Fälle für n näher.

I. Fall. Sey $n = 2$, $A' = - \frac{1}{5}$ und $m = - 15$, so ist

$$r = \frac{2}{1 - m} = \frac{1}{8}$$

und die vorhergehende Gleichung für $\frac{A}{A + 1}$ gibt

$$\frac{A}{A + 1} = \frac{1}{2} + \frac{15}{32} = \frac{31}{32}.$$

Da aber dieser Werth so nahe an der Einheit is, so würden dadurch die Distanzen $\triangle$, $\triangle'$, $\triangle''$ sehr grofs, also auch die Länge des Fernrohres sehr unbequem werden.

II. Fall. Nehmen wir daher $n = 5$ und $m = -28$ so ist $r = \frac{1}{16}$ und die vorhergehenden Gleichungen geben

$$p' = \frac{A\alpha}{4A-1}, \quad \triangle = \frac{5A\alpha}{4A-1}$$

$$p'' = \frac{AA'\alpha}{4(3A'-1)}, \quad \triangle' = \frac{A\alpha[A'(A+1) - \frac{5}{16}(A'+1)]}{(4A-1)[A' - \frac{1}{4}(A'+1)]}$$

$$p''' = -\frac{AA'\alpha}{28}, \quad \triangle'' = \frac{AA'(A'+2)\alpha}{7(3A'-1)}.$$

und hier mufs man haben

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1}{5} - \frac{7(3A'-1)}{8(5A'+3)} \text{ und}$$

$$\frac{A'}{A'+1} < -\frac{4}{7} \text{ oder } A' < -\frac{4}{11}.$$

Nehmen wir daher für das Ex. I. dieses zweyten Falles an

$$A' = -\frac{1}{5} \text{ und } A = 9,$$

so hat man

$$p' = \frac{9\alpha}{35}, \quad p'' = \frac{9\alpha}{32}, \quad p''' = \frac{9\alpha}{140},$$

$$\triangle = \frac{9\alpha}{7}, \quad \triangle' = \frac{81\alpha}{56}, \quad \triangle'' = \frac{81\alpha}{280},$$

und eben so gibt ein zweytes Exempel, in welchem $A' = -\frac{1}{9}$ und $A = 2$ ist, folgende Ausdrücke für die Construction des Fernrohres

$$p' = \frac{2\alpha}{7}, \quad p'' = \frac{\alpha}{24}, \quad p''' = \frac{\alpha}{126},$$

$$\triangle = \frac{10\alpha}{7}, \quad \triangle' = \frac{11\alpha}{21}, \quad \triangle'' = \frac{17\alpha}{378}.$$

Noch kleinere Werthe der negativen Gröſse A′ aber würden die Brennweite, also auch die Oeffnung der letzten oder der vierten Linse zu klein geben.

III. Fall. Nehmen wir einen noch gröſseren Werth von n, wodurch das Gesichtsfeld kleiner wird, z. B. n = 9 und m = — 28 an, so hat man

$$r = \frac{2}{8 - m} = \frac{1}{18}$$

und daher

$$p' = \frac{A\alpha}{8A - 1}, \quad p'' = \frac{AA'\alpha}{10A' - 8},$$

$$p''' = - \frac{AA'a}{28},$$

$$\triangle = \frac{9A\alpha}{8A - 1}, \quad \triangle' = \frac{4\alpha[A'(A + 1) - \frac{1}{2}(A' + 1)]}{(8A - 1)[A' - \frac{4}{9}(A' + 1)]},$$

$$\triangle'' = \frac{AA'(A' + 2)\alpha}{28[A' - \frac{4}{9}(A' + 1)]}.$$

Als besonderes Exempel dieses dritten Falles sey $A' = -\frac{1}{16}$ und A = 7 so hat man

$$p' = \frac{7\alpha}{55}, \quad p'' = \frac{7\alpha}{138}, \quad p''' = \frac{\alpha}{64},$$

$$\triangle = \frac{63\alpha}{55}, \quad \triangle' = \frac{651\alpha}{2530}, \quad \triangle'' = \frac{93\alpha}{1472}.$$

Noch kleinere Werthe von A′ würden aber, wie zuvor, die zwey letzten Linsen zu klein machen. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daſs, wenn man n vergröſsert, die Länge des Fernrohres, aber auch das Gesichtsfeld verkleinert wird, daſs aber das Gesichtsfeld auch dann noch beträchtlich gröſser ist, als bey gewöhnlichen astronomischen Fernröhren mit zwey Linsen.

§. 4.

Gehen wir wieder zu den Gleichungen der S. 310 zurück, und setzen A = ∞ und A′ = o und $\omega''' = - \omega''$ wegen des grö-

ſseren Gesichtsfeldes. Nimmt man überdieſs $\alpha'' = p''$, so daſs die Strahlen auf die dritte Linse parallel auffallen, so geben jene Gleichungen

$$a' = \frac{p\varphi}{\alpha'-\varphi},\quad \alpha' = \infty,\quad a'' = -\infty,$$

$$p' = \frac{p\varphi}{\alpha'-\varphi}\ \text{(also ist } p' = a'\text{)}.$$

Ferner hat man

$$\alpha'' = -\frac{pAA'\varphi}{\alpha'-\varphi} = -p'AA'.$$

Da aber $\alpha'' = p''$ ist, so hat man $AA' = (\infty.0) = -\frac{p''}{p'}$

und daher auch

$$p'' = \frac{pp''\varphi}{p'(\alpha'-\varphi)}.$$

Diese Gleichung ist also identisch mit der letzten für p', und daher bleibt p'' eine unbestimmte, unserer Willkühr überlassene Gröſse.

Endlich ist $p''' = \frac{pp''\varphi}{p'(2\alpha''-\alpha'+\varphi)}$ und $m = -\frac{pp''}{p'p'''}$

und die beyden letzten Gleichungen geben auch

$$\varphi = -\frac{(2\alpha''-\alpha')}{m+1}.$$

Da $\alpha = p$ und $a''' = p'''$ positiv angenommen wird, und die vorhergehenden Gleichungen a' und $\alpha'' = p''$ positiv geben, so fällt zwischen die I. und II., so wie zwischen die III. und IV. Linse ein wahres Bild. Da ferner a'' negativ gefunden wurde, so fällt zwischen II und III kein wahres Bild. Aus diesen Ursachen gehört dieses Fernrohr mit vier Linsen und zwei wahren Bildern, nach der alten Eintheilung (S. 207) zu den sogenannten terrestrischen Fernröhren der dritten Klasse.

Ferner geben die Gleichungen S. 310 für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = \frac{p\,\omega'}{\omega' - \varphi},\ \Delta' = \frac{p'\,\omega' + p''\,\omega''}{\omega' - \varphi},\ \Delta'' = \frac{2\,p\,p''\,\omega''\,\varphi}{p'\,(\omega' - \varphi)\,(2\,\omega'' - \omega' + \varphi)}$$

Es war aber

$$\omega' = \frac{(p + p')\,\varphi}{p'} \text{ und } \omega'' = \frac{p''\,(p + p')\,\varphi}{p'\,(p'' - p''')}$$

$$\text{und } \omega' - \varphi = \frac{p\,\varphi}{p'}$$

also ist auch

$$\Delta = p + p',\ \Delta' = \frac{p'\,(p + p')}{p} + \frac{p''^2\,(p + p')}{p\,(p'' - p''')}$$

$$\Delta'' = p'' + p'''$$

I. Wir haben also folgende Ausdrücke:

$$m = -\frac{p\,p''}{p'\,p'''},\ p' = \frac{p\,\varphi}{\omega' - \varphi},$$

$$\varphi = -\frac{2\,\omega'' - \omega'}{m + 1} \text{ und } 0 = \omega' - \omega'' + \frac{p'''\,\omega''}{p''}$$

wo die letzte Gleichung die Bedingung des farbenlosen Randes enthält.

II. Ist daher m und p gegeben, so geben die vier Gleichungen in (I) die Bestimmungen des Fernrohrs. Eliminirt man nämlich die zwey Gröſsen φ und ω'' aus den letzten drey Gleichungen (I), so hat man

$$m + 1 = -\frac{(p + p')\,(p'' + p''')}{p'\,(p'' - p''')}$$

Aber die erste jener Gleichungen gibt

$$p''' = -\frac{p\,p''}{p'\,m}, \text{ also ist auch}$$

$$p' = \frac{p}{m + \sqrt{2\,m\,(m + 1)}}$$

wodurch p' bestimmt wird.

Von den beyden übrigen Brennweiten p'' und p''' bleibt,

wie wir gesehen haben, eine unbestimmt. Nimmt man daher $p'' = \theta p'$ so ist auch

$$p''' = -\frac{\theta p}{m},$$

und dann hat man für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = p + p', \quad \Delta' = \frac{p'(p+p')}{p(p+p'm)} \cdot [m p'(\theta + 1) + p]$$

$$\text{und } \Delta'' = \frac{\theta}{m}(p'm - p)$$

Eliminirt man aber aus den zweyten und dritten der Gleichungen (I) die Grösse φ, so ist

$$\omega' = \frac{2\omega''(p+p')}{p - p'm}$$

und wenn man diesen Werth von ω' in der dritten jener Gleichungen substituirt,

$$\varphi = \frac{2\omega'' p'}{p - p'm}$$

wodurch das halbe Gesichtsfeld φ gegeben wird.

Für die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist endlich

$$k = \frac{\omega''' p'''}{m\varphi} = \frac{\theta p (p+p')}{m(p+p'm)} = \frac{\theta p}{m}\sqrt{\frac{m+1}{2m}}.$$

III. Haben die beyden letzten Linsen gleiche Brennweiten, so ist $m = -\frac{p}{p'}$, und man sieht dann den Gegenstand, wie durch ein einfaches Sternrohr mit zwey Linsen, aber aufrecht.

Haben die beyden mittleren Linsen gleiche Brennweiten, so ist $m = -\frac{p}{p'''}$ wie bey einem einfachen Sternrohr, welches aus den beyden äufsersten Linsen zusammen gesetzt ist. Sind endlich die drey letzten Linsen unter sich gleich, so ist $m = -\frac{p}{p'}$ wie in dem ersten Falle.

Exempel. Sey $m = -50$ und $\alpha = p = 72$ Zolle, so erhält man für $\theta = 1$

$$p' = 3.6,\ p'' = \theta p' = 3.6,\ p''' = -\frac{\theta p}{m} = 1.44.$$

$$\Delta = p + p' = 75.6,\ \Delta'' = p'' + p''' = 5.04.$$

$$k = 1.008 \text{ und wenn } \omega'' = \frac{1}{4} \text{ ist},\ \varphi = 24.56 \text{ Min.}$$

§. 5.

Die früheren Künstler nahmen für das in §. 4 betrachtete Fernrohr die Brennweiten der drey letzten Linsen unter sich gleich an, und stellten sie auch in gleiche Entfernungen von einander, so daſs $\Delta = \Delta'' = 2\,p'$ war.

Nach dieser Voraussetzung ist

$$p' = p'' = p''',\ \alpha = p,\ a' = a''' = \alpha'' = p' \text{ und } a' + a'' = 2\,p'$$

und endlich, wie zuvor, $\omega''' = -\omega''$. Man erhält also die Gleichungen

$$m = -\frac{p}{p'},\ \omega' = \left(1 + \frac{p}{p'}\right)\varphi \text{ und } \varphi = -\frac{2\,\omega'' - \omega'}{m+1}.$$

Die beyden letzten geben durch die Elimination von φ,

$$\omega' = \frac{2\,\omega''(p + p')}{p - m\,p'} = \omega''\frac{(m-1)}{m}.$$

Ist daher

$$\omega'' = \frac{1}{4} \text{ so ist } \omega' = \frac{m-1}{4\,m}$$

und man hat zur Bestimmung des Fernrohrs die Gleichungen

$$p' = p'' = p''' = -\frac{p}{m},\ \varphi = \frac{1}{4\,m} \text{ und } k = -\frac{\omega''\,p'}{m\,\varphi} = -\frac{p}{m}.$$

In unserem letzten Beyspiele ist

$$m = -50,\ p = 72,\ \omega'' = \frac{1}{4}$$

also ist auch

$$p' = p'' = p''' = 1.44 \text{ und } \varphi = 17.18 \text{ Min.}$$

Die vorhergehende Einrichtung §. 4 ist daher den gegenwärtigen vorzuziehen, weil jene ein größeres Gesichtsfeld gibt, und zugleich den farbigen Rand aufhebt.

§. 6.

Für ein nach §. 4 construirtes, aber mit einem Doppelobjective versehenes Fernrohr hat man, wenn man $\alpha = p = \frac{m}{2}$ nimmt (S. 317)

$$p' = \frac{\frac{1}{2} m}{m + \sqrt{2m(m+1)}} \text{ und } p'' = \theta p', \; p''' = \frac{\theta}{2}$$

und für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = p + p', \; \Delta'' = p'' + p'''.$$

Ferner für den Ort des Auges

$$k = \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{m+1}{m}}$$

und endlich für das halbe Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{1719}{m\left(1 + \frac{1}{2p'}\right)} \text{ Min.}$$

Ex. Ist $m = -50$ und $\theta = 1$, so hat man $p = 25$, $p' = 1.25$ $p'' = 1.25$ und $p''' = \frac{1}{2}$. Die Intervalle der Linsen sind $\Delta = 26.25$ und $\Delta'' = 1.75$, ferner $k = 0.35$ und $\varphi = 24.56$ Min. Also beträgt, wenn Δ' eben so groß wie in §. 4 ist, die Länge des Fernrohrs hier noch nicht den dritten Theil von jener, wo das Objectiv einfach war.

§. 7.

Um bey dem Fernrohr des §. 4 auch die Farbenabweichung in der Axe wegzubringen, hat man

$$d\varphi = \left(\frac{1}{p} + \frac{a'^2}{\alpha^2 p'} + \frac{a'^2 a''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 p''} + \frac{a'^2 a''^2 a'''^2}{\alpha^2 \alpha'^2 \alpha''^2 p'''}\right) \frac{\alpha \alpha' \alpha'' x}{a' a'' a'''} dn.$$

Es war aber

$$a' = p', \quad \alpha = p \text{ und } \frac{a''}{\alpha'} = -1 \text{ so wie } \theta = \frac{p''}{p'}$$

$$a''' = p''', \quad \alpha'' = p''$$

also ist jene Gleichung

$$d\varphi = \left(1 + \frac{p'}{p} + \frac{p'}{p\theta} - \frac{1}{m\theta}\right) \frac{mx}{p}$$

$$\text{oder da } \frac{p'}{p} = -\frac{p''}{mp'''} \text{ ist.}$$

$$d\varphi = \left(m - \frac{p''}{p'''} - \frac{p''}{p'''\theta} - \frac{1}{\theta}\right) \frac{x}{p}$$

Es wird daher, um $d\varphi$ sehr klein zu machen, die willkührliche Gröſse θ so anzunehmen seyn, daſs die von den beyden letzten Linsen erzeugte Farbenabweichung, oder daſs die Gröſse $\frac{p''}{p'''\theta} + \frac{1}{\theta}$ sehr klein werde, wo daher θ wenigstens nicht kleiner als die Einheit seyn darf.

I. Eben so erhält man für die Kugelabweichung, wenn man $\alpha' = +\infty$ und $a'' = -\infty$ setzt, wie wir oben angenommen haben, für gleichartige Linsen

$$R = \frac{\mu m \lambda x^3}{4p^3} \left(1 + \frac{p'}{p} + \frac{p'}{p\theta^3} - \frac{1}{m\theta^3}\right) \text{ oder}$$

$$R = \frac{\mu \lambda x^3}{4p^3} \left(m - \frac{p''}{p'''} - \frac{p''}{p'''\theta^3} - \frac{1}{\theta^3}\right)$$

von welchem Ausdrucke daher dieselbe Bemerkung, wie von dem für $d\varphi$ gilt.

§. 8.

Um aber auch zu zeigen, wie man, ohne der allgemeinen Methode der S. 215, bloſs durch die einfachen Fundamentalglei-

ehungen der S. 197 die Fernröhre dieser Art behandeln könne, so hat man nach den letzterwähnten Gleichungen für Fernröhre von vier Linsen die Ausdrücke

$$m = \frac{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}{a'\ a''\ a'''},$$

$$p'\ \omega' = (\alpha + a')\ \varphi$$

$$p''\ \omega'' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'}{a'} - a''\right)\ \varphi + a''\ \omega'$$

$$p'''\ \omega''' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'\ \alpha''}{a'\ a''} + a'''\right)\ \varphi + a'''\ (\omega'' - \omega')$$

und wenn der farbige Rand gehoben werden soll

$$o = \omega' + \frac{a''\ \omega''}{\alpha'} + \frac{a''\ a'''\ \omega'''}{\alpha'\ \alpha''}.$$

In diesen Gleichungen ist m eine an sich negative Gröſse, und statt der vierten kann man (da $a''' = p'''$ ist) folgende nehmen:

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m + 1}.$$

Setzen wir voraus, daſs $\omega''' = \omega'$ und $\omega'' = -\omega'$ ist, so gehen jene Gleichungen in folgende über:

$$m = \frac{p\ \alpha'\ \alpha''}{p'''\ a'\ a''}$$

$$p'\ \omega' = (p + a')\ \varphi$$

$$-p''\ \omega' = \left(\frac{\alpha\ \alpha'}{a'} - a''\right)\ \varphi + a''\ \omega'$$

$$\varphi = \frac{3\ \omega'}{m + 1}$$

$$o = 1 - \frac{a''}{\alpha'} + \frac{a''\ p'''}{\alpha'\ \alpha''}.$$

Verbindet man mit diesen Gleichungen noch die beyden folgenden

$$p' = \frac{a' \alpha'}{a' + \alpha'} \text{ und } p'' = \frac{a'' \alpha''}{a'' + \alpha''},$$

und nimmt man m, p und ω' als gegeben an, so hat man die acht unbekannten Gröſsen p', p'', p''' und a', a'', α', α'' und φ aus den vorhergehenden sieben Gleichungen zu bestimmen, woraus folgt, daſs eine dieser acht Gröſsen unbestimmt oder unserer Willkühr überlassen bleibt. Nehmen wir also $\alpha' = \theta\, a''$ an, so erhält man, wenn man aus der ersten und fünften jener Gleichungen die Gröſse p''' eliminirt

$$\frac{p}{a'} = -\frac{m(\theta - 1)}{\theta}$$

wodurch a' bestimmt ist, wenn p, m und θ als gegeben betrachtet wird.

Die zweyte und vierte Gleichung aber gibt

$$p' = \frac{3(p + a')}{m + 1},$$

also auch

$$p' = \frac{3p[(m-1)\theta - m]}{m(m+1)(\theta - 1)}.$$

Kennt man so p', so ist, da a' bereits gefunden ist,

$$\alpha' = \frac{a' p'}{a' - p'},$$

woraus α' gefunden wird. Eben so gibt die dritte und vierte jener Gleichungen

$$p'' = -\frac{3p\alpha'}{(m+1)a'} - \frac{a''(m-2)}{(m+1)},$$

woraus p'' bekannt wird. Fährt man so fort, so erhält man folgende Ausdrücke zur Bestimmung des Fernrohrs

$$a' = -\frac{p\theta}{m(\theta - 1)},\quad p' = \frac{3[(m-1)\theta - m]p}{m(m+1)(\theta - 1)},$$

$$\alpha' = \frac{3\theta p[(m-1)\theta - m]}{m(\theta - 1)[(4m-2)\theta - 3m]},\quad \frac{p''}{a''} = \frac{3m(\theta-1)-(m-2)}{(m+1)}$$

$$\text{und } a'' = \frac{\alpha'}{\theta},$$

$$\frac{p''}{\alpha''} = \frac{5\,m - 1 - 3\,m\,\theta}{m + 1} \text{ und } \alpha'' = \frac{a''\,p''}{a'' - p''},$$

so daſs also durch die vorhergehenden Gleichungen alle Gröſsen p', p'' durch die drey gegebenen m, p und θ ausgedrückt sind.

§. 9.

Verschiedene Annahmen der willkührlichen Gröſse θ werden verschiedene Einrichtungen dieses Fernrohres zur Folge haben. — Nehmen wir z. B. die beyden Gröſsen a' und α'' negativ an, so wird weder zwischen die beyden ersten noch zwischen die beyden letzten, sondern nur zwischen die zweyte und dritte Linse ein reelles Bild fallen. Aus dieser Ursache wird also das hier zu entwickelnde Fernrohr nach der alten Eintheilung (S. 207) noch zu der zweyten Klasse der astronomischen Fernröhre mit einem Bilde gehören. Da nun α'' negativ, und $\Delta'' = \alpha'' + p'''$ positiv ist, so muſs $p''' > \alpha''$ seyn. Aber unsere fünfte Gleichung gibt

$$\frac{p'''}{\alpha''} = 1 - \frac{\alpha'}{a''}, \text{ oder } \frac{\alpha'' + p'''}{\alpha''} = 2 - \theta,$$

und daher, weil

$$\frac{\alpha'' + p'''}{\alpha''}$$

negativ seyn soll, die Gröſse $\theta > 2$.

I. Sey also für einen besonderen Fall $\theta = \frac{5}{2}$, so gehen die vorhergehenden Gleichungen in folgende über:

$$p' = \frac{(3\,m - 5)\,p}{m\,(m+1)},\quad a' = -\frac{5\,p}{3\,m}$$

$$a'' = \frac{(3\,m - 5)\,p}{m\,(7\,m - 5)},\quad p'' = \frac{(7\,m + 4)\,(3\,m - 5)\,p}{2\,m\,(m+1)\,(7\,m - 5)}$$

$$\alpha' = \frac{5\,p\,(3\,m - 5)}{2\,m\,(7\,m - 5)},\quad \alpha'' = -\frac{(7\,m + 4)\,(3\,m - 5)\,p}{m\,(5\,m + 2)\,(7\,m - 5)}$$

$$p''' = \frac{3\,p\,(7\,m+4)\,(3\,m-5)}{2\,m\,(5\,m+2)\,(7\,m-5)},\ \Delta = p + a'$$

$$\Delta' = a'' + \alpha',\ \Delta'' = p''' + \alpha'',$$

also auch

$$\Delta = \frac{(3\,m-5)\,p}{3\,m},\ \Delta' = \frac{7\,p\,(3\,m-5)}{m\,(14\,m-10)}$$

$$\Delta'' = \frac{(3\,m-5)\,(7\,m+4)\,p}{2\,m\,(7\,m-5)\,(5\,m+2)},$$

und überdieſs

$$\varphi = \frac{3\,\alpha'}{m+1}.$$

Exempel I. Sey $m = 26$, $p = 25.2$ und $\alpha' = \frac{1}{4}$, so hat man

$p' = 2.62$	$p'' = 1.35$	$p''' = 0.84$
$a' = -1.61$	$a'' = 0.40$	
$\alpha' = 1.00$	$\alpha'' = -0.56$	
$\Delta = 23.59$	$\Delta' = 1.40$	$\Delta'' = 0.20$
	und $\varphi = 95.5$ Min.	

Exempel II. Für $m = 60$, $p = 56.9$ und $\alpha' = \frac{1}{4}$ hat man

$p' = 2.72$	$p'' = 1.39$	$p''' = 0.84$
$a' = -1.58$	$a'' = 0.40$	
$\alpha' = 1.00$	$\alpha'' = -0.56$	
$\Delta = 55.32$	$\Delta' = 1.40$	$\Delta'' = 0.28$
	und $\varphi = 42.3$ Min.	

§. 10.

Nehmen wir, um die fünf ersten Gleichungen S. 322, zu welchen noch die beyden

$$\alpha' = \frac{a'\,p'}{a'-p'} \text{ und } \alpha'' = \frac{a''\,p''}{a''-p''}$$

kommen, auf eine andere Art aufzulösen an, daſs die zwey wahren Bilder des Fernrohrs zwischen die zweyte und dritte, und zwischen die dritte und vierte Linse fallen, so daſs also das Fernrohr nach der alten Eintheilung (S. 207) zu den terrestrischen

Fernröhren der dritten Klasse gezählt werden müſste. Da dieser Voraussetzung gemäſs die Gröſse $\frac{\alpha}{a'}$ negativ seyn muſs, und da wir immer $\alpha = p$ positiv annehmen, so muſs a' negativ seyn.

Um das Gesichtsfeld

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m + 1}$$

zu vergröſsern, wollen wir $\omega'' = 0$ setzen, und überdieſs $\omega' = q\,\omega'''$ und $\alpha'' = \theta\, a''$ annehmen, wo q und θ zwey später zu bestimmende Gröſsen bezeichnen. Sey überdieſs $\alpha' = a''$ und bloſs der Kürze wegen

$$B = \frac{p}{a'} \text{ und } B' = \frac{\alpha''}{p'''},$$

so gibt die erste der sieben Gleichungen S. 322

$$m = B\,B'.$$

Da aber $'' = 0$ ist, so gibt die zweyte und fünfte jener Gleichungen

$$q = -\frac{B}{m},$$

und die vierte

$$\varphi = \frac{\omega'''(q + 1)}{m + 1}.$$

Ueberdieſs gibt die zweyte und dritte der angeführten Gleichungen

$$0 = (B + 1)\, a'\, \varphi - p'\, q\, \omega''' \text{ und}$$
$$0 = (B - 1)\, \varphi + q\, \omega''',$$

also auch, wenn man in dem letzten Ausdrucke den vorhergehenden Werth von φ substituirt

$$B^2 = -m.$$

wo m eine an sich negative Gröſse bezeichnet. Es ist daher auch

$$B' = -\frac{m}{B} = \sqrt{-m} \text{ und } q = -\frac{B}{m} = \frac{1}{\sqrt{-m}}, \text{ so wie}$$

$$\varphi = -\frac{\omega'''}{m-\sqrt{-m}},\ a' = -\frac{p}{\sqrt{-m}}\ \text{und}$$

$$p' = \frac{p + a'}{\omega'}\varphi = \frac{(1-\sqrt{-m})\,p}{m-\sqrt{-m}},$$

und der Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse

$$z' = p'\omega' = \frac{(1-\sqrt{-m})\,p\,\omega'''}{m\,(1+\sqrt{-m})}.$$

Dieses vorausgesetzt, ist es sehr leicht, auch die noch übrigen Werthe von a', p'' ... zu finden. Man erhält daher für die Bestimmung des Fernrohrs

$$a' = -\frac{p}{\sqrt{-m}},\ p' = \frac{(1-\sqrt{-m})\,p}{m-\sqrt{-m}}$$

$$\alpha' = \frac{(1-\sqrt{-m})\,p}{2\,m},\ p'' = \frac{\theta\,p}{1+\theta}\cdot\frac{1-\sqrt{-m}}{2\,m}$$

$$a'' = \alpha',\ \alpha'' = \frac{(1-\sqrt{-m})\,p}{2\,m}$$

$$p''' = \frac{\alpha''}{B'} = \frac{(1-\sqrt{-m})\,\theta\,p}{2\,m\sqrt{-m}}$$

und für den Ort des Auges

$$k = \frac{p'''\,\omega'''}{m\,\varphi} = \frac{(m+1)\,\theta\,p}{2\,m^2},$$

so wie für die Länge des ganzen Fernrohrs

$$L = p + a' + \alpha' + a'' + \alpha'' + p''' = \frac{m+1}{m}\left(1 + \frac{\theta}{2\sqrt{-m}}\right)p.$$

Ex. Sey $m = -25$, $p = 20$, $\omega''' = \frac{1}{4}$ und $\theta = 1$, so erhält man

$$a' = -4,\quad p' = \frac{8}{3},\quad k = 0.384$$

$$\alpha' = a'' = \frac{8}{5},\ p'' = \frac{4}{5},\quad L = 25.344$$

$$\alpha'' = \frac{8}{5},\quad p''' = \frac{8}{25},\quad \varphi = 28.65\ \text{Min.}$$

§. 11.

Sey überhaupt $\omega' = \theta\,\omega$, $\omega'' = \omega$ und $\omega''' = -\omega$, also auch

$$\varphi = \frac{\omega''' - \omega'' + \omega'}{m+1} = \frac{(\theta - 2)\,\omega}{m+1},$$

so hat man nach S. 208 und S. 211 die zwey Gleichungen

$$m = B\,B'\,B'' \text{ und } o = \theta + \frac{1}{B'} - \frac{1}{B'\,B''}.$$

Läſst man also die Gröſse B' unbestimmt, so geben diese zwey Gleichungen

$$B'' = \frac{1}{B'\theta + 1} \text{ und } B = \frac{m\,(B'\theta + 1)}{B'},$$

und daher erhält man nach den Gleichungen (I) der S. 210

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B'\,m\,\theta + B' + m)\,(\theta - 2)}{\theta\,(m+1)\,B'}, \text{ also auch}$$

$$A = \frac{(B'\,m\,\theta + B' + m)\,(\theta - 2)}{B'\,m\,\theta\,(3 - \theta) - m\,(\theta - 2) + 2\,B'}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{(B'\,m\,\theta + m - 1)\,(\theta - 2) + \theta\,(m+1)}{m+1}$$

$$A' = \frac{(B'\,m\,\theta + m - 1)\,(\theta - 2) + \theta\,(m+1)}{(m+1)\,(1 - \theta) - (B'\,m\,\theta + m - 1)(\theta - 2)},$$

und diese Ausdrücke von A und A', B und B'' sollen in den Gleichungen der S. 208 substituirt werden, um die gesuchten Werthe von p', p'' und $\triangle$, $\triangle'$ zu erhalten. Diese Werthe werden verschieden seyn, also auch eine verschiedene Anordnung des Fernrohrs geben, je nach der Annahme der willkührlichen Gröſsen θ und B', deren Bestimmung noch unserer freyen Wahl übrig bleibt.

I. Sey z. B. $\theta = -1$, so erhält man

$$\varphi = \frac{3\,\omega}{m+1} \text{ und}$$

$$p' = \frac{3(m - mB' + B')\alpha}{m(m+1)(1-B')}, \quad \triangle = \frac{(m - mB' + B')\alpha}{m(1-B')}$$

$$p'' = \frac{(3mB' + 2 - 4m)p'}{4mB' - 2B' - 3m}, \quad \triangle' = \frac{3(1+B')\triangle}{4mB' - 2B' - 3m}$$

$$p''' = \frac{(m+1)(1-B')p''}{5m - 3mB' - 1}, \quad \triangle'' = \frac{(2-B')(3mB' + 2 - 4m)\triangle'}{(5m - 3mB' - 1)(1+B')}$$

und diese Ausdrücke sind identisch mit denen der S. 324, wenn man dort $\theta = B'$ setzt.

Nimmt man daher in den letzten Ausdrücken $B' = \frac{5}{2}$, so erhält man die Werthe von p', p'', p''' und $\triangle$, $\triangle'$, $\triangle''$, welche in §. 9 gegeben wurden. Da hier

$$B' = \frac{5}{2},\ B'' = -\frac{2}{3} \text{ und } B = -\frac{3m}{5},$$

so fällt das einzig wahre Bild zwischen die zweyte und dritte Linse, und m ist positiv, und eben so könnte man für andere Annahmen von θ und B' auch die meisten der übrigen der in diesem Kapitel betrachteten Fälle darstellen. Bey allen aber müssen die Gröſsen ω oder A so genommen werden, daſs sie den folgenden Bedingungsgleichungen nicht widersprechen.

Ort des Auges hinter der letzten Linse

$$k = \frac{p''' \cdot \omega'''}{\alpha A A' \varphi},$$

eine positive Gröſse, und

$$\omega' > (A+1)\frac{x}{A\alpha},\ \omega'' > (A'+1)\frac{x}{AA'\alpha},\ \omega''' > \frac{x}{AA'\alpha},$$

wo x der Oeffnungshalbmesser des Objectivs ist, und

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{1}{30} \text{ oder } \frac{1}{40}$$

gesetzt werden kann (S. 218 VI.)

SIEBENTES KAPITEL.

Fernröhre mit fünf Linsen.

§. 1.

Wir wollen zur Bestimmung der Fernröhre dieser Gattung die oben S. 215 gegebene allgemeine Methode anwenden, und $\omega' = q\,\omega$, $\omega'' = r\,\omega$, $\omega''' = -\,\omega$ und $\omega^{IV} = +\,\omega$ setzen, wodurch man für das Gesichtsfeld den Ausdruck erhält:

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m-1} = \frac{(2+r-q)\,\omega}{m-1},$$

wofür wir $\varphi = n\,\omega$ setzen wollen.

Dieser Ausdruck zeigt, dafs man, um ein grofses Gesichtsfeld zu erhalten, r positiv und q sehr klein annehmen mufs.

I. Nehmen wir also gleich Anfangs $r = 0$, so ist $n = \frac{2-q}{m-1}$ und $\varphi = n\,\omega$. Sey ferner $A = -1$, so gibt die Vernichtung des farbigen Randes (S. 219), da immer $A''' = \infty$ seyn mufs, die Bedingungsgleichung

$$0 = \frac{A''+1}{A''+(A''+1)(n-q)} + \frac{1}{2-q-n},$$

oder auch

$$\frac{A''}{A''+1} = -2\,(1-q-n) \text{ und daher } A'' = \frac{2\,(q-n-1)}{3-2q+2n}$$

Da sonach die Gröfsen A und A'' bekannt sind, so geben die Gleichungen der S. 216 I., II., III. . . .

$$p' = \frac{\alpha n}{q} \quad \text{und} \quad \triangle = \alpha$$

$$p'' = \frac{A'}{A'+1} \cdot \frac{n\alpha}{q-n}, \quad \triangle' = \frac{n\alpha}{q-n}$$

$$p''' = -\frac{A'A''}{A''+1} \cdot \frac{n\alpha}{2-q+n}, \triangle'' = -\frac{A'A''}{A''+1} \cdot \frac{n\alpha}{(q-n)(2-q+n)}$$

$$p^{IV} = -A'A''. \frac{n\alpha}{2-q+n}, \triangle''' = -2A'A''. \frac{n\alpha}{2-q+n},$$

und für den Ort des Auges

$$k = \frac{p^{IV}}{2-q+n}.$$

Weil also die Gröfse A'' schon oben durch q und n bestimmt wurde, so sind in den letzten acht Gleichungen die zwey Gröfsen q und A' noch unserer Wahl überlassen. Aber dieselben Gleichungen zeigen zugleich, dafs immer $q > n$ und dafs $\frac{A'}{A'+1}$ positiv, und kleiner als die Einheit seyn mufs.

Soll ferner die Brennweite p^{IV} der letzten Linse nicht zu klein werden, so darf A' nicht leicht kleiner als 3 seyn, auch mufs, damit das Fernrohr nicht zu lang werde, $q > 2n$ seyn.

Wäre z. B. $A' = 3$ und $q = (\theta + 1)\,n$, so ist

$$\frac{A''}{A''+1} = 2(\theta n - 1) \text{ und } \varphi = \frac{2-(\theta+1)n}{m-1} \cdot \omega$$

$$\text{wo } n = \frac{2-(\theta+1)n}{m-1},$$

also auch

$$n = \frac{2}{\theta+m} \text{ und } \varphi = n\,\omega.$$

Dieses vorausgesetzt, hat man

$$p' = \frac{\alpha}{\theta + 1} \qquad \Delta = \alpha$$

$$p'' = \frac{3\alpha}{4\theta} \qquad \Delta' = \frac{\alpha}{\theta}$$

$$p''' = \frac{6(1-\theta n) n \alpha}{2-\theta n} \qquad \Delta'' = \frac{6(1-\theta n)\alpha}{\theta(2-\theta n)}$$

$$p^{IV} = \frac{6(1-\theta n) n \alpha}{(2-\theta n)(3-2\theta n)} \qquad \Delta''' = \frac{12(1-\theta n) n \alpha}{(2-\theta n)(3-2\theta n)}$$

$$\text{und } k = \frac{p^{IV}}{2-\theta n}.$$

Aus dem Werthe von $\Delta = \alpha$ folgt, daſs bey dieser Anordnung des Fernrohres die zweyte Linse in dem Brennpuncte der ersten steht.

Ex. Sey $m = 28$ und $\theta = 8$, also $n = \frac{1}{18}$ und $\omega = \frac{1}{4}$, so ist

$$p' = \frac{\alpha}{9} \quad \text{und} \quad \Delta = \alpha$$

$$p'' = \frac{3\alpha}{32} \qquad \Delta' = \frac{\alpha}{8}$$

$$p''' = \frac{5\alpha}{42} \qquad \Delta'' = \frac{15\alpha}{56}$$

$$p^{IV} = \frac{15\alpha}{266} \qquad \Delta''' = \frac{15\alpha}{133}$$

$$\text{und } \varphi = 47.7 \text{ Min.}$$

§. 2.

Das Vorhergehende setzt $r = 0$ voraus.

Es sey nun $r = 1$, also $n = \frac{3-q}{m-1}$ und $\varphi = n\alpha$, also auch

$$\omega^{IV} = \omega'' = \omega, \; \omega''' = -\omega \text{ und } \omega' = q\,\omega.$$

Unter dieser Voraussetzung gehen die Gleichungen des §. 9, S. 215 in folgende über:

$$p' = \frac{A\,n\,\alpha}{A\,q - (A+1)\,n}$$

$$p'' = \frac{A\,A'\,n\,\alpha}{A' - (A'+1)\,(q-n)}$$

$$p''' = -\frac{A\,A'\,A''\,n\,\alpha}{A'' + (A''+1)\,(1-q+n)}$$

$$p^{IV} = \frac{A\,A'\,A''\,n\,\alpha}{3-q+n}$$

und

$$\triangle = \frac{A\,q\,\alpha}{A\,q - (A+1)\,n}$$

$$\triangle' = \frac{\alpha\,A\,n\,[A'(A+1) - (A'+1)\,q]}{[A\,q - (A+1)\,n]\,[A' - (A'+1)\,(q-n)]}$$

$$\triangle'' = \frac{\alpha\,A\,A'\,n\,[A''(A'+1) + (A''+1)]}{[A' - (A'+1)(q-n)]\,[A'' + (A''+1)\,(1-q+n)]}$$

$$\triangle''' = -\frac{\alpha\,A\,A'\,A''\,(A''+2)}{[A'' + (A''+1)\,(1-q+n)]\,(3-q+n)}$$

für den Ort des Auges aber ist

$$k = \frac{p^{IV}}{3-q+n}$$

und für die Aufhebung des farbigen Randes

$$o = \frac{(A+1)\,q}{A\,q - (A+1)\,n} + \frac{A'+1}{A' - (A'+1)\,(q-n)}$$
$$+ \frac{A''+1}{A'' + (A''+1)\,(1-q+n)} + \frac{1}{3-q+n}.$$

Hier sind die Gröſsen A, A′, A″ so anzunehmen, daſs die Werthe von p′, p″ . . . und $\triangle$, $\triangle'$. . . alle positiv werden. Sey also $A = \infty$, $A' = o$ und $A'' = -\frac{3}{2}$ und $A\,A' = -f$, so ist die Farbengleichung

$$\frac{1-q}{q-n} = \frac{1}{4-q+n} + \frac{1}{3-q+n} \text{ wo } n = \frac{3-q}{m-1} \text{ ist.}$$

Die beyden letzten Gleichungen geben annähernd, wenn n nicht sehr groſs ist, den Werth von $q = \frac{8}{5}$ und daher

$$n = \frac{12}{5\,(m - 1)}.$$

Substituirt man also diese Werthe von A, A', A'' und von q und n in den vorhergehenden Gleichungen, so erhält man

$$p' = \frac{5\,n\,\alpha}{3 - 5\,n} \qquad \text{und} \qquad \Delta = \frac{3\,\alpha}{3 - 5\,n}$$

$$p'' = \frac{5\,f\,n\,\alpha}{3 - 5\,n} \qquad \Delta' = \frac{5\,n\,\alpha\,(3 + 5\,f)}{(3 - 5\,n)^2}$$

$$p''' = \frac{15\,f\,n\,\alpha}{17 + 5\,n} \qquad \Delta'' = \frac{100\,f\,n\,\alpha}{(3 - 5\,n)\,(17 + 5\,n)}$$

$$p^{IV} = \frac{15\,f\,n\,\alpha}{24 + 10\,n} \qquad \Delta''' = \frac{75\,f\,n\,\alpha}{2\,(17 + 5\,n)\,(12 + 5\,n)},$$

wo die Gröſse f noch unserer Wahl überlassen ist.

Man kann die Gröſse f so annehmen, daſs die letzte Brennweite p^{IV} nicht zu klein wird. Soll z. B. $p^{IV} = 1$ Zoll seyn, so ist

$$f = \frac{24 + 10\,n}{15\,n\,\alpha},$$

wodurch f bestimmt ist. Je kleiner übrigens f oder p^{IV}, desto kürzer wird die Länge des Rohres. Da übrigens a', α', α'', a''' positiv, und a'', α''' negativ ist, so fallen die zwey wahren Bilder zwischen I, II und III, IV.

I. Setzt man aber, wie zuvor, $A = \infty$, $A' = 0$, $A\,A' = -f$ und $A'' = -\frac{3}{2}$, und überdieſs noch $q = \frac{1}{2} + n$, so geben die ersten Gleichungen der S. 333 für die Einrichtung des Fernrohrs die folgenden Ausdrücke:

$$p' = 2\,n\,\alpha \qquad \text{und} \qquad \Delta = (1 + 2\,n)\,\alpha$$

$$p'' = 2\,f\,n\,\alpha \qquad \Delta' = 2\,(1 + 2\,f + 2\,n)\,n\,\alpha$$

$$p''' = \frac{6\,f\,n\,\alpha}{7} \qquad \Delta'' = \frac{16\,f\,n\,\alpha}{7}.$$

$$p^{v} = \frac{3 f n \alpha}{5} \qquad \Delta''' = \frac{3 f n \alpha}{5}.$$

$$\text{und } k = \frac{2 p^{v}}{5} = \frac{6 f n \alpha}{25}$$

Da auch hier a' α' α'' positiv, und a'' α''' negativ ist, so fallen die zwey wahren Bilder zwischen I. II und III. IV.

II. Sey überhaupt $q = \theta + n$ also $\varphi = n\ \omega$ und

$$n = \frac{3 - \theta}{m}$$

und übrigens wie zuvor

$A = \infty$, $A' = o$, $A A' = -f$ und $A'' = -\frac{3}{2}$ so wie $\omega^{v} = \omega'' = \omega$, $\omega''' = -\omega$, und $\omega' = q\omega = (\theta + n)\omega$

Dieses vorausgesetzt, geben die Gleichungen §. 9 S. 215

$$p' = \frac{\alpha n}{\theta} \qquad \Delta = \frac{\alpha(\theta + n)}{\theta}$$

$$p'' = \frac{\alpha f n}{\theta} \qquad \Delta' = \frac{\alpha n (f + \theta + n)}{\theta^2}$$

$$p''' = \frac{3 \alpha f n}{4 - \theta} \qquad \Delta'' = \frac{4 \alpha f n}{\theta(4 - \theta)}$$

$$p^{v} = \frac{3 \alpha f n}{2(3 - \theta)} \qquad \Delta''' = \frac{3 \alpha f n}{2(4 - \theta)(3 - \theta)}$$

$$a' = \frac{\alpha n}{\theta} \qquad \alpha' = +\infty$$

$$a'' = -\infty \qquad \alpha'' = \frac{\alpha f n}{\theta}$$

$$a''' = \frac{\alpha f n}{4 - \theta} \qquad \alpha''' = -\frac{3 \alpha f n}{2(4 - \theta)}$$

$$a^{v} = \frac{3 \alpha f n}{2(3 - \theta)} \qquad \alpha^{v} = +\infty$$

Die Gröſsen θ und n müssen so genommen werden, daſs $\theta + n$ gleich oder kleiner als $\frac{1}{4}$ ist, wo n selbst eine kleine positive Zahl ist.

Da a'' und α''' negativ ist, so fallen die zwey wahren Bilder zwischen I. II. und III. IV.

III. Nimmt man wieder $A = \infty$, $A' = 0$, und ω^{IV}, ω''', ω'', $\omega' = (\theta + n)\,\omega$, $\varphi = n\,\alpha$, und $A\,A' = -f$ wie zuvor, und läſst die Gröſse A'' unbestimmt, so erhält man nach den Gleichungen der S. 215

$$p' = \frac{\alpha n}{\theta} \qquad \Delta = \frac{\alpha(\theta + n)}{\theta}$$

$$p'' = \frac{\alpha f n}{\theta} \qquad \Delta' = \frac{n}{\theta^2}(f + \theta + n)$$

$$p''' = \frac{\alpha f n}{1 + \frac{A'' + 1}{A''}(1 - \theta)} \qquad \Delta'' = \frac{\alpha f n \left(1 + \frac{A'' + 1}{A''}\right)}{\theta\left(1 + \frac{A'' + 1}{A''}(1 - \theta)\right)}$$

$$p^{IV} = -\frac{\alpha f n . A''}{3 - \theta} \qquad \Delta''' = \frac{\alpha f n (A'' + 2)}{(3 - \theta)\left\{1 + \frac{A'' + 1}{A''}(1 - \theta)\right\}}$$

$$a' = \frac{\alpha n}{\theta} \qquad \alpha' = + \infty$$

$$a'' = -\infty \qquad \alpha'' = \frac{\alpha f n}{\theta}$$

$$a''' = \frac{\alpha f n}{1 + \frac{A'' + 1}{A''}(1 - \theta)} \qquad \alpha''' = \frac{\alpha f n (A'' + 1)}{1 + \frac{A'' + 1}{A''}(1 - \theta)}$$

$$a^{IV} = -\frac{\alpha f n . A''}{3 - \theta} \qquad \alpha^{IV} = -A''.\infty$$

wo A'' so anzunehmen ist, daſs Δ'' und Δ''' positiv werden.

§. 3.

Wenden wir nun auch die S. 203 gegebene allgemeine Methode auf diese Fernröhre von fünf Linsen an. Setzet man, wie dort,

$$A = \frac{\alpha'}{a'},\ A' = \frac{\alpha''}{a''},\ A'' = \frac{\alpha'''}{a'''} \text{ und}$$

$$B = \frac{\alpha}{a'},\ B' = \frac{\alpha'}{a''},\ B'' = \frac{\alpha''}{a'''},$$

so hat man für fünf Linsen die Gleichungen:

$$m = B\,B'\,B''\,B'''$$

$$\frac{A\,\omega'}{A+1} = (B+1)\,\varphi$$

$$\frac{A'\,\omega''}{A'+1} = (BB'-1)\,\varphi + \omega'$$

$$\frac{A''\,\omega'''}{A''+1} = (BB'B''+1)\,\varphi + \omega'' - \omega'$$

$$\frac{A'''\,\omega^{IV}}{A'''+1} = (BB'B''B'''-1)\,\varphi + \omega''' - \omega'' + \omega'$$

und die Bedingungsgleichung des farbenlosen Randes

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B'B''} + \frac{\omega^{IV}}{B'B''B'''}.$$

In diesen Ausdrücken ist $\alpha = p$, $a^{IV} = p^{IV}$, $\alpha^{IV} = \infty$ also auch $A''' = \infty$, und daher auch die fünfte der vorstehenden Gleichungen,

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m-1}$$

Dieses vorausgesetzt, werden nun verschiedene Annahmen der Gröfsen $B\,B'\,B''\,B'''$ auch verschiedene Einrichtungen des Fernrohres zur Folge haben. Wir wollen auch hier einige der vorzüglichsten dieser besonderen Fälle näher betrachten, da sie alle aufzuzählen, beynahe unmöglich ist.

§. 4.

Nehmen wir zuerst an, dafs das Fernrohr nur zwey wahre Bilder zwischen der II. III. und zwischen der III. IV. Linse enthalte, so ist also a' und α''' negativ, also auch B und B''' nega-

tiv, weil $\alpha = p$ und $\alpha^{IV} = p^{IV}$ positiv sind, wenn alle Linsen convex seyn sollen.

Um ein grofses Gesichtsfeld zu erhalten, sey

$$\omega' = n\,\omega^{IV},\ \alpha'' = 0 \text{ und } \omega''' = -\omega^{IV},$$

also auch

$$\varphi = \frac{(2-n)\,\omega^{IV}}{m-1}$$

Nehmen wir z. B. an, dafs das Gesichtsfeld noch einmal so grofs seyn soll, als das S. 328 für vier Linsen gefundene, so ist, weil hier m eine positive Zahl bezeichnet,

$$\frac{2-n}{m-1} = \frac{2}{m+\sqrt{m}}$$

oder

$$n = \frac{2}{\sqrt{m}},$$

wodurch n bestimmt und daher auch

$$\varphi = \frac{2\,\omega^{IV}}{m+\sqrt{m}} \text{ wird.}$$

Dieses vorausgesetzt, gibt die I. III. und IV. der in S. 337 aufgestellten Gleichungen

$$m = B\,B'\,B''\,B'''$$

$$0 = \frac{(B\,B'-1)}{m+\sqrt{m}} + \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$0 = \frac{2}{\sqrt{m}} - \frac{1}{B'\,B''} + \frac{1}{B'\,B''\,B'''}$$

woraus folgt

$$\left.\begin{array}{l} B\,B' = -\sqrt{m} \\ B''\,B''' = -\sqrt{m} \text{ und} \\ (2\,B'-1)\,B'' = \sqrt{m} \end{array}\right\}\ldots (I)$$

Da aber zwischen die IV. und V. Linse kein wahres Bild fällt, also α''' negativ ist, und da im Gegentheile die Distanz

$\Delta''' = a''' + a^{IV}$ immer positiv seyn muſs, so muſs auch $a^{IV} > a'''$ seyn, d. h. es muſs $B''' < 1$ seyn. Ist aber $B''' < 1$, so geben die zwey letzten der Gleichungen (I)

$$B'' > \sqrt{m} \text{ und}$$

$$2B' - 1 < 1, \text{ oder } B' < 1.$$

Ferner muſs, da B'' weder negativ noch unendlich seyn kann, $2B' - 1$ positiv, oder $2B' > 1$ seyn. Wir haben also

$$B' < 1 \text{ und } B' > \frac{1}{2}$$

$$\text{und da } -B = \frac{\sqrt{m}}{B'} \text{ ist,}$$

so haben wir überdieſs

$$-B > \sqrt{m} \text{ und } -B < 2\sqrt{m}.$$

Daraus folgt, daſs B' zwischen 1 und $\frac{1}{2}$, und $-B$ zwischen $\sqrt{m}$ und $2\sqrt{m}$ fällt.

Ueberhaupt ist endlich A' B' B'' positiv, und A A'' B und B''' negativ.

Betrachten wir also z. B. die zwey Fälle, wo erstens die Gröſse B, und wo zweytens die Gröſse B' genau in die Mitte zwischen den für sie so eben angezeigten Gränzen fällt.

§. 5.

Erster Fall.

$$-B = \tfrac{3}{2}\sqrt{m}$$

Dieser Werth von B gibt

$$B' = -\frac{\sqrt{m}}{B} = \frac{2}{3}, \quad B'' = \frac{\sqrt{m}}{2B' - 1} = 3\sqrt{m}, \text{ und}$$

$$B''' = -\frac{\sqrt{m}}{B''} = -\frac{1}{3}.$$

Sind so die Werthe von B B' B'' B''' bestimmt, so findet man die Gröſsen A A' A'' aus den Gleichungen der S. 337 oder aus

$$\frac{A}{A+1} = (B+1)\frac{\varphi}{\omega'} = \frac{(2-3\sqrt{m})\sqrt{m}}{2(m+\sqrt{m})} \text{ und}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{(BB'B''+1)\varphi-\omega'}{\omega'''} = \frac{2(1+3\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$$

also auch

$$A = \frac{2-3\sqrt{m}}{5\sqrt{m}} \text{ und } A'' = -\frac{2(1+3\sqrt{m})}{1+5\sqrt{m}}$$

Die Gröſse A' aber bleibt unbestimmt, und noch unserer freyen Annahme überlassen.

Substituirt man die erhaltenen Werthe von $A\ A''\ B\ B'\ B''$ und B''' in den allgemeinen Gleichungen der S. 337, so erhält man, wenn man der Kürze wegen setzt:

$$\mu = \sqrt{m}+1 \qquad \mu' = 3\sqrt{m}+1$$

$$\mu'' = 3\sqrt{m}-2 \qquad \mu''' = 5\sqrt{m}+1.$$

Für die Bestimmungsstücke des Fernrohrs folgende Ausdrücke:

$$a' = \frac{\alpha}{B} = -\frac{2\alpha}{3\sqrt{m}}$$

$$\alpha' = \frac{A\alpha}{B} = \frac{2\mu''\alpha}{15m} \qquad p' = \frac{\mu''\alpha}{3\mu\sqrt{m}}$$

$$a'' = \frac{\mu''\alpha}{5m} \qquad p'' = \frac{\mu''\alpha . A'}{5m(1+A')}$$

$$\alpha'' = \frac{\mu'' A'\alpha}{5m} \qquad p''' = \frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu m\sqrt{m}}$$

$$a''' = \frac{\mu'' A'\alpha}{15m\sqrt{m}} \qquad p^{IV} = \frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{5\mu''' m\sqrt{m}}$$

$$\alpha''' = -\frac{2A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu''' m\sqrt{m}}$$

und für die Distanzen der Linsen

$$\Delta = \left(1-\frac{2}{3\sqrt{m}}\right)\alpha \qquad \Delta' = \frac{\mu''\alpha}{3m}$$

$$\Delta'' = \frac{A'\mu'\mu''\alpha}{15m\sqrt{m}} \qquad \Delta''' = \frac{4A'\mu'\mu''\alpha}{15\mu''' m\sqrt{m}}$$

Die Entfernung des Auges von der letzten Linse ist

$$k = \frac{A' \mu'' \mu' \mu \alpha}{5 \mu''' m^2}$$

und das Gesichtsfeld, wenn $\omega^{IV} = \frac{1}{4}$ ist,

$$\varphi = \frac{1719}{m + \sqrt{m}} \text{ Min.}$$

I. Ist m sehr groſs, so ist die Länge des Fernrohrs

$$L = \Delta + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' = \left(1 + \frac{1}{3\sqrt{m}} + \frac{3 A'}{5\sqrt{m}}\right) \alpha$$

und die Brennweiten der Linsen sind

$$p' = \frac{\alpha}{\sqrt{m}}, \quad p'' = \frac{3 A' \alpha}{5 (1 + A') \sqrt{m}}, \quad p''' = \frac{6 A' \alpha}{5 m},$$

$$p^{IV} = \frac{18 A' \alpha}{25 m}.$$

Die willkührliche Gröſse A′ kann etwa durch eine angenommene Gröſse der letzten Brennweite p^{IV} bestimmt werden. Ist z. B. $p^{IV} = 1$ Zoll, so ist

$$A' = \frac{25 m}{18 \alpha},$$

wo α in Zollen ausgedrückt wird.

II. Der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes ist für die zweyte Linse:

$$z' = p' \omega' = \frac{2 p' \omega^{IV}}{\sqrt{m}},$$

und der wegen der Helligkeit

$$x' = \frac{a' x}{\alpha} = \frac{2 x}{3 \sqrt{m}}.$$

Setzt man daher, was oft vortheilhaft geschehen kann, den wirklichen Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse gleich $x' + z'$, um die Helligkeit über das ganze Gesichtsfeld gleich groſs zu

machen, und nimmt man $x = \frac{m}{50}$ Zoll (S. 179), so hat man

Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse

$$= \left(\frac{2\,p'\,\omega^{IV}}{\sqrt{m}} + \frac{\sqrt{m}}{75}\right) \text{Zoll}.$$

Für die dritte Linse ist:

$$x'' = \frac{a'\,a''\,x}{\alpha\,\alpha'} = \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50} \text{ Zoll}.$$

Da aber die Hauptstrahlen durch die Mitte dieser Linse gehen, so ist, weil $\omega'' = 0$ ist, das Gesichtsfeld von der Oeffnung dieser dritten Linse ganz unabhängig, und diese kann daher auch sehr klein seyn. Die Oeffnungen der zwey letzten Linsen endlich müssen so groſs gemacht werden, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit geschehen kann, daher man auch diese zwey Linsen gleichseitig machen wird.

§. 6.

Zweyter Fall.

$B' = \frac{3}{4}$.

Wir wollen nun eben so den oben (S. 339) erwähnten zweyten Fall näher betrachten, wo B' in der Mitte zwischen seinen beyden Grenzwerthen 1 und $\frac{1}{2}$ liegt, oder wo $B' = \frac{3}{4}$ ist. Dieser Werth von B' gibt aber

$$B = -\frac{4\sqrt{m}}{3},\quad B'' = 2\sqrt{m} \text{ und } B''' = -\tfrac{1}{2},$$

und damit findet man, wie zuvor, wenn man der Kürze wegen setzt:

$$\nu = \sqrt{m} + 1 \qquad \nu' = 3\sqrt{m} + 1$$
$$\nu'' = 2\sqrt{m} + 1 \qquad \nu''' = 4\sqrt{m} - 3,$$

folgende Bestimmungen des Fernrohrs:

$$a' = -\frac{3\,\alpha}{4\sqrt{m}}$$

$$\alpha' = \frac{3\,\nu'''\,\alpha}{28\,m} \qquad p' = \frac{\nu'''\,\alpha}{4\nu\,.\sqrt{m}}$$

$$a'' = \frac{\nu'''\,\alpha}{7\,m} \qquad p'' = \frac{A'}{1 + A'}\,.\,\frac{\nu'''\,\alpha}{7\,m}$$

$$\alpha'' = A'\,a'' = \frac{A'\,\nu'''\,\alpha}{7\,m}$$

$$a''' = \frac{A'\,\nu'''\,\alpha}{14\,m\sqrt{m}} \qquad p''' = \frac{A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{7\,m\,\nu\sqrt{m}}$$

$$\alpha''' = -\frac{A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{7\,m\,\nu'.\sqrt{m}}\,. \qquad a^{IV} = p^{IV} = \frac{2\,A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{7\,m\,\nu'.\sqrt{m}}.$$

Die Distanzen der Linsen sind:

$$\Delta = \frac{\nu'''\,\alpha}{4\sqrt{m}} \qquad \Delta' = \frac{\nu'''\,\alpha}{4\,m}$$

$$\Delta'' = \frac{A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{14\,m\sqrt{m}} \qquad \Delta''' = \frac{A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{7\,m\,\nu'\sqrt{m}}$$

und die Entfernung des Auges von der letzten Linse

$$k = \frac{A'\,\nu'''\,\nu''\,\alpha}{7\,m^2\,\nu'}\,.$$

I. Ist wieder m sehr grofs, so hat man:

$$p' = \frac{\alpha}{\sqrt{m}},\ p'' = \frac{4\,A'\,\alpha}{7\,(1 + A')\sqrt{m}},\ p''' = \frac{8\,A'\,\alpha}{7\,m},$$

$$p^{IV} = \frac{16\,A'\,\alpha}{21\,m} \text{ und } k = \frac{8\,A'}{7\,m},$$

und die Länge des ganzen Fernrohres ist:

$$L = \left(1 + \frac{1}{4\sqrt{m}} + \frac{4\,A'}{7\sqrt{m}} + \frac{22\,A'}{21\,m}\right)\alpha$$

so wie das halbe Gesichtsfeld:

$$\varphi = \frac{1718}{m + \sqrt{m}}\ \text{Min.}$$

II. Der Oeffnungshalbmesser der zweyten Linse wegen des Gesichtsfeldes ist:

$$z' = p' \omega' = \frac{2\, p'\, \omega^{IV}}{\sqrt{m}},$$

und der wegen der Helligkeit

$$x' = \frac{3\, x}{4 \sqrt{m}},$$

also der wirkliche Halbmesser

$$z' + x' = \frac{2\, p'\, \omega^{IV}}{\sqrt{m}} + \frac{3\, x}{4 \sqrt{m}}.$$

Der Oeffnungshalbmesser der dritten Linse aber ist:

$$x'' = \frac{x}{\sqrt{m}} \text{ wie zuvor.}$$

§. 7.

Für die in §. 5 und 6 entwickelten Fernröhre ist die Farbenabweichung in der Axe

$$d\varphi = \left(1 + \frac{p}{B^2\, p'} + \frac{p}{B^2 B'^2\, p''} + \frac{p}{B^2 B'^2 B''^2\, p'''} + \frac{p}{m^2\, p^{IV}}\right) \cdot \frac{m\, x\, d\, n}{p}.$$

Nimmt man also die Werthe von B, B', B'' für den zweyten Fall im §. 6, so erhält man:

$$d\varphi = \left(1 + \frac{9\, p}{16\, m\, p'} + \frac{p}{m\, p''} + \frac{p}{4\, m^2\, p'''} + \frac{p}{m^2\, p^{IV}}\right) \cdot \frac{m\, x\, d\, n}{p}.$$

oder wenn man auch die §. 6. I. erhaltenen Werthe von p p''... für ein groſses m substituirt

$$d\varphi = \left(1 + \frac{9}{16 \sqrt{m}} + \frac{1 + A'}{A'} \cdot \frac{7}{4 \sqrt{m}} + \frac{7}{32\, A' m} + \frac{21}{16\, A' m}\right) \frac{m\, x\, d\, n}{p}.$$

Aus diesem Ausdrucke folgt, daſs in Beziehung auf die Farbenzerstreuung besonders die dritte Linse eine Berücksichtigung verdient. So erhält man z. B. für $m = 49$ und für $A' = 1$, die von der dritten Linse erzeugte Zerstreuung gleich $\frac{1}{2}$, oder gleich

der Hälfte der von dem Objectiv erzeugten Zerstreuung, und für kleinere Vergröſserungen wird dieser Einfluſs der dritten Linse sogar noch gröſser.

Wäre daher das Objectiv einfach, so müſste man die Länge des Fernrohrs beträchtlich gröſser machen, als man es für dieselbe Vergröſserung zu einem gemeinen astronomischen Fernrohr mit zwey Linsen machen würde, um nämlich einen gröſseren Werth von m zu erhalten, wodurch der Nachtheil dieser dritten Linse, oder die Gröſse

$$\frac{1 + A'}{A'} \cdot \frac{7}{4\sqrt{m}}$$

kleiner wird.

I. Eben so ist der Halbmesser der Kugelabweichung (S. 199)

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \dfrac{a'^2}{p\, p'} \left(\dfrac{\lambda'\, a'^2}{p'^2} + \dfrac{\nu\, a'}{\alpha'} \right) \\ + \dfrac{a''^2}{p\, p''} \left(\dfrac{\lambda''\, a''^2}{p''^2} + \dfrac{\nu\, a''}{\alpha''} \right) \left(\dfrac{a'}{\alpha'} \right)^4 \\ + \dfrac{a'''^2}{p\, p'''} \left(\dfrac{\lambda'''\, a'''^2}{p'''^2} + \dfrac{\nu\, a'''}{\alpha'''} \right) \left(\dfrac{a'\, a''}{\alpha'\, \alpha''} \right)^4 \\ + \dfrac{p^{IV}}{p} \cdot \left(\dfrac{a'\, a''\, a'''}{\alpha'\, \alpha''\, \alpha'''} \right)^4 \lambda^{IV} \end{array} \right\}$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke die oben (S. 343) erhaltenen Werthe von p, p'' . . . für ein groſses m, oder

$$p = \alpha,\ \frac{a'}{p'} = -\frac{3}{4\sqrt{m}},\ \frac{a'}{p'} = -\frac{3}{4},\ \frac{a'}{\alpha'} = -\frac{7}{4}$$

$$\frac{a''}{p} = \frac{4}{7\sqrt{m}},\ \frac{a''}{p''} = \frac{1 + A'}{A'},\ \frac{a''}{\alpha''} = \frac{1}{A'},\ \frac{\alpha'''}{p} = \frac{2\, A'}{7\, m}$$

$$\frac{a'''}{p'''} = \frac{1}{4},\ \frac{a'''}{\alpha'''} = -\frac{3}{4},\ \text{und}\ \frac{p^{IV}}{p} = \frac{16\, A}{21\, m},$$

so erhält man, wenn die Linsen gleichartig sind,

$$R = \frac{\mu\, m\, x^3}{4\, p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{9}{64 \sqrt{m}} \left(\frac{9 \lambda'}{4} - 7 \nu \right) \\ + 7^3 \frac{(1 + A')}{4^5 A'^2 \sqrt{m}} \left(\lambda'' \frac{(1 + A')^2}{A'} + \nu \right) \\ + \frac{7^3}{2^{11}\, m\, A'^3} \left(\frac{1}{4} \lambda''' - 3 \nu \right) \\ + \left(\frac{21}{16} \right)^3 \cdot \frac{1}{A'^3\, m} \cdot \lambda^{IV} \end{array} \right\}$$

woraus wie oben folgt, dafs besonders die dritte Linse auf die Deutlichkeit des Sehens nachtheilig einwirkt.

II. Um auf die vorhergehenden Ausdrücke ein besonderes Beyspiel anzuwenden, sey

$$\alpha = 48,\ p^{IV} = 2 \text{ und } m = 36,$$

so hat man, nach dem §. 6 erhaltenen Ausdrucke des zweyten Falles:

$$p^{IV} = \frac{2\, A'\, \nu'''\, \nu''}{7\, m\, \nu' . \sqrt{m}},$$

oder nahe $A' = 2.2$. Kennt man aber den Werth von A', so ist

$$p' = 6,\ p'' = 2.75,\ p''' = 2.71,\ p^{IV} = 2,$$

und überdiefs

$$\begin{array}{lll} a' = -6 & a'' = 4 & a''' = 0.73 \\ \alpha' = 3 & \alpha'' = 8.77 & \alpha''' = -1.00. \end{array}$$

Ferner ist

$$\triangle = 42,\ \triangle' = 7,\ \triangle'' = 9.5 \text{ und } \triangle''' = 1,$$

so wie $L = 60.67$ und $\varphi = 41$ Minuten.

Für die zweyte Linse ist für $\omega^{IV} = \frac{1}{4}$

$$z' = \frac{2\, p'\, \omega^{IV}}{\sqrt{m}} = 0.5 \text{ und } x' = \frac{3\, x}{4 \sqrt{m}} = 0.09$$

wenn $x = 0.72$ gesetzt wird, also auch der wahre Oeffnungshalbmesser dieser Linse

$$z' + x' = 0.59.$$

Für die dritte Linse ist der Oeffnungshalbmesser

$$x'' = \frac{x}{\sqrt{m}} = 0.12.$$

§. 8.

Bisher wurde vorausgesetzt (S. 337) daſs die zwey wahren Bilder des Fernrohrs zwischen die II. III. und III. IV. Linse fallen. Nehmen wir nun an, daſs sie zwischen die II. III., und IV. V. Linse fallen, so daſs daher B und B'' negativ, B' und B''' aber positiv ist. Die Distanzen der Linsen sind

$$\triangle = \left(1 + \frac{1}{B}\right) \alpha$$

und da B negativ, $\triangle$ aber positiv ist, so muſs das negative $B > 1$ seyn. Ferner

$$\triangle' = \left(1 + \frac{1}{B'}\right) \frac{A \alpha}{B},$$

woraus folgt, daſs A negativ ist. Endlich

$$\triangle'' = \left(1 + \frac{1}{B''}\right) \frac{A A' \alpha}{B B'} \text{ und } \triangle''' = \left(1 + \frac{1}{B'''}\right) \frac{A A' A'' \alpha}{B B' B''}$$

woraus, da B'' negativ und B''' positiv ist, folgt, daſs

$$\left(1 + \frac{1}{B''}\right) A'$$

positiv und A' A'' negativ ist.

Nimmt man wieder, wie zuvor, $\omega' = n\,\omega^{IV}$, $\omega'' = 0$ und $\omega''' = -\omega^{IV}$, so ist

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m - 1} = \frac{(2 - n)}{m - 1} \omega^{IV} = q\,\omega^{IV}, \text{ wenn}$$

$$q = \frac{2 - n}{m - 1} \text{ gesetzt wird.}$$

Aber von den in S. 337 aufgestellten Hauptgleichungen gibt

die zweyte . . $\frac{A n}{A + 1} = (B + 1) q$

die dritte . . $o = (BB' - 1)q + n$

und die vierte . . $\frac{A''}{A''+1} = n - (BB'B'' + 1)q$

Die Elimination von n aus den zwey ersten dieser drey Gleichungen gibt

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1+B}{1-BB'} \text{ oder } A = -\frac{(1+B)}{B(1+B')}.$$

Da aber B negativ und gröſser als 1, und B' positiv ist, so muſs $\frac{A}{A+1}$ negativ, also auch A negativ seyn, wie wir auch schon oben gefunden haben. Eliminirt man aber n aus den beyden letzten dieser drey Gleichungen, so erhält man

$$\frac{A''}{A''+1} = -BB'(1+B'')q$$

Da nun B negativ und B' positiv ist, so zeigt die letzte Gleichung:

Wenn das an sich negative $B'' > 1$ ist, so ist $\frac{A''}{A''+1}$ negativ, also auch A'' negativ (und da A' A'' negativ war) so ist dann A' positiv. — Wenn aber das an sich negative $B'' < 1$ ist, so ist $\frac{A''}{A''+1}$ positiv, also auch A'' positiv, und daher A' negativ.

Auch ist in dem letzten Falle die Gröſse $\frac{A''}{A''+1} < 1$.

Noch ist die Farbengleichung

$$o = n - \frac{1}{B'B''} + \frac{1}{B'B''B'''}$$

Es war aber $n = (1 - BB')q$, also auch, wenn man aus diesen beyden Gleichungen die Gröſse n eliminirt,

$$B'' = \frac{B''' - 1}{B'B'''(1-BB')q}$$

und da B'' negativ ist, so muſs $B''' < 1$ seyn.

Endlich ist $m = B B' B'' B'''$, wodurch die letzte Gleichung in folgende übergeht,

$$B''' = 1 - \frac{m}{B} (B B' - 1) q,$$

und da B''' positiv und B negativ ist, so mufs $m (B B' - 1) q < B$ seyn.

Noch war $n = (1 - B B') q$ und $q = \frac{2 - n}{m - 1}$

woraus folgt

$$n = \frac{2 (1 - B B')}{m - B B'} \text{ und } q = \frac{2}{m - B B'}$$

also auch

$$\varphi = q\, \omega^{IV} = \frac{2\, \omega^{IV}}{m - B B'}$$

Das Vorhergehende zeigt hinlänglich die Gränzen, zwischen welche die Gröfsen $B\ B'\ B''\ B'''$ fallen. Es ist nähmlich $A'\ B'\ B'''$ positiv, und $A\ A''\ B\ B''$ negativ, und $B > 1$, so wie $B'' > 1$ und $B''' < 1$.

§. 9.

Sey nun für einen besondern Fall

$$B B' = - \sqrt{m}, \text{ so ist } q = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$$

$$\varphi = \frac{2\, \omega^{IV}}{m + \sqrt{m}} \text{ und } n = \frac{2 (1 + \sqrt{m}}{m + \sqrt{m}} = \frac{2}{\sqrt{m}}$$

Sey ferner $B = - 4 \sqrt{m}$ also auch $B' = \frac{1}{4}$,

$$B''' = 1 - \frac{m}{B} (B B' - 1) q = \frac{1}{2} \text{ und } B'' = \frac{m}{B B' B''} = - 2 \sqrt{m}$$

Dieses vorausgesetzt, geben die allgemeinen Gleichungen der S. 337.

$$\frac{A}{A+1} = \frac{(B+1)\varphi}{\omega'} = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ oder } A = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}} \text{ und}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{(BB'B''+1)\varphi - n\omega^{IV}}{-\omega^{IV}} = -\frac{2(2\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ oder}$$

$$A'' = -\frac{2(\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}-1}$$

Die Gröſse A' aber bleibt unbestimmt, nur muſs sie positiv genommen werden, da $B'' > 1$ war.

Substituirt man also diese Werthe von A, A'', B, B' B'' B''' in den erwähnten Gleichungen der S. 337, so erhält man für die Bestimmung des Fernrohrs, wenn man der Kürze wegen

$$\mu = \sqrt{m}+1 \qquad \mu' = 2\sqrt{m}-1$$
$$\mu'' = 4\sqrt{m}-1 \qquad \mu''' = 5\sqrt{m}-1, \text{ setzt,}$$

folgende Ausdrücke,

$$p' = \frac{\mu''\alpha}{4\mu\sqrt{m}},\ p'' = \frac{\mu''\alpha A'}{5m(1+A')},\ p''' = \frac{\mu''\mu'\alpha A'}{5\mu m\sqrt{m}}$$

$$p^{IV} = \frac{2\mu''\mu'\alpha A'}{5\mu''' m\sqrt{m}},\ \Delta = \frac{\mu''\alpha}{4\sqrt{m}},\ \Delta' = \frac{\mu''\alpha}{4m},$$

$$\Delta'' = \frac{\mu''\mu' A'\alpha}{10m\sqrt{m}},\ \Delta''' = \frac{3\mu''\mu' A'\alpha}{5\mu''' m\sqrt{m}}$$

I. Hätte man allgemeiner $B = -\beta.\sqrt{m}$ angenommen, wo β eine willkührliche Zahl bezeichnet, so ist

$$B' = \frac{1}{\beta},\ BB' = -\sqrt{m},\ q = \frac{2}{m+\sqrt{m}},\ n = \frac{2}{\sqrt{m}}$$

$$\omega' = n\omega^{IV} = \frac{2\omega^{IV}}{\sqrt{m}},\ \varphi = q\omega^{IV} = \frac{2\omega^{IV}}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}.$$

also auch

$$B''' = \frac{\beta-2}{\beta},\ B'' = -\frac{\beta\sqrt{m}}{\beta-2} \text{ und überdieſs}$$

$$\frac{A}{A+1} = \frac{1-\beta\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}} \text{ oder } A = \frac{1-\beta\sqrt{m}}{(1+\beta)\sqrt{m}}$$

$$\frac{A''}{A''+1}=\frac{2\beta(1-\sqrt{m})-4}{(\beta-2)(1+\sqrt{m})}\text{ oder }A''=\frac{2\beta(1-\sqrt{m})-4}{2-\beta+(3\beta-2)\sqrt{m}}$$

und daraus folgt nach §. 3.

$$p'=\frac{(\beta\sqrt{m}-1)\alpha}{(\sqrt{m}+1)\beta\sqrt{m}},\quad p''=\frac{(\beta\sqrt{m}-1)\alpha}{(\beta+1)m}\cdot\frac{A'}{1+A'}$$

$$p'''=\frac{(\beta\sqrt{m}-1)[4+2\beta(\sqrt{m}-1)]\alpha A'}{(\beta+1)(\sqrt{m}+1)\beta m\sqrt{m}}$$

$$p^{IV}=\frac{(\beta\sqrt{m}-1)[4+2\beta(\sqrt{m}-1)]\alpha A'}{(\beta+1)[2-\beta+(3\beta-2)\sqrt{m}]m\sqrt{m}}$$

§. 10.

Noch ist der Fall zu betrachten übrig, wo die zwey wahren Bilder zwischen I. II. und IV. V. fallen, wo also B B''' positiv, und B' B'' negativ ist.

Nimmt man $\omega'=\omega^{IV}=\frac{1}{4}$, $\omega'''=-\frac{1}{4}$, und $\omega''=0$

so geben die Gleichungen der S. 210.

$$m=BB'B''B'''$$

$$\frac{A}{A+1}=\frac{B+1}{m-1}$$

$$0=\frac{BB'-1}{m-1}+1$$

$$\frac{A''}{A''+1}=1-\frac{(BB'B''+1)}{m-1}$$

und die Farbengleichung ist

$$0=B'B''B'''-B'''+1.$$

Die erste, dritte und fünfte dieser Gleichungen gibt, wenn man $B=\theta m$ setzt,

$$B'=\frac{2-m}{\theta m}$$

$$B''=\frac{\theta m}{(\theta+1)(2-m)}$$

$$B'''=\frac{\theta+1}{\theta}$$

wo also, wenn θ positiv ist, $B' < 1$ und $B'' < 1$, also auch a'' und a''' positiv, und α' α'' negativ seyn wird, weil $\Delta' = \alpha' + a''$ und $\Delta'' = \alpha'' + a'''$ nur positiv seyn kann.

Substituirt man aber diese Werthe von B' B'' und B''' in den Gleichungen der S. 210, so erhält man

$$\frac{A}{A+1} = \frac{\theta m + 1}{m - 1} \text{ also auch } A = \frac{\theta m + 1}{(1-\theta) m - 2}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{m - 2\theta - 2}{(\theta + 1)(m - 1)} \qquad A'' = \frac{m - 2\theta - 2}{\theta(m+1)+1}$$

Kennt man aber so die Gröfsen B... und A... so hat man (nach S. 208) für die Einrichtung des Fernrohrs die Ausdrücke:

$$p' = \frac{(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 1)}$$

$$p'' = -\frac{A'}{1 + A'} \cdot \frac{(\theta m + 1)\alpha}{[(1-\theta) m - 2](m - 2)}$$

$$p''' = \frac{A' . (m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 1)[(1 - \theta) m - 2]}$$

$$p^{IV} = \frac{A'(m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{[(1 - \theta) m - 2][\theta(m + 1) + 1] m}$$

und

$$\Delta = \frac{1 + \theta m}{\theta m} . \alpha$$

$$\Delta' = \frac{(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 2)}$$

$$\Delta'' = \frac{A'(m - 2\theta - 2)(\theta m + 1)\alpha}{\theta m (m - 2)[(1 - \theta) m - 2]}$$

$$\Delta''' = \frac{A'(2\theta + 1)(\theta m + 1)(m - 2\theta + 2)\alpha}{\theta m [(1 - \theta) m - 2][\theta(m+1) + 1]}$$

Wo die Gröfsen θ und A' im Allgemeinen noch unserer Willkühr überlassen bleiben, mit der Beschränkung, dafs θ positiv, und dafs das negative $A' > 1$ seyn mufs. Für $\theta = 1$ werden die zwey letzten Distanzen Δ'' und Δ''' zu grofs. Für $\theta = \frac{12}{10}$ aber erhält man

$$p' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-1)}$$

$$p'' = + \frac{A'}{1+A'} \frac{(6m+5)\alpha}{(m-2)(m+10)}$$

$$p''' = -A' . \frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-1)(m+10)}$$

$$p^{IV} = -A' . \frac{(5m-22)(6m+5)\alpha}{m(m+10)(6m+11)}$$

und

$$\triangle = \frac{(6m+5)\alpha}{6m}$$

$$\triangle' = \frac{(6m+5)\alpha}{6m(m-2)}$$

$$\triangle'' = - \frac{A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m-2)(m+10)}$$

$$\triangle''' = - \frac{17A'(5m-22)(6m+5)\alpha}{6m(m+10)(6m+11)}$$

Ist für einen besonderen Fall

$$\theta = \frac{12}{10} \text{ und } A = - \frac{11}{10}$$

also auch

$$\frac{A'}{A'+1} = +11, \text{ und } \alpha = 42, \text{ so wie } m = 70$$

$$\begin{array}{llll} p' = 0.616 & \triangle = 42.500 \\ p'' = 36.091 & \triangle' = 0.625 \\ p''' = 2.778 & \triangle'' = 2.819 \\ p^{IV} = 2.668 & \triangle''' = 7.560. \end{array}$$

Setzt man den in p''', p^{IV}, und in $\triangle'''$ $\triangle^{IV}$ im Zähler vorkommenden Factor $m - 2\theta - 2 = f$, wo f eine gegen die Einheit sehr kleine Zahl ist, so hat man

$$\theta = \frac{m}{2} - 1 - \frac{1}{2} f.$$

Ist z. B. $f = \frac{1}{100}$, so ist $\theta = \frac{m}{2} - 1{.}005$, wodurch die Distanzen $\triangle' \triangle'' \triangle'''$ der Linsen sehr klein werden.

I. Sey z. B. $\theta = \frac{m}{2} - k$, wo die Gröſse k nur wenig gröſser, als die Einheit ist, so erhält man, wenn man der Kürze wegen setzt:

$$\begin{aligned} \mu &= m^2 - 2mk + 2 \\ \mu' &= m^2 - 2m(1+k) + 4 \\ \mu'' &= m^3 + m^2(1-2k) - 2m(k-1) \end{aligned}$$

für die Construction des Fernrohrs folgende Ausdrücke:

$$p' = \frac{\mu\alpha}{m(m-1)(m-2k)} \text{ und } \triangle = \frac{\mu\alpha}{m(m-2k)}$$

$$p'' = + \frac{A'}{1+A'} \cdot \frac{\mu\alpha}{(m-2)\mu'}, \quad \triangle' = \frac{\mu\alpha}{m(m-2)(m-2k)}$$

$$p''' = -\frac{4A'(k-1)\mu a}{m(m-1)(m-2k)\mu'}, \quad \triangle'' = -\frac{4A'(k-1)\mu\alpha}{m(m-2)(m-2k)\mu'}$$

$$p^{\text{IV}} = -\frac{4A'(k-1)\mu\alpha}{\mu'\mu''} \qquad \triangle''' = -\frac{8A'(k-1)(m-2k+1)\mu\alpha}{(m-2k)\mu'\mu''}$$

§. 11.

Oben wurde der Werth der Gröſse $B = \theta m$ gleichsam willkührlich angenommen. Um aber auch hier die Gränzen, zwischen welche diese Gröſsen B B' ... fallen müssen, genauer anzugeben, seyen wieder, indem die zwey wahren Bilder zwischen I. II. und IV. V. fallen, die Gröſsen a'' und a''' positiv, und $\alpha' \alpha''$... negativ, also die negativen Gröſsen $B' < 1$ und $B'' < 1$, und wie zuvor, $\omega' = \omega^{\text{IV}} = \frac{1}{4}$, $\omega''' = -\frac{1}{4}$, und $\omega'' = 0$. Dann gibt von den drey den vorhergehenden Bestimmungen der Gröſsen B B' ... zu Grunde liegenden Gleichungen, nämlich von:

$$\begin{aligned} m &= B B' B'' B''' \\ B B' &= 2 - m, \text{ und} \\ B'''(1 - B'B'') &= 1 \end{aligned}$$

die Elimination von B′ und B‴ den Ausdruck:

$$1 + \frac{m}{B} = - \frac{m}{(m-2)\,B''}$$

und da das negative B″ < 1 seyn soll, so ist auch

$$B < \frac{m\,(m-2)}{2}.$$

Ferner gibt die zweyte jener Gleichungen

$$- B' = \frac{m-2}{B}$$

und da nach dem eben Gesagten $B < \frac{m\,(m-2)}{2}$ ist, so ist auch

$- B' > \frac{2}{m}$, so daſs also das negative B′ zwischen die Gränzen

1 und $\frac{2}{m}$ fallen muſs. Setzt man daher

$$- B' = \frac{\beta}{m},$$

wo die Zahl β zwischen 2 und m liegen muſs, so hat man

$$B = \frac{m\,(m-2)}{\beta}$$

$$B' = - \frac{\beta}{m}$$

$$B'' = \frac{-m}{m+\beta-2}$$

$$B''' = \frac{m+\beta-2}{m-2}$$

und mit diesen Werthen von B B′ . . . erhält man dann, wenn man sie in den Gleichungen (I) der S. 210, das heiſst in den Gleichungen:

$$\frac{A}{A+1} = \frac{B+1}{m-1}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = 1 - \frac{B\,B'\,B''}{m-1}$$

substituirt, folgende Ausdrücke:

$$\frac{A}{A+1} = \frac{m(m-2)+\beta}{(m-1)\beta} \text{ und}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = \frac{m(\beta-2)+4-2\beta}{(m-1)(m+\beta-2)}$$

woraus man dann die Werthe von p′ p′ . . . und △ △′ . . . nach den Gleichungen der S. 208, wie zuvor, bestimmen kann. Man sieht, daſs man zu diesem Zwecke nur in den in S. 352 gegebenen Werthen von p′ p′ . . und △ △′ . . . die Gröſse $\theta = \frac{m-2}{\beta}$ setzen darf, wodurch man erhält:

$$p' = \frac{P\alpha}{m(m-1)(m-2)}, \quad \triangle = \frac{P\alpha}{m(m-2)}$$

$$p'' = -\frac{A'}{A'+1} \cdot \frac{P\alpha}{(m-2)Q}, \quad \triangle' = \frac{P\alpha}{m(m-2)^2}$$

$$p''' = \frac{A'(\beta-2).P\alpha}{m(m-1)Q}, \quad \triangle'' = \frac{A'.(\beta-2).P\alpha}{m(m-2)Q}$$

$$p^{IV} = \frac{A'(\beta-2)(m-2)P\alpha}{QRm}, \quad \triangle''' = \frac{A'(\beta-2).[2m-4+\beta].P\alpha}{mQR}$$

wo der Kürze wegen gesetzt wurde

$$P = m^2 - 2m + \beta$$
$$Q = (\beta - m + 2)m - 2\beta$$
$$R = (m+1)(m-2) + \beta$$

Die positive Gröſse β liegt, den vorhergehenden Bestimmungen zu Folge, zwischen den Gränzen 2 und m, also ist P sowohl als R eine positive Gröſse, Q aber ist negativ, wenn β kleiner als m — 2 ist. Ist aber Q negativ, so muſs, wie die letzten Gleichungen zeigen, wenn die Werthe von p′ p″ . . . so wie die von △ △′ . . . positiv werden sollen, die negative Gröſse A′ gröſser als die Einheit seyn.

Nimmt man für einen besonderen Fall

m = 60, β = 3 und α = 60, so erhält man:

$$P = 3483,\ Q = -3306,\ R = 3541,\ \text{also}$$

$$p' = 1.0178$$

$$p'' = \frac{A'}{A'+1} \cdot 1.0899$$

$$p''' = -A' . 0.0179$$

$$p^{IV} = -A' . 0.0174$$

$$\Delta = 60.0517$$

$$\Delta' = 1.0354$$

$$\Delta'' = -A' . 0.0182$$

$$\Delta''' = -A' . 0.0354.$$

Für $A' = -2$ oder $\frac{A'}{A'+1} = +2$ hat man:

$$p' = 1.018 \qquad \Delta = 60.052$$

$$p'' = 2.180 \qquad \Delta' = 1.035$$

$$p''' = 0.036 \qquad \Delta'' = 0.036$$

$$p^{IV} = 0.035 \qquad \Delta''' = 0.071.$$

§. 12.

Wir wollen nun die Oeffnungsfactoren der vier letzten Linsen so annehmen, dafs man hat: $\omega' = 0.8\,\omega$, $\omega'' = 0.3\,\omega$, $\omega''' = -\omega$ und $\omega^{IV} = +\omega$, und, wie zuvor, voraussetzen, dafs die beyden wahren Bilder zwischen I., II. und IV., V. fallen, so ist B' und B'' negativ.

Sucht man aber aus den S. 225 gegebenen Abmessungen der Fraunhofer'schen Fernröhre die Werthe von α''', a''', α'' u. s. f. nach S. 222 I., so findet man für die dort gegebenen Fälle der stärkeren Vergröfserungen die Werthe von

$$B' = \frac{\alpha'}{a''} \text{ und von } B'' = \frac{\alpha''}{a'''}$$

constant, und zwar

$$B' = -0.3, \text{ und } B'' = -5.0.$$

Substituirt man diese Werthe in der Farbengleichung (S. 210 I.)

$$o = \omega' + \frac{\omega''}{B'} + \frac{\omega'''}{B'\,B''} + \frac{\omega^{IV}}{B'B''B'''},$$

so erhält man

$$o = 0.8 + \frac{0.3}{B'} - \frac{1}{B'\,B''} + \frac{1}{B'\,B''\,B'''} \text{ oder}$$

$$B''' = \frac{1}{1 - 0.8\,B'\,B'' - 0.3\,B''} = + 0.7692,$$

wofür wir, der Kürze wegen, $B''' = \frac{1}{2}$ annehmen wollen, da es hinreicht, wenn der Farbengleichung nur sehr nahe genug geschieht (S. 251).

Kennt man aber so die Gröfse B′, B″ und B‴, so erhält man auch B aus der Gleichung (S. 210) $B\,B'\,B''\,B''' = m$, oder $B = \frac{4\,m}{3}$.

Wir haben daher $\omega' = 0.8\,\omega$, $\omega'' = 0.3\,\omega$, $\omega''' = -\,\omega$, $\omega^{IV} = \omega$, und $B = \frac{4\,m}{3}$, $B' = -\,0.3$, $B'' = -5.0$ und $B''' = 0.5$. Mit diesen Werthen aber geben die Gleichungen (I) der S. 210 folgende Ausdrücke, da

$$\varphi = \frac{\omega^{IV} - \omega''' + \omega'' - \omega'}{m - 1} = \frac{15\,\omega}{10\,(m - 1)} \text{ ist,}$$

$$\frac{A}{A+1} = \frac{5\,(4\,m+3)}{8\,(m-1)} \quad \text{also auch} \quad A = -\,\frac{5\,(4\,m + 3)}{12\,m + 23}$$

$$\frac{A'}{A'+1} = \frac{2\,m - 23}{3\,(m - 1)} \quad .\;.\;.\;.\quad A' = \frac{2\,m - 23}{m + 20}$$

$$\frac{A''}{A''+1} = -\,\frac{(5\,m+4)}{2\,(m-1)} \quad .\;.\;.\;.\quad A'' = -\,\frac{(5\,m + 4)}{7\,m+2}.$$

Substituirt man endlich diese Werthe von A und B . . . in den Ausdrücken der S. 208, so erhält man für die Construction des Fernrohres folgende Gleichungen:

$$p' = \frac{15\,(4\,m + 3)\,\alpha}{32\,m\,(m - 1)}$$

$$p'' = \frac{25\,(4\,m + 3)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{6\,m\,(m - 1)\,(12\,m + 23)}$$

$$p''' = \frac{5\,(4\,m + 3)\,(5\,m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{4\,m\,(m - 1)\,(m + 20)\,(12\,m + 23)}$$

$$p^{IV} = \frac{5\,(4\,m + 3)\,(5\,m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{m\,(m + 20)\,(12\,m + 23)\,(7\,m + 2)}$$

$$\triangle = \frac{(4\,m + 3)\,\alpha}{4\,m}$$

$$\triangle' = \frac{35\,(4\,m + 3)\,\alpha}{4\,m\,(12\,m + 23)}$$

$$\triangle'' = \frac{10\,(4\,m + 3)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{m\,(m + 20)\,(12\,m + 23)}$$

$$\triangle''' = \frac{15\,(4\,m + 3)\,(5\,m + 4)\,(2\,m - 23)\,\alpha}{2\,m\,(m + 20)\,(12 + 23)\,(7\,m + 2)}$$

Einfacher werden diese Ausdrücke, wenn man die vorhergehenden Werthe von p und $\triangle$ in den folgenden substituirt, wodurch man erhält:

$$p' = \frac{15\,(4\,m + 3)\,\alpha}{32\,m\,(m - 1)} \qquad \triangle = \frac{(4\,m + 3)\,\alpha}{4\,m}$$

$$p'' = \frac{80\,(2\,m - 23)\,p'}{9\,(12\,m + 23)} \qquad \triangle' = \frac{35\,\triangle}{12\,m + 23}$$

$$p''' = \frac{3\,(5\,m + 4)\,p''}{10\,(m + 20)} \qquad \triangle'' = \frac{8\,(2\,m - 23)\,\triangle'}{7\,(m + 20)}$$

$$p^{IV} = \frac{4\,(m - 1)\,p'''}{7\,m + 2} \qquad \triangle''' = \frac{3\,(5\,m + 4)\,\triangle''}{4\,(7\,m + 2)}$$

I. Setzt man für einen besonderen Fall $m = 70$, so geben die vorhergehenden Ausdrücke:

$p' = 0.02746\ \alpha$ und $\triangle = 1.01071\ \alpha$

$p'' = 0.03310\ \alpha$ $\qquad \triangle' = 0.04099\ \alpha$

$p''' = 0.03906\ \alpha$ $\qquad \triangle'' = 0.06090\ \alpha$

$p^{IV} = 0.02191\ \alpha$ $\qquad \triangle''' = 0.03286\ \alpha$

also auch die Verhältnisse:

$$\frac{p'}{p''} = 0.83 \quad \text{und} \quad \frac{\Delta'}{\Delta''} = 0.67$$

$$\frac{p'}{p'''} = 0.70 \quad , \quad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = 1.25$$

$$\frac{p'}{p^{IV}} = 1.25.$$

Sucht man aber aus den S. 225 VI. gegebenen Abmessungen der Fraunhofer'schen Fernröhre dieselben Verhältnisse, so findet man im Mittel aus allen dort angeführten speciellen Fällen:

$$\frac{p'}{p''} = 0.82 \quad \frac{\Delta'}{\Delta''} = 0.66$$

$$\frac{p'}{p'''} = 0.71 \quad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = 1.26$$

$$\frac{p'}{p^{IV}} = 1.28,$$

also sehr nahe mit dem Vorhergehenden übereinstimmend. Eine nur geringe Aenderung in der Annahme der constanten Gröſsen B oder ω, würde die Uebereinstimmung leicht noch gröſser machen.

ACHTES KAPITEL.

Zusammenfügung der Objective, Bestimmung der Vergröfserung, Micrometer u. f.

§. 1.

Obschon die den optischen Künstler unmittelbar angehenden Vorschriften, über die Verfertigung des Glases, über das Schleifen der Linsen u. f., aufser dem Kreise der gegenwärtigen Schrift liegen, worüber man die in dieser Beziehung sehr vorzügliche Optik des Hrn. Direct. Prechtl's (Wien, Heubner 1828) nachsehen kann, so gibt es doch noch einige Untersuchungen, welche den Künstler nicht weniger als denjenigen angehen, der das schon vollendete Instrument gehörig gebrauchen, und zu diesem Gebrauche auch zuweilen rectificiren will, und die daher hier, der Vollständigkeit wegen, näher angezeigt werden müssen.

Centrirung der Objectivlinsen.

Es ist für sich klar, dafs die Mittelpuncte aller vier Flächen der beyden Linsen eines Objectivs in einer und derselben geraden Linie liegen, oder wie man sagt, dafs das Doppelobjectiv genau centrirt seyn mufs, wenn man dadurch deutlich sehen soll. Da diese Centrirung sich durch den Gebrauch, durch Erschütterungen des Rohres u. f., leicht ändern kann, so wird ein Mittel nothwendig, sie wieder herzustellen. Das folgende von Wollaston mitgetheilte Verfahren (Phil. Transact. 1822) zeichnet sich durch seine Einfachheit und Präcision vor allen übrigen aus.

Man nimmt das Ocular eines Fernrohres aus seiner Stelle, und setzt an dieselbe die Flamme einer Lampe, deren Licht

man noch durch eine mit einer kreisrunden Oeffnung versehenen Platte verkleinern kann. Stellt man dann das mit einer Loupe bewaffnete Auge auf die andere Seite des Objectivs, in die Entfernung von etwa einem Fuſs von dem Objective, so erblickt man mehrere Bilder der Flamme, von denen einige vor, und andere hinter der wahren Flamme zu stehen scheinen.

Die Anzahl dieser Bilder ist 6 bey einem doppelten, 15 bey einem dreyfachen, 28 bey einem vierfachen, und überhaupt n (2 n — 1) bey einem nfachen Objective, und sie entstehen durch die doppelte Reflexion der Strahlen von jedem Paare der spiegelnden Flächen der Linsen. Nennt man z. B. bey einem doppelten Objective die vier Flächen desselben a, b, c und d, so erhält man ein Bild der Flamme durch die Reflexion von a, b und die fünf übrigen durch die Reflexion von b, c; c, d; a, c, b, d und a, d. Man kann leicht finden, welchem Flächenpaare jedes Bild angehört, wenn man von den beyden Linsen des Objectivs die eine etwas aus ihrer Lage bringt, während die andere unverrückt bleibt, wodurch die Bilder der ersten in Bewegung gesetzt werden, während die der andern ihre frühere Stellung beybehalten.

Dieser Versuch des Verrückens der Linsen leitet von selbst auf das hier zu beobachtende Verfahren. Wenn nämlich die verschiedenen Bilder der Flamme nicht alle in einer und derselben geraden Linie erscheinen, so sind die Linsen des Objectivs nicht centrirt, und man wird durch ein meistens nur sehr geringes Verschieben derselben diese Bilder genau in eine gerade Linie, und dadurch die gewünschte Centrirung des Objectivs mit groſser Schärfe zu Stande bringen. Am besten wird man die Linsen des Objectivs in einer ringförmigen metallenen Fassung haben, welche letzte mit zwey Schraubensystemen versehen ist, die unter rechten Winkeln gegen einander auf den Rand der Linsen wirken. Hat man zuerst durch die entgegengesetzten Schrauben in horizontaler Richtung die Bilder in eine gemeinschaftliche Vertikalebene gebracht, so vollendet man die Rectification durch die anderen entgegengesetzten Schrauben in vertikaler Richtung, indem man durch sie jene bereits in einer Ebene stehenden Bilder auch in eine einzige gerade Linie bringt.

§. 2.

Auseinandernahme und Wiederzusammenfügung der Linsen.

Oefter ist es nothwendig, diese Linsen wieder aus ihrer gemeinschaftlichen Fassung zu nehmen, um sie von eingedrungenem Staube oder von Feuchtigkeit zu reinigen. Zu dieser Absicht gab Fraunhofer (Astron. Nachrichten Nr. 59) folgendes Verfahren, welches ich hier mit seinen Worten mittheile.

Das Objectiv wird mittels drey Schräubchen, welche am Rande der Fassung sind, in derselben festgehalten. Indem man die Schräubchen losschraubt, kann demnach das Objectiv aus seiner messingenen Fassung genommen werden. Die beyden Objectivlinsen liegen so auf einander, daſs die mehr erhabene Seite des Kronglases gegen die hohle Seite des Flintglases gekehrt ist (das Flintglas hat nur eine hohle Seite, die zweyte ist erhaben). Da bey derjenigen Construction der Objective, bey welcher alle Abweichungen so klein als möglich sind, die unmittelbar zusammengelegten Flächen der Linsen sich in der Mitte berühren würden, und dadurch ein farbiger Flecken und eine schädliche Biegung der Gläser entstehen müſste, so sind am Rande drey genau gleichdicke Staniolblättchen in solchen Entfernungen zwischen das Kron- und Flintglas gelegt, daſs sie 120 Grade von einander abstehen. Diese Blättchen kleben gewöhnlich an den Glasflächen, und man muſs sie am Rande des Objectivs etwas naſs machen, um die Linsen leicht auseinander nehmen zu können. Man thut gut, wenn man vor dem Auseinandernehmen der Linsen sich dieselben am Rande bezeichnet, damit sie nach dem Reinigen wieder eben so zusammengelegt werden, weil eine veränderte Lage zuweilen einen kleinen Unterschied in der Wirkung des Objectivs hervorbringen kann.

Die Gläser werden zuerst mit Weingeist und einem Leinentuche geputzt, nachher mit Kreidewasser gewaschen und einem in Kreidewasser gewaschenen und getrockneten Leinentuche abgewischt, welches letzte demnach, der Kreide wegen, etwas staubt, wodurch der Schmutz am sichersten weggenommen wird. Der

Staub wird alsdann mit einem reinen Haarpinsel abgekehrt, und die Linsen wieder gehörig auf einander gelegt.

Man bezeichnet sich nun am Rande des Objectivs drey Puncte, welche nahe 120 Grade von einander abstehen, und bringt an diesen Puncten neue, genau gleichdicke Staniolblättchen zwischen die beyden Linsen, da die alten Blättchen nicht wieder gebraucht werden können. Man benetzt diese Blättchen (Rechtecke von etwa 0.5 Par. Zoll Länge und 0.2 Breite) etwas weniges mit in Wasser aufgelöstem arabischen Gummi, und schiebt den einen schmäleren Theil derselben, indem man die Gläser etwas lüftet, etwa 0.13 Zoll tief zwischen dieselben, drückt dann an dieser Stelle ziemlich stark auf das Objectiv, so daſs das Blättchen sich an beyde Flächen genau anschlieſst, und schneidet zuletzt, nachdem alle drey Blättchen zwischen gelegt sind, den auſser den Gläsern hervorstehenden Theil derselben mit einem scharfen Messer so weg, daſs am Rande nichts von dem Staniol vorsteht. Es versteht sich von selbst, daſs alle drey Blättchen gleich tief zwischen das Objectiv gelegt werden müssen. Noch während der Gummi feucht ist, muſs das Objectiv in seine Fassung festgeschraubt werden. Man muſs sich dabey sehr in Acht nehmen, daſs das Objectiv nicht verkehrt in seine Fassung gelegt werde; das Kronglas muſs nämlich gegen den Gegenstand gekehrt seyn. Ein Irrthum ist aus dem Grunde leicht möglich, weil das Flintglas eben so, wie das Kronglas, an der äuſsern Seite convex ist, und man, wenn das Objectiv in seiner Fassung liegt, nicht leicht erkennt, welches das Kronglas ist.

Das Objectiv berührt die Auflage seiner Fassung nur an drey Stellen, deren Mitten ebenfalls 120 Grade von einander entfernt sind; der übrige Theil der Auflage ist ausgeschnitten, so daſs er die Glasfläche nicht berühren kann, und das Objectiv nur an den drey genannten Stellen aufliegt. Es muſs das Objectiv so in die Fassung gebracht werden, daſs die Staniolblättchen genau dahin zu stehen kommen, wo die drey Auflagen sind. Der Ring, in welchem die drey Schräubchen ihr Gewinde haben, mittels welcher das Objectiv in seiner Fassung festgehalten wird (der Federring), ist so ausgefeilt, daſs er das Objectiv ebenfalls nur an drey Stellen berührt, und zwar eben da, wo die Blättchen liegen. Die Löcher, welche für die Schräubchen durch die Objec-

tivfassung gehen, sind etwas länglich, und haben ihren Ort immer in der Mitte zwischen zwey Blättchen. Man drückt an der Stelle, wo ein Schräubchen ist, auf den Federring und schraubt, während des Drückens, das Schräubchen fest; dasselbe geschieht auch bey den anderen Schräubchen, so daſs das Objectiv mit demselben Drucke in der Fassung festgehalten wird, mit welchem man auf die genannten Stellen gedrückt hat. Damit ein ungleicher Druck an den drey verschiedenen Orten ausgeglichen werde, so wiederholt man diese Arbeit, nachdem schon alle drey Schräubchen fest sind, noch einmal, aber immer mit nahe gleichem Drucke. Da demnach die vordere Fläche des Kronglases an denselben drey Stellen aufliegt, wo mittels der Staniolblättchen die beyden Linsen sich berühren, und an eben diesen Stellen der Federring auf die äuſsere Fläche des Flintglases drückt, so kann das Objectiv, bey Beachtung der nöthigen Vorsicht, nicht schädlich gebogen werden, wie fest es auch in seiner Fassung geschraubt werden mag.

Sehr nachtheiligen Einfluſs hat es auf das deutliche Sehen, wenn die drey zwischen die Linsen gelegten Staniolblättchen auch nur sehr wenig in ihrer Dicke verschieden sind. Diese Blättchen haben, selbst wenn man sie von einem und demselben Staniolstreifen neben einander herabscheidet, immer sehr ungleiche Dicke. Man ist auch nicht im Stande, sie durch Schleifen u. dgl. genau gleichdick zu machen. Daher muſs man sich immer eine gröſsere Anzahl ausschneiden und sie dann sortiren, d. i. die gleichdicken heraussuchen. Das Messen der Dicke der verschiedenen Blättchen kann, wie es sich von selbst versteht, nicht mit einem Dickzirkel u. dgl. in den nöthigen Grad genau geschehen. Das Beste zum Vergleichen der Dicken ist das Objectiv selbst. Ein Objectiv von dieser Construction gibt, wenn die sich berührenden Flächen ganz rein sind, in der Mitte einem aus Farbenringen bestehenden Flecken. Am Rande stehen dann diese zwey Flächen so weit von einander ab, als die Differenz des Sinusversus ihrer Krümmungen beträgt. Legt man am Rande zwischen die beyden Linsen ein Blättchen, dessen Dicke gröſser ist, als die genannte Differenz, so wird der farbige Flecken aus der Mitte verrückt, und überhaupt um so weiter von dem Blättchen entfernt seyn, je dicker es ist. Man darf daher

nur diese Entfernung bey jedem zwischen die Linsen gelegten Blättchen genau messen, so findet man leicht und in hohem Grade genau, welche Blättchen von gleicher Dicke sind. Man muſs dabey auch die obere Linse, zwischen dem Blättchen und dem farbigen Flecken, etwas niederdrücken, damit das Blättchen beyde Flächen genau berührt. Endlich wird der Theil des Blättchens, der zwischen die Linsen kommen soll, zuerst zwischen zwey ebenen, aber etwas harten, rauhen Flächen, z. B. zwischen zwey matten Glasflächen, etwas gerieben, damit die gröſseren Unebenheiten des Staniols, seine Krümmungen u. f. sich verlieren.

§. 3.

Senkrechte Stellung des Objectivs auf die Axe des Fernrohrs.

Bey einem wohl eingerichteten Fernrohre müssen endlich die beyden Gläser des Doppelobjectivs und des Oculars, eine unter sich parallele Lage haben, oder mit andern Worten, die Axen dieser beyden Linsen müssen in einer und derselben geraden Linie liegen, eine Lage, die durch häufige pralle Bewegung des Rohres leicht verrückt werden kann, und daher wieder verbessert werden muſs.

Zu diesem Zwecke hat man ein etwa vier oder sechs Zoll langes Fernrohr mit einem Kreuzfaden in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte beyder Gläser, welches sich zwischen der oberen, engeren Verbindung eines kleinen Dreyfuſses nach allen Richtungen bewegen läſst. Das untere Ende dieses etwa vier Zolle langen Dreyfuſses ist mit drey stählernen, an ihren Enden abgerundeten, glatten Stiften versehen.

Man richtet das Fernrohr mit dem Oculare gegen das Fenster, und stellt die erwähnten Spitzen des Stiftes an die äuſsere Fläche des Objectivs, und richtet dann das kleine Rohr des Dreyfuſses so, daſs das Fadenkreuz desselben die durch dieses kleine Rohr gesehene runde Ocularöffnung des groſsen Fernrohres genau halbirt. Dreht man dann den Dreyfuſs so, daſs seine drey Spitzen immer mit dem Objective in Berührung bleiben, und trifft der Durchschnitt des Fadenkreuzes, in allen Lagen des

kleinen Rohres, immer genau die Mitte der Ocularöffnung des grofsen, so fallen die beyden Axen des Objectivs und des Oculars des grofsen Rohres zusammen.

Ist diefs aber nicht der Fall, so mufs das Objectiv eine etwas geänderte Lage erhalten, um jene Coincidenz der Axen zu erreichen. Zu diesem Zwecke wird man bey den Fraunhoferschen Fernröhren in dem Ringe, der die Objectivlinsen trägt, am Boden desselben drey Stell- und eben so viele Zugschrauben bemerken, durch welche jener Ring an das eigentliche Rohr befestiget und in jeder Neigung desselben fest erhalten werden kann. Eine geringe Verrückung einer oder mehrerer dieser Schrauben wird hinreicheu, das Objectiv nach einigen einfachen Versuchen in die Lage zu bringen, in welcher das kleine Rohr des Dreyfufses für jede Stellung desselben immer die Ocularöffnung durch den Kreuzfaden halbirt, und in welcher daher auch die beyden Axen des Doppelobjectivs und des Oculars zusammenfallen.

§. 4.

Bestimmung der Vergröfserung eines Fernrohres.

Die Vergröfserung eines astronomischen Fernrohres mit zwey Linsen ist nach dem Vorhergehenden gleich der Brennweite des Objectivs dividirt durch die des Oculars. Die gewöhnlich sehr kurze Brennweite des Oculars ist leicht durch irgend eine der bekannten Vorrichtungen zu messen, indem man das Bild der Sonne oder eines sehr entfernten irdischen Gegenstandes auf eine weifse Fläche fallen läfst, und den senkrechten Abstand der Linse von dieser Fläche mifst. Aber die genaue Bestimmung der oft bedeutend grofsen Brennweite der Objective läfst sich auf diesem Wege nicht erhalten. Folgendes von Maskelyne vorgeschlagene Verfahren wird dazu mehr geeignet seyn.

Man legt ein anderes, auch nur kleines Fernrohr, dessen Linsen man zuerst in die Entfernung von einander gebracht hat, dafs man dadurch sehr entfernte Gegenstände, z. B. den Mond, deutlich sieht, horizontal auf einen Tisch, und stellt vor das Objectiv desselben das neue, zu messende Objectiv mit dem vorigen parallel. Dann läfst man von einem Gehülfen ein den beyden Objectiven ebenfalls parallel gehaltenes Buch mit kleinen

Buchstaben oder eine feine Zeichnung so lange von dem Objective entfernen, bis das Auge an dem Oculare des kleinen Fernrohrs diese Buchstaben am deutlichsten sieht. Dann ist die Distanz des Buches von dem neuen Objective sofort die gesuchte Brennweite des letzteren. Denn weil itzt das Buch durch das neue Ocular eben so deutlich gesehen wird, als vorher der Mond durch das Fernrohr gesehen wurde, so erhält das Objectiv des Fernrohrs, mittels des neuen Objectives, ebenfalls parallele Strahlen von dem Buche, also muſs das Buch in dem Brennpuncte des neuen Objectives stehen, oder beyder Entfernung muſs die Brennweite des neuen Objectives seyn, und daher wird diese Entfernung, dividirt durch die Brennweite des Oculars des neuen Fernrohres, die gesuchte Brennweite des letzteren geben.

Das folgende Verfahren, die Vergröſserung eines Fernrohres zu bestimmen, ist von Ramsden vorgeschlagen worden. Wenn man das für weit entfernte Gegenstände eingerichtete Fernrohr gegen einen lichten Theil des Himmels richtet, und das Auge etwas von dem Oculare entfernt, so erblickt man in der Mitte des Oculars einen kleinen leuchtenden Kreis, der das von dem Oculare gemachte Bild der Einfassung des Objectives ist. — Denkt man sich zwey gleiche gerade Linien Aa und Bb, die sich in dem Puncte C durchschneiden, so kann AB den Durchmesser des Objectivs und ab den Durchmesser dieses Bildes des Objectivs vorstellen, und man hat wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke

$$\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{aC},$$

oder da AC die Brennweite des Objectivs, und aC die des Oculars ist, so ist die gesuchte Brennweite des Fernrohres gleich dem Durchmesser AB des Objectivs, dividirt durch den Durchmesser ab seines Bildes. — Der Durchmesser des Objectivs kann auf die gewöhnliche Weise, mittels eines Zirkels und eines willkührlichen Maſsstabes gemessen werden. Zur Messung des Bildes aber braucht Ramsden ein kleines Fernrohr von zwey convexen Linsen, zwischen welchen eine Glasplatte mit mehreren parallelen geraden Linien gestellt wird, deren Entfernung man an demselben Maſsstabe bestimmt. Bey dem Gebrauche die-

ses Instrumentes legt man das Objectiv desselben an das Ocular des Fernrohrs, und verschiebt die Glasplatte in ihrer Röhre so lange, bis man das erwähnte Bild des Objectivs deutlich sieht, und das Ocular des Instruments ebenfalls so lange, bis man die parallelen Striche der Glasplatte deutlich sieht, und zählt dann, wie viele Intervalle diese parallelen Striche auf den Durchmesser des Objectivbildes gehen. Findet man z. B. daſs der Durchmesser jenes Bildes $3\frac{1}{2}$ Intervalle der parallelen Streifen beträgt, und daſs ein Intervall gleich 0.12 Linien des gebrauchten Maſsstabes ist, so ist der Durchmesser des Bildes, oder des letzten Strahlencylinders gleich 3.5 (0.12) = 0.42 Linien. Ist dann der Durchmesser des Objectivs selbst gleich 48 Linien desselben Maſsstabes, so ist die gesuchte Brennweite gleich $\frac{48}{0.42} = 114.29$.

Mikrometer.

§. 5.

So lange ein Fernrohr die Gegenstände bloſs gröſser und deutlicher zeigt, kann es wohl zum besseren Sehen, aber nicht zum eigentlichen Messen der Gröſse der Gegenstände gebraucht werden. Zu dieser zweyten Absicht, die den Werth des Ganzen erst bestimmt, bringt man in dem Orte des letzten wahren Bildes des Fernrohres eine Anzahl feiner Fäden an, die alle in einer auf der Axe des Rohres senkrechten Ebene liegen, und unter der Benennung der Mikrometer bekannt sind. Das einfachste derselben besteht aus zwey Fäden, von welchen der eine fest, und der andere mittels einer feinen Schraube beweglich und in allen seinen Lagen mit dem ersten parallel ist. Kennt man den Werth eines Umgangs der Schraube, so wird man daraus die Gröſse des Durchmessers jenes letzten Bildes finden, welches von jedem Gegenstande in dem Fernrohre erzeugt wird. Durchläuft z. B. der bewegliche Faden einen Zoll, während die Schraube hundert Umgänge macht, so miſst jeder Umgang $\frac{1}{100}$ Zoll, und wenn daher der Halbmesser eines Bildes durch 3.62 Schraubenumgänge gemessen wird, so beträgt dieser Halbmesser des Bildes 0.0362 Zolle.

§. 6.

Gewöhnlich braucht man aber den Werth des Winkels, welchen die beyden Gesichtsstrahlen von den Endpunkten des Gegenstandes in dem Mittelpuncte des Objectivs bilden. Nennt man 2φ diesen Winkel, welcher also auch gleich dem Winkel ist, den die beyden äuſsersten Strahlen des Bildes in dem Mittelpuncte des Objectivs machen, und ist r und r′ der lineare Halbmesser des Gegenstandes und des Bildes, a die Entfernung des Gegenstandes und α die Entfernung des Bildes von dem Objective, so ist, da die Winkel φ nur klein sind, also tang $\varphi = \varphi$ gesetzt werden kann,

$$\varphi = \frac{r}{a} \text{ und } \varphi = \frac{r'}{\alpha}$$

Ist aber p die Brennweite des Objectivs, so ist (S. 40)

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

also auch, wenn man diesen Werth von α in der Gleichung $\varphi = \frac{r'}{\alpha}$ substituirt,

$$\varphi = \left(1 - \frac{p}{a}\right) \cdot \frac{r'}{p}$$

Könnte man also r′ durch die Schraube messen, von welcher der Werth eines Umganges daher mit der gröſsten Genauigkeit bekannt seyn müſste, so würde man aus dieser Gleichung, wenn p und a gegeben ist, den gesuchten Winkel φ bestimmen. Da aber der Werth eines Umgangs der Schraube nach der in §. 5 erwähnten Methode nur schwer mit einiger Schärfe zu messen seyn mag, so wird es besser seyn, den Werth dieses Umgangs, nicht wie vorhin in linearischem Maſse, sondern sogleich als Theil eines Winkels zu messen, wozu sich folgendes einfache Verfahren anbietet.

I. Man wähle ein sehr entferntes und deutlich gesehenes irdisches Object. Der Durchmesser desselben enthalte z Umdrehungen der Schraube, und, wie man durch irgend ein winkel-

messendes Instrument finden kann, ω Secunden. Daraus folgt sofort, dafs eine Umdrehung der Schraube den Werth von $\frac{\omega}{z}$ Secunden habe, und dafs daher ist $\frac{r'}{p} = \frac{\omega}{z}$, vorausgesetzt dafs die Entfernung a des Objectes so grofs ist, dafs man $\frac{p}{a} = 0$ annehmen kann. Ist diese Entfernung nicht so grofs, so hat man

$$\frac{r'}{p}\left(1 - \frac{p}{a}\right) = \frac{\omega}{z}$$

und man wird daher den oben gefundenen Werth von $\frac{\omega}{z}$ durch $1 - \frac{p}{a}$ dividiren, um den gesuchten Werth von $\frac{r'}{p}$ zu erhalten.

II. Beobachtet man die Anzahl z der Schraubenumgänge, welche der Durchmesser der Sonne erfordert, und weifs man z. B. aus der astronomischen Ephemeride, dafs der scheinbare Durchmesser der Sonne gleich R Secunden beträgt, so ist der Werth eines Umgangs gleich $\frac{R}{z}$, und da hier $a = \infty$ ist, so ist auch der Werth von r', der zu einer Umdrehung der Schraube gehört, gleich

$$\frac{r'}{p} = \frac{R}{z}.$$

III. Auch kann man, nachdem man ein Fernrohr so gestellt hat, dafs es sehr entfernte Gegenstände z. B. den Mond, deutlich zeigt, den beweglichen Faden um eine gegebene Anzahl z. B. um 20 Umgänge der Schraube von dem festen Faden entfernen, und dann das Ocular abnehmen, und die Ocularseite des Rohres gegen eine reine Stelle des Himmels richten. Da itzt die Strahlen von den Fäden nach ihrem Durchgange durch das Objectiv eine unter sich parallele Richtung haben, so kann man mittels eines auf der Objectivseite des Fernrohres aufgestellten Theodoliten die Winkeldistanz ω der beyden Fäden messen, wo dann $\frac{\omega}{20}$ wieder gleich dem Werthe von $\frac{r'}{p}$ für einen einzelnen Schraubenumgang seyn wird.

IV. Sey $\Psi = \frac{r'}{p}$ der kleine Winkel, der einem Schraubenumgange entspricht, so wird die vorhergehende Gleichung seyn

$$\varphi = \frac{r}{a} = \left(1 - \frac{p}{a}\right) \Psi \text{ oder auch}$$

$$r = (a - p) \Psi$$

aus welchem letzten Ausdrucke man auch die Distanz a des Objectes

$$a = p + \frac{r}{\Psi \operatorname{Sin} 1''}$$

finden kann, wenn der Werth von Ψ durch das Mikrometer gemessen wurde, und wenn der lineare Halbmesser r des Objectes bekannt ist.

§. 7.

Für astronomische Beobachtungen, wo die Objecte wegen der täglichen Bewegung des Himmels selbst beweglich sind, werden die Fäden des Mikrometers gegen die Richtung der täglichen Bewegung unter gegebenen Winkeln geneigt. — Eines derselben, das Netz von 45 Graden, besteht aus vier Fäden, die sich in der Mitte des Feldes des Fernrohres unter Winkeln von 45 Graden schneiden. Wird daher einer dieser Fäden der täglichen Bewegung oder dem Aequator parallel und daher der andere darauf senkrecht gestellt, so ist der Weg, welchen jeder Stern zwischen den beyden schiefliegenden Fäden beschreibt, gleich der zweifachen Entfernung seines Weges von dem gemeinschaftlichen Durchschnittspuncte aller Fäden, also läſst sich auch aus dem beobachteten Durchgange mehrerer Sterne durch diese Fäden die Differenz ihrer Abstände in der Richtung des Aequators und in der darauf senkrechten Richtung d. h. die Differenz der Rectascension und Declination der Sterne bestimmen. — Ein anderes, das sogenannte Bradley'sche Netz, erhält man, wenn man aus dem Mittelpuncte der oberen und unteren Seite eines Quadrats nach den gegenüberstehenden Winkeln des Quadrats Fäden zieht. Stellt man dieses Mikrometer so, daſs die obere und untere Seite des Quadrats der täglichen Bewegung

parallel ist, so ist der Weg jedes Sterns zwischen je zweyen dieser vier Fäden gleich dem Abstande dieses Weges von dem Durchschnittspuncte jener zwey Fäden, woraus sich also ebenfalls die Differenz der Rectascension und Declination der beobachteten Sterne finden läſst.

Das einfachste dieser astronomischen Mikrometer ist aber das sogenannte Kreismikrometer, ein genau kreisförmig ausgedrehtes Diaphragma, welches in dem Brennpuncte des Oculars senkrecht auf der Axe des Fernrohrs steht. Nennt man 2 t die Zeit, welche ein Stern, dessen Declination δ ist, braucht, eine Sehne dieses Kreises zurückzulegen, und sind 2 t' und δ' dieselben Gröſsen für einen zweyten Stern, und nennt man d und d' die unbekannten senkrechten Abstände dieser Sehnen von dem Mittelpuncte des Kreises, so hat man, wenn r der bekannte Halbmesser des Kreises ist,

$$d^2 = r^2 - (15\,t \operatorname{Cos}\delta)^2 \text{ und}$$
$$d'^2 = r^2 - (15\,t' \operatorname{Cos}\delta')^2$$

und die gesuchte Differenz der Declination der beyden beobachteten Sterne wird $\delta' - \delta = d' - d$ seyn, so wie die gesuchte Differenz der Rectascension dieser Sterne gleich der Differenz der beyden Zeiten seyn wird, zu welchen jeder dieser Sterne in der Mitte seiner Sehne war. Ist daher die Rectascension und Declination des einen dieser Sterne bekannt, so kann man daraus die Rectascension und Declination des andern finden.

Den Halbmesser r des Mikrometers aber bestimmt man am besten durch zwey Sterne, deren Declination genau bekannt ist, und für welche die Differenz der Declination nahe gleich dem Durchmesser 2 r des Kreises ist. Nennt man nämlich wieder t und t' die Zeiten der halben Sehnen, und δ, δ' die bekannten Declinationen der beyden Sterne, so sey $a = 15\,t \operatorname{Cos}\delta$ und $a' = 15\,t' \operatorname{Cos}\delta'$. Dieſs vorausgesetzt, suche man die beyden Winkel m und n aus

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(m+n) = \frac{a'+a}{\delta'-\delta} \text{ und}$$
$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(m-n) = \frac{a'-a}{\delta'-\delta},$$

so hat man sofort für den gesuchten Halbmesser des Kreismikrometers

$$r = \frac{a'}{\mathrm{Sin}\, m} = \frac{a}{\mathrm{Sin}\, n} \text{. oder auch}$$

$$r = \frac{\frac{1}{2}(\delta' - \delta)}{\mathrm{Cos}\,\frac{m+n}{2}\,\mathrm{Cos}\,\frac{m-n}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(a' + a)}{\mathrm{Sin}\,\frac{m+n}{2}\,\mathrm{Cos}\,\frac{m-n}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(a' - a)}{\mathrm{Cos}\,\frac{m+n}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{m-n}{2}}.$$

Eine nähere Anleitung zu dem Gebrauche dieser und der andern Mikrometer wird man in den für diesen Gegenstand bestimmten astronomischen Schriften finden.

NEUNTES KAPITEL.

Mikroscope.

§. 1.

Wie die Fernröhre oder Telescope uns die Gegenstände klar und deutlich zeigen, welche wir ihrer grofsen Entfernung wegen, mit freyen Augen nicht mehr gut sehen können, so sollen auch die Mikroscope sehr nahe und kleine Gegenstände unsern Augen deutlich darstellen. Der Gebrauch einzelner durchsichtiger Kügelchen und wohl selbst der Linsen zu dem letztgenannten Zwecke war offenbar den Alten schon bekannt, wie ihre geschnittenen Steine zeigen: das aus mehreren Linsen zusammengesetzte Mikroscop aber ist eine Erfindung der Neueren, die, wie es scheint, nur einige Jahre nach jener des Telescops gemacht worden ist.

Auch hier wird, wie bey den Fernröhren, vorausgesetzt, dafs man einen sehr kleinen und nahen Gegenstand dann deutlich sieht, wenn die Strahlen, die von jedem Puncte desselben ausgehen, das Auge des Beobachters in unter sich parallelen Richtungen treffen, und dafs daher, bey einer einzigen convexen Linse, der Gegenstand in dem Brennpuncte und das Auge auf der andern Seite der Linse liegen soll. — Man nimmt gewöhnlich an, dafs ein gesundes, unbewaffnetes Auge die kleinsten Theile eines Gegenstandes deutlich sieht, wenn der Gegenstand acht Pariser-Zolle von dem Auge entfernt ist. Wir wollen diese Entfernung des Deutlichsehens überhaupt durch h bezeichnen. — Die Vergröfserung m eines Mikroscopes wird also auch hier, wie S. 369 gleich seyn dem Winkel, unter welchem der Durchmesser eines Gegenstandes in dem Mikroscope er-

scheint, dividirt durch den Winkel, unter welchem er dem unbewaffneten Auge in der Entfernung von h Zollen erscheinen würde.

Der Durchmesser des Gesichtsfeldes aber wird hier nicht mehr, wie bey den Telescopen, durch den Winkel φ ausgedrückt, unter welchem die beyden äufsersten Strahlen des durch das Telescop sichtbaren Gegenstandes, dessen Abstand von dem Objective gleich a ist, im Mittelpuncte des Objectivs sich schneiden, weil dieser Winkel bey dem Mikroscope veränderlich und immer gröfser wird, je kleiner der Abstand a ist. Für Mikroscope werden wir daher die Durchmesser des Gesichtsfeldes gleich dem constanten Producte dieser beyden Gröfsen a und φ und daher den Halbmesser desselben $z = a\varphi$ setzen. Aus dieser Ursache wird man also auch die allgemeinen Ausdrücke von m, die wir in der zweyten Abtheilung I. §. 5 gegeben haben, noch durch $\frac{h}{a}$ multipliciren, um die Vergröfserung der Mikroscope zu erhalten.

Ist endlich x′ der Halbmesser des Strahlencylinders in der Nähe des Auges, so ist (S. 178) das Mafs der Klarheit gleich 20 x′ und daher

$$\frac{\text{dioptrische Helle}}{\text{natürliche Helle}} = (20\,x')^2$$

§. 2.

Dieses vorausgesetzt, wollen wir zuerst die einfachen Mikroscope betrachten, die blofs aus einer Linse oder aus einer kleinen Kugel bestehen.

Sey APB (Fig. 14) die Hälfte einer biconvexen Linse, von der Brennweite p, und $Ee = z$ der Durchmesser eines kleinen Gegenstandes, der in dem Brennpuncte E der Linse senkrecht auf der Axe derselben steht, und $EAe' = \varphi$, so wie $AE = a = p$. Die von E kommenden Strahlen bilden nach ihrem Durchgange durch die Linse einen Cylinder, dessen Axe BF ist, so wie die aus e kommenden Strahlen nach ihrem Durchgange einen Cylinder bilden, dessen Axe CG ist, weil CG der durch die Mitte der Linse ungebrochen gehende Hauptstrahl des Puncts e ist.

Daher wird ein Auge in B die von E und e kommenden Strahlen jede in unter sich parallelen Richtungen unter den Winkel E C e, oder E A e erhalten, wo tg E A e $= \frac{z}{a}$, also auch, da E A e nur sehr klein ist, wo E A e $= \frac{z}{a}$ ist. Da aber derselbe Gegenstand E e $=$ z in der Entfernung h von dem Auge unter dem Winkel $\frac{z}{h}$ gesehen wird, so ist der in §. 1 gegebenen Erklärung zufolge, die Vergröſserung des Mikroscopes

$$m = \frac{z}{a} : \frac{z}{h} = \frac{h}{a}, \text{ oder da } a = p \text{ ist}$$

$$m = \frac{h}{p}.$$

Setzt man das Auge in C, und vernachlässiget die Dicke der Linse, so bleibt offenbar das Feld, oder die Gröſse des Gegenstandes, welches das Auge übersehen kann, unbestimmt; durch die Dicke der Linse aber, und durch die Unmöglichkeit, das Auge nach C zu bringen, wird das Feld sehr vermindert.

Ist x der Oeffnungshalbmesser der Linse, so wird der Halbmesser der Kugelabweichung (S. 61) für die Mikroscope durch

$$\frac{m\,a\,x^3}{4\,h} \cdot \frac{\mu}{p} \left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right)$$

ausgedrückt werden, oder da hier $m = \frac{h}{a}$ ist, durch

$$\frac{x^3\,\mu}{4\,p} \left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right).$$

Den Erfahrungen zu Folge kann bey Mikroscopen ein Fehler von 10 bis 12 Secunden im Winkel ohne Störung ertragen werden. Nennt man daher $\frac{1}{4\,g^3}$ den Halbmesser der Kugelabweichung, so darf man $\frac{1}{4\,g^3} = \text{Sin } 6''$ setzen, woraus folgt

$$g = \sqrt[3]{\frac{1}{4 \,\mathrm{Sin}\, 6''}} = 20''.5,$$

wofür wir der Kürze wegen $g = 20$ setzen wollen, so daſs man hat:

$$\frac{x^3 \mu}{4 p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a \alpha}\right) = \frac{1}{4 g^3},$$

woraus folgt, da $\alpha = \infty$ ist,

$$x = \frac{p}{g} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}} = \frac{h}{m g} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu \lambda}}$$

Ist $n = 1.55$, so ist (S. 59) $\mu = 0.9381$ und für eine gleichseitige Linse $\lambda = 1,63$. Setzt man also $h = 8$ und $g = 20$, so hat man:

$$x = \frac{0.3472}{m} \text{ Zolle.}$$

Sollte die Kugelabweichung ein Kleinstes seyn, so müſste man $\lambda = 1$ nehmen, für welchen Fall man daher erhält:

$$x = \frac{0.4086}{m} \text{ Zoll.}$$

Weiter hat man für die Krümmungshalbmesser f und g der Linse (S. 57)

$$f = \frac{p}{0.1908} = \frac{41.93}{m} \text{ Zoll},$$

$$g = \frac{p}{1.6274} = \frac{4.916}{m} \text{ Zoll.}$$

Da endlich, wegen der vorausgesetzten Kleinheit der Linse der Durchmesser des in das Auge tretenden Lichtcylinders gleich dem Durchmesser der Linse selbst angenommen werden kann, so ist $x' = x$ und daher das Maſs der Klarheit $= 20 x$. Für gleichseitige Linsen war

$$x = \frac{0.3472}{m},$$

also das Mafs der Klarheit $= \frac{7}{m}$ und für Linsen der kleinsten Kugelabweichung ist das Mafs der Klarheit $= \frac{8}{m}$. Wenn also eine Linse den Durchmesser der Gegenstände achtmal vergröfsert, so ist die optische Klarheit derselben nahe der natürlichen mit blofsem Auge: je stärker aber die Vergröfserung ist, desto geringer ist die Klarheit.

Aus dem Vorhergehenden folgt folgende kleine Tafel für Linsen, deren Kugelabweichung ein Kleinstes oder für die $\lambda = 1$ ist.

Vergröfserung	Brennweite	Halbmesser		Halbe Oeffnung	Mafs der Klarheit
m	p	f	g	x	
10	0.800	4.193	0.492	0.040	0.800
20	0.400	2.096	0.246	0.020	0.400
40	0.200	1.048	0.123	0.010	0.200
60	0.133	0.700	0.082	0.006	0.133
80	0.100	0.524	0.062	0.005	0.100
100	0.080	0.419	0.049	0.004	0.080
120	0.066	0.349	0.041	0.003	0.066
140	0.057	0.299	0.035	0.003	0.057
160	0.050	0.262	0.031	0.002	0.050

die Gröfsen p, f, g und x sind in Par. Zollen ausgedrückt.

Man sieht daraus, dafs man mit einer einzigen Linse nicht leicht eine Vergröfserung über 120 oder 140 erreichen kann, weil die Halbmesser f, g und die halbe Oeffnung x zu klein wird, und die Klarheit zu sehr abnimmt.

§. 3.

Auch kleine Glaskugeln lassen sich als Mikroscope brauchen. Die Brennweite p einer solchen Kugel ist (S. 31)

$$p = \frac{(1 - \frac{1}{2}\, n)\, f}{n - 1},$$

wenn n das Brechungsverhältnifs und f der Halbmesser der Kugel ist. Um die Vergröfserung m zu erhalten, ziehe man von

den beyden Endpuncten des Objects nach den Mittelpunct der Kugel zwey Linien, welche daher die ungebrochen durchgehenden Hauptstrahlen jene beyden Endpuncte vorstellen. Das Auge, welches im Mittelpuncte der Kugel angenommen werden kann, empfängt diese beyden Strahlen unter dem zu der Entfernung $a + f$ gehörenden Winkel, wenn a die Entfernung des Objectes von der nächsten Oberfläche der Kugel bezeichnet, so daſs man hat

$$m = \frac{h}{a + f},$$

oder da das Object im Brennpuncte der Kugel, also $a = p$ ist, wenn man den vorhergehenden Werth von p substituirt,

$$m = \frac{2(n - 1)h}{nf}, \text{ oder auch } m = \frac{(2 - n)h}{na}.$$

Die weitere, übrigens ganz einfache Entwicklung dieses Gegenstandes kann man in Euler's Dioptrik Cap. I. Probl. IV. nachsehen, wo auch folgende Tafel für mikroscopische Glaskugeln gegeben wird.

Vergröſserung m	Distanz des Objectes a	Halbmesser der Kugel	Halbmesser der Oeffnung vorderen	Halbmesser der Oeffnung hinteren	Halbes Gesichtsfeld	Maſs der Klarheit
10	0.232	0.568	0.014	0.050	0.016	0.998
20	0.116	0.284	0.007	0.025	0.008	0.499
30	0.077	0.189	0.005	0.017	0.005	0.333
40	0.058	0.142	0.003	0.013	0.004	0.249
50	0.046	0.114	0.003	0.010	0.003	0.199
60	0.038	0.094	0.002	0.008	0.001	0.166

wo alle Zahlen, auſser der ersten und letzten Reihe, Pariser Zolle bezeichnen. Die Vergleichung dieser Tafel mit der in §. 2 zeigt, daſs die Klarheit bey den Kugeln gröſser ist, als bey den Linsen, so lange die Vergröſserung nicht zu stark ist, daſs aber bey den Kugeln die Objecte zu nahe an die Kugel gebracht werden müssen, wodurch die einzelnen, nicht in einer Ebene liegenden Theile des Objectes undeutlich erscheinen, daſs endlich bey den Kugeln das Gesichtsfeld sehr klein ist. Den Mangel der

Klarheit kann man übrigens, wie bekannt, bey Linsen sowohl als bey Kugeln durch Spiegel abhelfen, welche das Licht der Sonne oder einer Lampe auf das Object bringen, und dasselbe stark beleuchten.

§. 4.

Man sieht, dafs man durch die vorhergehenden einfachen Mikroscope nicht leicht eine Vergröfserung, die über 40 oder 50 geht, mit Vortheil anwenden kann, und dafs man daher, wo stärkere Vergröfserungen gefordert werden, zu den zusammengesetzten Mikroscopen seine Zuflucht nehmen mufs. Diese letzten sollen im Allgemeinen folgende Eigenschaften haben: Die Objecte müssen nicht zu nahe an die Linsen gebracht werden, weil sonst die einzelnen Theile derselben nicht mit gleicher Klarheit gesehen werden können; das Objectiv darf keine zu kleine Brennweite haben, weil sonst die Oeffnung desselben zu klein wird; die Kugelabweichung darf nicht gröfser seyn, als zum deutlichen Sehen erfordert wird, und das Mafs der Klarheit endlich mufs so grofs als möglich seyn.

Untersuchen wir zuerst ein Mikroscop, welches blofs aus zwey sich unmittelbar berührenden Linsen besteht.

Seyen A, B (Fig. 15) die beyden Linsen, F ihr Brennpunct und O das Auge. Damit das Object E deutlich gesehen werde, müssen die Strahlen aus der Linse B in parallelen Richtungen austreten, und daher aus dem Puncte F divergirend auf die Linse A fallen. Behält man die Bezeichnungen der S. 170 bey, so ist α negativ, und daher $a < p$, wo a die Entfernung AE des Objectes von den Linsen bezeichnet. Weiter ist $\alpha = -a'$, $a' = p'$, $\alpha' = \infty$ und die Vergröfserung (S. 172 und 377)

$$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{p'} = -\frac{h}{a},$$

was (nach S. 173) ein aufrechtes Bild gibt.

Der Halbmesser der Kugelabweichung ist für zwey Linsen (S. 62)

$$R = \frac{m\,a\,x^3}{4\,h}\left\{\frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\,\alpha}\right) + \frac{\mu'}{p'}\left(\frac{\lambda'}{p'^2} + \frac{\nu'}{a'\alpha'}\right)\right\}$$

$$= \frac{m\,a\,x^3}{4\,h}\left\{\mu\left(\frac{\lambda}{p^3} - \frac{\mu\,\nu}{a\,p\,p'}\right) + \frac{\mu'\,\lambda'}{p'^3}\right\}$$

Ist $\mu = \mu'$ und $\lambda = \lambda' = 1$ für die kleinste Kugelabweichung, so hat man

$$R = \frac{\mu\,m\,x^3}{4\,a^2\,h}\left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu\,a^2}{p\,p'} + \frac{a^3}{p'^3}\right)$$

Es sey der Kürze wegen

$$A = \frac{a}{p} \text{ und } A' = \frac{a}{p'} = -\frac{a}{\alpha}.$$

Da man hat (S. 40)

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha},$$

so ist auch

$$\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha},$$

oder $A = 1 - A'$, und daher der vorhergehende Ausdruck von R

$$R = \frac{\mu\,m\,x^3}{4\,a^2\,h}\,(A^3 - \nu\,A\,A' + A'^3)$$

woraus folgt, dafs R einen gröfsten oder kleinsten Werth erhält, wenn $A^3 - \nu\,A\,A' + A'^3$ ein Gröfstes oder Kleinstes ist. Sey $Z = A^3 - \nu\,A\,A' + A'^3 = A^3 - \nu\,A\,(1 - A) + (1 - A)^3$, so gibt die Gleichung $\frac{d\,Z}{d\,A} = 0$ den Ausdruck:

$$(\nu + 3)\,(1 - 2\,A) = 0,$$

woraus folgt $A = \frac{1}{2}$. Dieser Werth von $A = \frac{1}{2}$ gibt daher für den gesuchten kleinsten Werth von

$$Z = \frac{1 - \nu}{4}.$$

Es ist also $A = A' = \frac{1}{2}$ und daher $p = 2\,a = -\alpha = p'$ und

$$R = \frac{\mu\,(1 - \nu)\,m\,x^3}{16\,a^2\,h} = \frac{1}{4\,g^3} \;\ldots\; (\S.\ 1.)$$

also auch

$$x = \frac{1}{g}\sqrt[3]{\frac{4a^2h}{\mu m(1-\nu)}} = \frac{2h}{mg}\sqrt[3]{\frac{1}{2\mu(1-\nu)}}$$

Setzt man $h = 8$, $g = 20$, $\mu = 0.9382$ und $\nu = 0.2327$ (S. 59) so findet man

$$x = \frac{0.708}{m}$$

welches der Halbmesser der Oeffnung der Linsen ist, wenn die Kugelabweichung ein Kleinstes seyn soll.

Das Maſs der Klarheit aber wird, wenn man die Dicke der Linsen vernachlässigt und $x = x'$ setzt (§. 1), gleich seyn

$$20\,x' = \frac{14.16}{m}.$$

Vergleicht man diese Resultate mit denen des §. 2 einer einfachen Linse, so sieht man, daſs die Oeffnung und die Klarheit hier beträchtlich gröſser ist, als dort, und zwar nahe in dem Verhältnisse von 1.74 zu 1, und daſs daher die Doppellinsen den einfachen vorzuziehen sind. Die Halbmesser der Krümmungen beyder Linsen wird man wie in §. 2 bestimmen.

Wie man bey solchen Doppellinsen auch die Entfernung derselben von einander berücksichtigen kann, wird man in Klügel (Analyt. Dioptrik §. 557) nachsehen.

§. 5.

Für ein Mikroscop mit drey sich berührenden Linsen seyen (Fig. 16) A, B, C diese Linsen, deren Brennweite p, p', p'' sind, O der Ort des Auges, und E das Object. Die erste Linse breche die Strahlen so, daſs sie nach der Brechung divergirend aus F zu kommen scheinen, und die zweyte Linse so, daſs sie divergirend aus G zu kommen scheinen, daher die dritte Linse, welche die Strahlen parallel brechen soll, ihren Brennpunct in G haben muſs. Man wird daher, wenn man die Dicke der Linsen vernachlässiget, haben

$$AE = a,\ AF = -\alpha = BF = a'$$
$$BG = -\alpha' = CG = a'' = p'' \text{ und } \alpha'' = \infty.$$

Diefs vorausgesetzt geben die Grundgleichungen der Dioptrik (S. 200)

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} = -\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}$$

$$\frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} = -\frac{1}{\alpha'},$$

woraus folgt

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} = \frac{1}{a} \text{ und } \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''} = \frac{1}{a'}.$$

Um die Verhältnisse der Brennweite p, p′, p″ so zu bestimmen, dafs der Halbmesser der Kugelabweichung ein Kleinstes wird, sey zuerst $\mu = \mu' = \mu''$ und $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$. Da man $a' = -\alpha$ und $a'' = -\alpha'$ hat, so ist (S. 62)

$$R = \frac{\mu m a x^3}{4h}\left\{\frac{1}{p^3} + \frac{\nu}{p a \alpha} + \frac{1}{p'^3} + \frac{\nu}{p' a' \alpha'} + \frac{1}{p''^3}\right\}$$

$$= \frac{\mu m x^3}{4a^2 h}\left\{\frac{a^3}{p^3} + \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{a'^3}\left(\frac{a'^3}{p'^3} - \frac{\nu a'^2}{a' p''} + \frac{a'^3}{p''^3}\right)\right\}$$

Der letzte Theil

$$\frac{a'^3}{p'^3} - \frac{\nu a'^2}{a' p''} + \frac{a'^3}{p''^3}$$

dieses Ausdrucks wird, wenn man mit ihm eben so wie in §. 4 verfährt, da $\frac{a'}{p'} + \frac{a'}{p''} = 1$ ist, seinen kleinsten Werth für $p' = p'' = 2a'$ erhalten, und dieser kleinste Werth wird gleich $\frac{1-\nu}{4}$ seyn, so dafs man hat

$$R = \frac{\mu m x^3}{4a^2 h}\left(\frac{a^3}{p^3} + \frac{\nu a^2}{p\alpha} - \frac{(1-\nu)}{4}\cdot\frac{a^3}{\alpha^3}\right).$$

Setzt man den in den Klammern eingeschlossenen Theil die-

ses Ausdruckes gleich Z, und der Kürze wegen $\frac{a}{p} = A$ und $\frac{a}{\alpha} = -A'$, so daſs also $A + A' = 1$ ist, so hat man

$$Z = A^3 - \nu A(1 - A) + \frac{(1-\nu)}{4}(1 - A)^3 \text{ oder}$$

$$Z = \frac{3+\nu}{4}(A^3 + A^2 - A) + \frac{1-\nu}{4},$$

also auch

$$\frac{dZ}{dA} = \frac{3+\nu}{4}(3A^2 + 2A - 1) \text{ und}$$

$$\frac{d^2Z}{dA^2} = \frac{3+\nu}{4}(6A + 2).$$

Setzt man aber $\frac{dZ}{dA} = 0$, so findet man für A die zwey Werthe $A = -1$ und $A = +\frac{1}{3}$, und da der zweyte dieser Werthe die Gröſse $\frac{d^2Z}{dA^2}$ positiv macht, so wird Z ein Kleinstes für $A = \frac{1}{3}$, und dieser kleinste Werth selbst ist

$$Z = \frac{3 - 8\nu}{27}.$$

I. Ist aber $A = \frac{1}{3}$ so ist auch

$$p = 3a, \quad \alpha = -\frac{3}{2}a, \quad a' = \frac{3a}{2}$$

$$p' = 2a' = 3a, \quad \alpha' = -3a \text{ und } p'' = 3a.$$

Die Vergröſserung ist (S. 377)

$$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\alpha'}{a'a''} = \frac{h}{a},$$

und der Halbmesser der kleinsten Kugelabweichung

$$R = \frac{\mu m x^3}{4a^2 h}. \quad Z = \frac{\mu m x^3}{4a^2 h} . \frac{3-8\nu}{27}.$$

Setzt man daher wieder, wie in §. 1.

$$R = \frac{1}{4g^3},$$

und substituirt man für m den oben gefundenen Werth, so erhält man

$$x = \frac{3a}{g} \sqrt[3]{\frac{1}{(3-8\nu)\mu}} \quad \text{oder}$$

$$x = \frac{3h}{mg} \sqrt[3]{\frac{1}{(3-8\nu)\mu}}.$$

Ist also $h = 8$, $g = 20$, $\mu = 0.9382$ und $\nu = 0.2327$, so findet man

$$x = \frac{1.174}{m}$$

und das Maſs der Klarheit ist

$$20\,x' = 20\,x = \frac{23.5}{m}.$$

Die Krümmungshalbmesser der Linsen werden wie in §. 2 bestimmt, indem man die so eben gefundenen Werthe von a, α, a', α' und a'' braucht und $\lambda = 1$ setzt.

Man sieht, daſs eine dreyfache Linse in Beziehung auf Oeffnung und auf Klarheit einer doppelten Linse (§. 4) weit vorzuziehen ist.

§. 6.

Bisher waren die Linsen des Mikroscops entweder unmittelbar oder doch sehr nahe in Contact vorausgesetzt worden. Wir wollen nun die Eigenschaften eines Mikroscops untersuchen, welches aus zwey von einander beträchtlich entfernten Linsen besteht.

Die älteste Art dieser Mikroscope besteht aus einem kleinen

biconvexen Objectiv von einer kleinen Brennweite, und aus einem gröſsern biconcaven Ocular, ist also ganz dem sogenannten Galilei'schen Fernrohre ähnlich. Die Distanz des Objects von dem Objectiv wird etwas gröſser, als die Brennweite des Objectivs angenommen, daher auf der andern Seite des Objectivs, in einer beträchtlichen Entfernung von demselben, ein reelles Bild entsteht. Ehe aber die Strahlen zur Vereinigung oder zur Formation dieses Bildes gelangen, werden sie von dem concaven Oculare aufgefangen, und dann, nach der Brechung durch dieses Ocular, in parallelen Richtungen in das Auge des Beobachters geschickt. Man sieht, daſs dadurch die Gegenstände aufrecht gesehen werden, und daſs zugleich die Mikroscope dieser Art allen den Fehlern und Nachtheilen unterworfen sind, welche wir oben (S. 242) bey dem Galilei'schen Fernrohre gerügt haben, daher wir uns nicht weiter bey demselben aufhalten, sondern sogleich zu denjenigen Mikroscopen übergehen, die aus zwey von einander entfernten convexen Linsen bestehen.

Sey A das Objectiv (Fig 17), dessen Brennweite A F = p, B das Ocular, und E das Object in der Entfernung A E = a von dem Objective. Da a etwas gröſser als p ist, so fällt das Bild des Objectes E in den Punct G in der Entfernung A G = α. Ist dann B G = p′ die Brennweite des Oculars, so fallen die von dem Bilde G kommende Strahlen, nach ihrer Brechung durch das Ocular B, in unter sich parallelen Richtungen in das Auge O.

Man hat aber (S. 381)

$$m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{a'} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{p'} \text{ und da } \frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} \text{ ist,}$$

so ist auch

$$\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{m\,p'}, \text{ woraus folgt}$$

$$p = \frac{m\,p'}{m\,p' + h} \cdot a \text{ und } a = \left(1 + \frac{h}{m\,p'}\right) p.$$

Vernachlässigt man daher die Rücksicht auf die Farbenzerstreuung, die (nach S. 224) bey zwey convexen Linsen nicht weggebracht werden kann, so wird man, wenn keine andere Bedingung weiter zu erfüllen ist, von den vier Gröſsen a, p, p′

und m drey derselben willkührlich annehmen, und die vierte durch eine der vorhergehenden Gleichungen bestimmen. Man sieht aus diesen Gleichungen, daſs man z. B. die Vergröſserung m willkührlich stark annehmen kann: Da aber bey sehr starken Vergröſserungen die Abweichungen wegen den Farben und die wegen der Gestalt der Linsen ebenfalls sehr groſs und endlich unerträglich, und da auch die Länge des Mikroscops zum Gebrauche zu unbequem werden würde, so wollen wir für eine bestimmte Länge L des Mikroscops und für die gegebene Brennweite p, p′ der beyden Linsen die Vergröſserung suchen, welche man dem Mikroscope noch geben kann.

Ist also $L = \alpha + p'$, so erhält man aus der Gleichung $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, wenn man α eliminirt,

$$a = \frac{p(L - p')}{L - (p + p')}, \text{ oder auch } a = \frac{p\,\alpha}{L - (p + p')}$$

und daher

$$m = \frac{h\,\alpha}{a\,p'} = h\left(\frac{L}{p\,p'} - \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}\right)$$

Ist z. B $L = 5$, $p = \frac{1}{2}$ und $p' = 1$ Zoll, so findet man $m = 56$ für die stärkste Vergröſserung, die man mit einem Mikroscope von 5 Zoll Länge erhalten kann. Für dasselbe ist dann $a = \frac{4}{7}$ Zoll.

Für das Gesichtsfeld hat man (S. 376)

$$\varphi = \frac{h\,\omega'}{m\,a + h}.$$

Da man bey Mikroscopen die Gröſse a nicht leicht kleiner als $\frac{1}{2}$ Zoll annimmt, so sey $a = \frac{1}{2}$ und $\omega' = \frac{1}{4}$, $h = 8$, so ist

$$\varphi = \frac{4}{m + 16} \text{ und daher (§. 1)}$$

$$x = a\,\varphi = \frac{2}{m + 16} \text{ Zolle.}$$

Für m = 50 ist also die Hälfte des Gesichtsfeldes nahe $\frac{1}{33}$ Zoll.

Die Gestalt der beyden Linsen hängt von dem Verhältniſs der Gröſsen a und α und von der Zahl λ ab. Setzt man $\lambda = 1$ für die kleinste Abweichung wegen der Gestalt, so hat man, wenn f und g die Halbmesser des Objectivs sind, (S. 56)

$$\frac{p}{f} = \frac{p}{a}\varrho + \frac{p}{\alpha}\sigma \text{ und}$$

$$\frac{p}{g} = \frac{p}{\alpha}\varrho + \frac{p}{a}\sigma.$$

Für starke Vergröſserungen ist nahe p = a, also $\frac{p}{\alpha} = 0$ und daher

$$f = \frac{p}{\varrho} = 5.24\ p \text{ und } g = \frac{p}{\sigma} = 0.61\ p.$$

Das Ocular wird gewöhnlich gleichseitig gemacht, und die Oeffnung desselben gleich der Hälfte der Brennweite p' genommen.

Die Entfernung des Auges von dem Ocular ist gleich

$$\frac{h}{a} \cdot \frac{p'\alpha'}{m\varphi} = \frac{ma + h}{a} \cdot \frac{p'}{m} \text{ oder nahe gleich } p'.$$

Um den Halbmesser x der Oeffnung des Objectivs zu bestimmen, setzen wir, da wir nur eine annähernde Bestimmung von x brauchen, die Gröſse p = a, woraus folgt $\alpha = \infty$. Ist überdieſs $\lambda = 1$, so ist der Halbmesser der Abweichung nahe gleich

$$R = \frac{\mu m x^3}{4 h p^2}.$$

Setzt man daher, wie in §. 2, $R = \frac{1}{4 g^3}$, so ist

$$x = \sqrt[3]{\frac{h p^2}{\mu m g}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3753\, m}},$$

wenn nämlich h = 8, $\mu = 0.9381$, $p = \frac{1}{2}$ und g = 20 gesetzt wird.

Das Maſs der Klarheit ist endlich

$$20\, x' = \frac{20\, h\, x}{a\, m} = \frac{320\, x}{m} = \frac{320}{m \sqrt[3]{3753\, m}}.$$

Für $m = 50$ ist $x = \frac{1}{57}$ Zoll und $20\, x' = \frac{1}{9}$ oder die optische Klarheit des Mikroscops verhält sich zur natürlichen Helle wie $(20\, x')^2$ zu 1 oder wie 1 zu 81.

Man kann aber bemerken, daſs man den Oeffnungshalbmesser x, so wie das Maſs der Klarheit in der Ausübung beträchtlich gröſser annehmen darf, weil man, wie die Erfahrung zeigt, die Gröſse g (§. 2) beträchtlich kleiner, als 20, selbst gleich 10 annehmen kann, ohne daſs dadurch die Abweichung wegen der Gestalt noch einen für unsere Sinne merkbaren Fehler erzeugte.

§. 7.

In dem vorhergehenden Mikroscope müssen die Strahlen durch das Objectiv offenbar eine sehr starke Brechung leiden, wenn nicht die Länge des Mikroscops sehr groſs angenommen wird. Dadurch werden aber die Fehler der Farbenzerstreuung sehr vermehrt, so wie, der gröſseren Klarheit wegen, die Oeffnung des Objectivs sehr klein gehalten werden muſs. Wird ferner a sehr nahe gleich p genommen, so wird α sehr groſs, und das Instrument zu lang.

Diesen Fehlern läſst sich durch die Hinzusetzung eines zweyten Oculars begegnen, welches die Strahlen mehr convergent macht, und durch welches zugleich der farbige Rand der Gegenstände weggebracht, und das Gesichtsfeld vergröſsert werden kann. Dieses zweyte Ocular wird zwischen das Objectiv und das Bild G (Fig. 17) gesetzt und daher Collectiv genannt, weil es den nach G convergirenden Strahlen eine noch stärkere Convergenz gibt.

Um die Brennweiten und die Distanzen dieser drey Linsen vortheilhaft zu bestimmen, hat man die Gleichungen (S. 193 §. 17)

$$\begin{cases} m = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\, \alpha'}{a'\, a''} \\ p'\, \omega' = (\alpha + a')\, \varphi \\ p''\, \omega'' = \left(\frac{\alpha\, \alpha'}{a'} - a''\right) \varphi + a''\, \omega' \\ \omega' + \omega'' \cdot \frac{a''}{a'} = o. \end{cases}$$

In diesen Ausdrücken sind die Gröſsen a, α, α', a'' und ω' positiv, und

$$a',\ \omega''\ \text{negativ},\ a'' = p''\ \text{und}\ \alpha'' = \infty.$$

Sey also

$$\frac{\alpha}{a'} = -P,\ \frac{\alpha'}{a''} = Q,$$

$$\omega'' = -\omega\ \text{und}\ \omega' = \zeta\, \omega.$$

Dieſs vorausgesetzt, gehen die vier vorhergehenden Gleichungen, wenn man in ihnen $-m$ statt $+m$ setzt, in folgende über:

$$\begin{cases} m = \frac{h}{a}\, P\, Q \\ \frac{\omega\, p'\, \zeta}{a'} = -(P - 1)\, \varphi \\ \omega = (P\, Q + 1)\, \varphi - \zeta\, \omega \\ \zeta = \frac{1}{Q}. \end{cases}$$

Die dritte dieser Gleichungen gibt:

$$\varphi = \frac{(1 + \zeta)\, \omega}{P\, Q + 1},$$

woraus folgt, daſs, wenn das Gesichtsfeld so groſs als möglich seyn soll, $\zeta = 1$ werden muſs. Dann gibt die vierte Gleichung auch $Q = 1$ und $\alpha' = a'' = p''$. Dieſs vorausgesetzt, hat man:

$$m = \frac{h\,P}{a} \text{ oder } P = \frac{m\,a}{h},\ \varphi = \frac{2\,\omega}{P+1} \text{ und}$$

$$\frac{p'}{a'} = -\frac{2\,(P-1)}{P+1}.$$

Ist also P eine sehr groſse Zahl; so ist nahe $\frac{p'}{a'} = -2$ oder $a' = -\frac{1}{2}\,p'$ und

$$i = \frac{a'\,p'}{a'-p'} = \frac{1}{3}\,p' \text{ und } p'' = \frac{1}{3}\,p',$$

woraus die von den Optikern angenommene Vorschrift folgt, daſs die Brennweite des Collectivs das Dreyfache der des Oculars seyn soll.

Diesem gemäſs kann man nun die Einrichtung des ganzen Mikroscops bestimmen, wenn die zwey Brennweiten p und p′ der beyden ersten Linsen gegeben sind. Es ist nämlich erstens die Brennweite des Oculars $p'' = \frac{1}{3}\,p'$. Um zweytens den Werth von a zu finden, hat man $a' = -\frac{1}{2}\,p'$ und $\alpha = -\,a'\,P = \frac{1}{2}\,P\,p' = \frac{1}{2}\,\frac{m\,a}{h}\cdot p'$ oder $\frac{a}{\alpha} = \frac{2\,h}{m\,p'}$, und überdieſs $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha}$, also auch:

$$a = \frac{m\,p' + 2\,h}{m\,p'}\,p = p + \frac{2\,h\,p}{m\,p'}.$$

Drittens hat man für den Abstand des Objectivs von der Collectivlinse den Ausdruck:

$$\alpha + a' = \frac{1}{2}\left(\frac{m\,a}{h} - 1\right)p'.$$

Viertens die Distanz des Collectivs von dem Oculare gleich

$$a' + a'' = 2\,p'' = \frac{2}{3}\,p'.$$

Fünftens ist

$$\varphi = \frac{2\,\omega}{P+1} = \frac{2\,\omega\,h}{m\,a+h},$$

also die Hälfte des Objects, das man mit dem Mikroscope übersehen kann, gleich

$$z = a\varphi = \frac{2\,\omega\, a\, h}{m\, a + h} = \frac{a\, h}{2\,(m\, a + h)}\ \text{Zolle},$$

wenn $\omega = \frac{1}{4}$ gesetzt wird.

Ferner ist die Distanz des Auges von der letzten Linse gleich

$$\frac{h}{a} \cdot \frac{\omega''\, p''}{m\,\varphi},$$

oder, wenn $\omega'' = \omega$ gesetzt, und der vorige Werth von φ substituirt wird, gleich

$$\frac{m\, a + h}{2\, m\, a} \cdot p''.$$

Endlich wird man den Oeffnungshalbmesser und die Krümmungsradien des Objectivs wie in der vorhergehenden Construction bestimmen, wenn man, was hier geschehen kann, die auf die letzten zwey Linsen sich beziehenden Gröfsen, die wegen ihrem grofsen Divisor α sehr klein sind, vernachlässiget. Man erhält so

$$x = \frac{p}{g} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\, m\, a}} \text{ und } 20\, x' = \frac{20\, p\, h}{g\, m\, a} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\, m\, a}}.$$

Ex. Ist $p = \frac{1}{2}$ Zoll, und $p'' = \frac{1}{2}$, so ist $p' = \frac{3}{2}$.

Setzt man dann $m = 100$, so ist

$$a = \frac{156}{300} = 0.5533 \text{ Zoll};$$

Die Distanz des Objectivs von der Collectivlinse $= 4.437$; die Distanz des Collectivs von dem Oculare $= 1$; und die Distanz des Auges von dem Ocular $= 0.29$ Zolle.

Der Oeffnungshalbmesser ist

$$x = \frac{1}{2\, g} \sqrt[3]{\frac{h}{\mu\, m\, a}} = \frac{0.2681}{g},$$

und das Mafs der Helligkeit

$$20\, x' = \frac{20\, h\, x}{m\, a} = \frac{0.7752}{g}.$$

Nimmt man daher $g = 20$, so ist $x = \frac{1}{80}$ Zoll und $20\,x' = \frac{1}{25}$. Diese Gröſsen x und 20 x′ sind in der That sehr klein, doch kann man auch die Gröſse g um die Hälfte kleiner annehmen, wodurch x und 20 x′ doppelt so groſs wird.

Noch muſs bemerkt werden, daſs in dem Orte des Bildes, oder überhaupt des letzten Bildes des Mikroscops ein Diaphragma (S. 199) gestellt werden soll, dessen Radius gleich $\frac{\alpha\,\alpha'}{a\,a'} \cdot z$ ist.

§. 8.

Da durch zwey Oculare, wie man gesehen hat, schon manche Vortheile erhalten werden, so wird es nicht überflüssig seyn, auch die Construction eines Mikroscopes mit drey Ocularen zu untersuchen.

Soll, wie es bey mehreren Mikroscopen von Dollond der Fall ist, das Bild zwischen das erste und zweyte Ocular fallen, so werden die Gröſsen a, α, α', a'' und $a''' = p'''$ positiv, und a', α'' negativ, und $\alpha''' = \infty$ seyn. Sey ferner $\omega' = \omega$, $\omega'' = -\omega$ und $\omega''' = \omega$, und der Kürze wegen

$$\frac{\alpha}{a'} = -P,\ \frac{\alpha'}{a''} = Q,\ \frac{\alpha''}{a'''} = -R,$$

so hat man nach den ersten Grundsätzen der Optik (S. 193. §. 17)

$$\left.\begin{aligned}
m &= \frac{h}{a} P\,Q\,R \\
\frac{p'\,\omega}{a'} &= -(P-1)\,\varphi \\
-\frac{p''\,\omega}{a''} &= -(P\,Q+1)\,\varphi + \omega \\
\varphi &= \frac{3\,\omega}{P\,Q\,R+1} \\
\omega - \frac{\omega}{Q} - \frac{\omega}{Q\,R} &= 0.
\end{aligned}\right\}$$

Statt den zwey letzten dieser Gleichungen kann man auch setzen

$$\varphi = \frac{3\,h\,\omega}{m\,a + h} \text{ und } 1 - \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q\,R} = 0.$$

Sieht man die Gröſsen m, a, α und ω als gegeben an, so sind also noch die sechs übrigen a', α', a'', α'', a''' und φ zu suchen, und da man nur fünf Gleichungen hat, so bleibt noch eine der letzten sechs Gröſsen willkührlich. Die Aufgabe ist daher unbestimmt, und läſst unendlich viele Auflösungen zu. In der Ausübung wird man besonders diejenigen Auflösungen zu vermeiden haben, welche zu kleine Brennweiten der Linsen geben.

Nimmt man mit Euler und Klügel $R = \frac{1}{2}$, so erhält man aus der letzten unserer fünf Gleichungen $Q = 3$, und aus der ersten

$$P = \frac{2\,m\,a}{3\,h},$$

und aus der vierten

$$\varphi = \frac{6\,\omega}{3\,P + 2}.$$

Substituirt man diesen Werth von φ in der zweyten und dritten jener Gleichungen, so erhält man:

$$\frac{p'}{a'} = -\frac{6\,(P-1)}{3\,P+2} \text{ und } \frac{p''}{a''} = \frac{6\,(3\,P+1)}{3\,P+2} - 1.$$

Ist daher P eine groſse Zahl, oder a' eine sehr kleine Zahl, so ist nahe $\frac{p'}{a'} = -2$ und $\frac{p''}{a''} = 5$. Nimmt man diese letzten Werthe von $\frac{p'}{a'}$ und $\frac{p''}{a''}$ an, was allerdings geschehen kann, da durch diese Annahme bloſs das Gesichtsfeld etwas weniges verringert wird, und setzt man $\omega = \frac{1}{4}$, so lassen sich dann alle übrigen Dimensionen des Mikroscops durch die einzige Gröſse p' ausdrücken. Man hat nämlich erstens $a' = -\frac{1}{2}\,p'$. Zweytens geht die Gleichung

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'} \text{ über in } \alpha' = \tfrac{1}{3}\, p'.$$

Da drittens $Q = \frac{\alpha'}{a''} = 3$ ist, so ist auch $a'' = \frac{1}{3}\, \alpha'$ oder

$$a'' = \tfrac{1}{9}\, p'.$$

Daraus erhält man ferner

$$p'' = \frac{5}{9}\, p' \text{ und } \alpha'' = -\frac{5}{36}\, p' \text{ und endlich}$$

$$a''' = -\frac{\alpha''}{R} = -2\, \alpha'' = \frac{5}{18}\, p' = p'''.$$

Die Distanzen der vier Linsen aber sind

$$\text{I. II.} = \alpha + a' = -(P - 1)\, a' = \tfrac{1}{2}\,(P - 1)\, p'$$

$$\text{II. III.} = \alpha' + a'' = \frac{4}{9}\, p'$$

$$\text{III. IV.} = \alpha'' + a''' = \frac{5}{36}\, p',$$

und die Entfernung der vierten Linse von dem Auge

$$\text{ist gleich } \frac{h}{a} \cdot \frac{\infty\, p'''}{m\, \varphi} = \frac{3\, P + 2}{9\, P} = \frac{1}{3}\, p'''.$$

Noch ist die Distanz a des Gegenstandes von dem Objective zu bestimmen. Es ist aber $\frac{\alpha}{a'} = -P$, also auch $\alpha = \frac{1}{2}\, P\, p' = \frac{m\, a\, p'}{3\, h}$, und daher

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{3\, h}{m\, p'}.$$

Substituirt man diesen Werth in dem Ausdruck

$$\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha},$$

so erhält man für den gesuchten Werth von a

$$a = \frac{m\,p' + 3\,h}{m\,p'}\,p.$$

Die Hälfte des durch das Mikroscop noch sichtbaren Objectes endlich ist $z = a\,\varphi$ oder gleich

$$\frac{3\,a\,h\,\omega}{m\,a + h} = \frac{3\,a\,h}{4\,(m\,a + h)}.$$

Ex. Ist $p = 12$ Linien, $m = 50$, $p''' = 10$ L., so ist $p' = 36$ Linien, und $p'' = 20$ L. Ist also $h = 8$ Zoll $= 96$ Linien, so hat man

$$a = 13.92 \text{ L.}, \quad P = \frac{1392}{288} = 4.833,$$

und daher die Distanzen der Linsen:

I. II.	. . .	69.0 Linien
II. III.	. . .	16.0
III. IV.	. . .	5.0
Distanz des Auges	. . .	3.3
Länge des Mikroscopes		93.3 Linien $= 7^{z}\,9.3$ Linien,

und die Distanz des Gegenstandes von dem Objective $a = 1^{z}\,1.9$ L. Der Durchmesser des durch dieses Mikroscop noch sichtbaren Gegenstandes ist $2\,z = 2.56$ Linien, und die halbe Oeffnung des Objectivs

$$x = \frac{p}{g}\sqrt[3]{\frac{h}{\mu\,m\,a}} = \frac{6.334}{g} \text{ Linien.}$$

Für $g = 20$ wird $x = 0.316$, also wohl sehr klein, doch wird man auch g kleiner, z. B. gleich 10 nehmen können, wo dann $2\,x = 1.27$ L. wird. Das Maſs der Klarheit ist gleich $\frac{20\,h\,x}{m\,a}$, wo h wieder gleich 8 ist, also auch gleich $\frac{1.456}{g}$. Für $g = 10$ wird das Maſs der Klarheit gleich 0.15 und dessen Quadrat 0.023. Es verhält sich daher die optische Helle zur natürlichen, wie 0.023 zur Einheit.

§. 9.

Bisher waren die Objective der Mikroscope bloſse einfache Linsen. Ohne Zweifel werden aber auch hier Doppellinsen von verschiedenen Glasarten nicht minder groſse Vortheile, wie bey den Fernröhren, gewähren, wenn man sie so einrichtet, daſs dadurch die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt sowohl, als auch die wegen der Farbenzerstreuung aufgehoben wird. Die letzte hat man bisher durch eine zweckmäſsige Stellung der Oculare zu vernichten gesucht, wie z. B. das Verfahren des § 8 zeigt. Die erste aber, die Abweichung wegen der Gestalt, haben die Künstler gröſstentheils ganz vernachlässiget, weil wegen der sehr kleinen Brennweite der beyden Objectivlinsen die Dimensionen dieser Linsen zu klein, und daher zu schwer mit Genauigkeit auszuführen sind. Der französische Optiker Selligue soll solche Doppelobjective für Mikroscope verfertiget haben, so wie Marzoli in Brescia und besonders Amici in Modena (M. s. Revue encyclopédique Sept. 1827). Die vorzüglichsten Doppelobjective dieser Art, die zu meiner nähern Kenntniſs gekommen sind, hat nur vor Kurzem Plöſsl in Wien verfertiget, dessen Mikroscope in Beziehung auf Vergröſserung, Reinheit der Bilder und Helligkeit des Sehens, leicht allen andern vorzuziehen seyn werden.

Die Theorie der Doppelobjective für Mikroscope hat Euler im dritten Bande seiner Dioptrik, so wie nach ihm Klügel in seiner analyt. Dioptrik entwickelt. Im Allgemeinen werden dieselben Ausdrücke, nach welchen oben die Doppelobjective der Fernröhre construirt wurden, mit wenigen Veränderungen, auch hier wieder ihre Anwendung finden, obschon es dem practischen Künstler immer schwer seyn wird, die ihm von der Theorie gegebenen Vorschriften in so kleinen Dimensionen auszuführen. Da bey einem Fernrohre die Strahlen von einem unendlich entfernten Gegenstande, also in unter sich parallelen Richtungen, auf das Doppelobjectiv fallen, und durch dasselbe auf der andern Seite des Objectivs, in dem Brennpuncte desselben, zu einer vollkommenen Vereinigung gebracht werden, so werden auch umgekehrt selbst die heterogenen und verschieden gefärb-

ten Strahlen, welche aus dem Brennpuncte eines solchen Doppelobjectivs divergirend auf dasselbe fallen, auf der andern Seite des Objectivs farbenlos und unter sich parallel fortgehen. Man wird daher, wenigstens der Wahrheit sehr nahe, annehmen dürfen, daſs dieselben Dimensionen, welche die Theorie für das Doppelobjectiv eines Fernrohrs bestimmt, auch für das eines Mikroscopes gelten werde, wenn nur dasselbe für das Mikroscop eine verkehrte Stellung erhält, und diejenige Seite des Objectivs gegen den Gegenstand gewendet wird, welcher bey dem Fernrohre auf der Seite des Auges gestanden hat, und wenn alle früheren Dimensionen des Objectivs hier in einem verkleinerten Maſsstabe ausgeführt werden.

§. 10.

Die Vergröſserung der Mikroscope findet man gewöhnlich dadurch, daſs man von zwey sehr kleinen, aber gleich groſsen Linear-Entfernungen oder Flächen, die eine mit einem Auge unter dem Mikroscope, und die andere mit dem andern Auge auſser dem Mikroscope betrachtet, und so durch Vergleichung der beyden scheinbaren Gröſsen die Vergröſserung des Mikroscopes mehr schätzt, als in der That miſst. Daſs dabey auf die mittlere Sehweite genau Rücksicht genommen werden muſs, ist für sich klar, so wie, daſs dieses Verfahren, selbst bey vieler Uebung, keine genauern Resultate geben kann.

Verläſslicher wird folgende Vorrichtung seyn. Man legt eine dünne, mit ihren beyden Seiten parallele Glasscheibe, auf welcher man mit einer Diamantspitze mehrere parallele und andere, sie senkrecht durchschneidende Linien, in der Entfernung einer Viertellinie z. B. gezogen hat, auf das Diaphragma in die Nähe des Ortes, wo das Bild des Mikroscops erzeugt wird, so, daſs die Scheibe senkrecht auf der Axe des Mikroscops steht, und betrachtet dadurch ein Object, dessen Durchmesser durch vorhergehende Messungen bekannt ist. Zeigen sich z. B. die Seiten der auf die Glasscheibe gezogenen Quadrate, in der Entfernung h gesehen, unter der Gröſse eines Zolles oder von 12 Linien, so ist, da die wahre Seite des Quadrats nur $\frac{1}{4}$ Linie beträgt, die Vergröſserung des Mikroscops im Durchmesser gleich 12 dividirt durch $\frac{1}{4}$ oder gleich 48.

Völlig genau endlich wird man die Vergröſerung der Mikroscope mittels den bekannten Sömmering'schen Spiegelchen durch das Verfahren finden, welches der Freyherr von Jacquin zuerst in dem IV. Bande der Zeitschrift für Physik und Mathematik, Wien, bey Gerold 1828, mitgetheilt hat.

ZEHNTES KAPITEL.

Spiegel.

§. 1.

Obschon es die Absicht dieses Werkes nicht ist, die Theorie der katadioptrischen Instrumente umständlich mitzutheilen, so dürfen doch die ersten Grundsätze, auf welchen die Construction jener Instrumente beruht, hier zur Vervollständigung des Ganzen nicht völlig übergangen werden.

Sey M A M′ (Fig. 18) ein sphärischer Hohlspiegel, oder der innere Theil einer Kugelschale, deren Mittelpunct C und Halbmesser C A = C M = r ist, E ein leuchtender Punct in der Axe A C E des Spiegels, dessen Strahl E M nach der Richtung M F von dem Spiegel reflectirt wird. Man suche den Punct F, in welchen der reflectirte Strahl die Axe trifft, oder man suche die Linie A F = α.

Sey A E = a die Entfernung des leuchtenden Puncts von dem Spiegel und M P = x ein Loth von M auf die Axe. Nimmt man die Entfernung des Punctes M von A oder die halbe Oeffnung des Spiegels, wie es bey den katoptrischen Instrumenten in der That der Fall ist, nur klein an, so wird man auch x = M A setzen, und überhaupt die dritten und höheren Potenzen von x ohne merklichen Fehler weglassen können.

Da ferner C M, als Halbmesser, auf der Oberfläche des Spiegels in M senkrecht steht, so ist E M C der Einfalls- und C M F der Reflexionswinkel, und beyde sind (nach S. 6) einander gleich.

Diefs vorausgesetzt, geben die beyden Dreyecke E M C und F M C

$$a - r : r = \text{Sin EMC} : \text{Sin E} \text{ und}$$
$$r : r - \alpha = \text{Sin F} : \text{Sin EMC}, \text{ also auch}$$
$$a - r : r - \alpha = \text{Sin F} : \text{Sin E}.$$

Da aber AM ein Kreisbogen ist, so hat man nahe

$$AP = \frac{x^2}{2r},$$

und daher, selbst wenn man erst x^4 vernachlässiget,

$$\text{Sin F} = \frac{PM}{FM} = \frac{x}{\sqrt{\left(\alpha - \frac{x^2}{2r}\right)^2 + x^2}} \text{ und}$$

$$\text{Sin E} = \frac{PM}{EM} = \frac{x}{\sqrt{\left(a - \frac{x^2}{2r}\right)^2 + x^2}}.$$

Substituirt man diese Ausdrücke von Sin F und Sin E in dem vorhergehenden Ausdrucke

$$\frac{a - r}{r - \alpha} = \frac{\text{Sin F}}{\text{Sin E}},$$

so erhält man

$$(a - r)\sqrt{\alpha^2 + \frac{(r - \alpha)}{r}x^2} = (r - \alpha)\sqrt{a^2 - \frac{(a - r)}{r}x^2}$$

oder wenn man die Gröfse unter den Wurzelzeichen auflöfst

$$(a - r)\,\alpha - (r - \alpha)\,a = -\frac{(a - r)(r - \alpha)}{2r}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)x^2$$

woraus für die gesuchte Distanz α folgt

$$\alpha = \frac{ar}{2a - r} - \frac{(a - r)(r - \alpha)}{2r(2a - r)}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)x^2 \ldots (I).$$

Diese Gleichung zeigt, dafs der Werth von α aus zwey wesentlich verschiedenen Theilen besteht, von denen der erste eine endliche Gröfse und der zweyte nur sehr klein ist, wenn x klein angenommen wird. Wird x so klein, oder ist die Oeffnung des Spiegels so gering, dafs jener zweyte Theil ganz vernachlässiget werden kann, so hat man

$$\alpha = \frac{a\,r}{2\,a - r} \text{ oder}$$

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \cdots \text{(II)}$$

und diese Gleichung gibt die Abhängigkeit der Gröſse a, α und r, wenn die Strahlen sehr nahe an der Axe auf den Spiegel fallen.

Ist $a = \infty$, das heiſst, fallen die Strahlen parallel mit der Axe auf den Spiegel, so ist $\alpha = \frac{1}{2} r$, oder alle der Axe parallelen und ihre sehr nahe einfallenden Strahlen vereinigen sich nach der Reflexion in einer Entfernung von dem Spiegel, die gleich dem halben Halbmesser des Spiegels ist. Man nennt diesen Punct den Brennpunct und $\frac{1}{2} r$ die Brennweite des Spiegels. Bezeichnet man also, wie bey den Linsen, die Brennweite des Spiegels durch p, so hat man

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \cdots \text{(III)}$$

und dieselbe Gleichung haben wir auch oben für die Refraction des Lichtes durch Linsen gefunden. (S. 40.)

§. 2.

Betrachten wir nun auch den zweyten Theil der Gleichung (I), den wir durch V bezeichnen wollen, so daſs man hat

$$V = -\frac{(a - r)(r - \alpha)}{2\,r\,(2\,a - r)} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right) x^2.$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke statt $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ die Gröſse $\frac{1}{p}$ aus (III) und den Werth von r aus (II), so hat man

$$V = -\frac{(a - \alpha)^2\, x^2}{8\,a^2\,p} \cdots \text{(IV)}.$$

Ist also f der Vereinigungspunct der nahe bey der Axe, und

F der weiter von der Axe oder der am Rande des Spiegels einfallenden Strahlen, so ist

$$Af = \alpha = \frac{a r}{2a - r} \text{ und } fF = V = \frac{(a - \alpha)^2 x^2}{8 a^2 p}$$

wo p die Brennweite des Spiegels, oder wo $p = \frac{1}{2} r$ ist. Diese Gröſse f F nennt man auch hier die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt des Spiegels.

In dem Puncte f ist also das Bild, welches von den der Axe nahe einfallenden Strahlen entsteht, so wie in F das von den Randstrahlen geformte Bild ist. Diese Abweichung, wegen der sphärischen Gestalt, haben daher die Spiegel mit den Linsen gemein, aber sie ist bey den Spiegeln viel kleiner, als bey den Linsen. Denn für parallele Strahlen ist $a = \infty$, also diese Abweichung bey den Spiegeln, nach der Gleichung (IV)

$$V = \frac{x^2}{8p} = 0.125 \frac{x^2}{p}.$$

Für eine Linse aber, welche dieselbe Oeffnung x und dieselbe Brennweite p hat, ist die kleinste Abweichung wegen der Gestalt (S. 61)

$$V' = \frac{\mu x^2}{p} = 0.938 \frac{x^2}{p}$$

wenn die Brechung $n = 1.55$ ist. Es ist daher

$$\frac{V'}{V} = \frac{0.938}{0.125} = 7\frac{1}{2}$$

oder die Kugelabweichung ist bey Linsen $7\frac{1}{2}$ mal gröſser als bey Spiegeln. Daraus folgt, daſs die Spiegel in dieser Beziehung einen groſsen Vorzug vor den Linsen verdienen, da sie für dieselbe Brennweite eine viel gröſsere Oeffnung vertragen. Ein anderer noch gröſserer Vortheil derselben besteht darin, daſs sie das Licht nicht, wie die Linsen, in die einzelnen Farben zerlegen, und daſs daher die Abweichung wegen den Farben bey den Spiegeln ganz wegfällt. Dafür absorbiren sie aber einen gröſse-

ren Theil des auf sie einfallenden Lichtes, wodurch mehr Licht verloren geht, als diefs bey der Brechung durch Linsen der Fall ist. Endlich sind die Metallspiegel, die allein einer hohen Politur fähig sind, wenn sie der freyen Luft ausgesetzt werden, der Oxidation an ihrer Oberfläche und dadurch des Verlustes ihrer Politur und ihrer Brauchbarkeit unterworfen.

§. 3.

Wenn die Oeffnung des Spiegels nur klein ist, so ist der Winkel M F A, unter welchen die Randstrahlen nach ihrer Reflexion die Axe schneiden

$$MFA = \frac{PM}{PF} = \frac{x}{\cdot}$$

wie bey den Linsen.

Zieht man durch den Vereinigungspunct f der Centralstrahlen ein Loth f S auf die Axe, und verlängert den reflectirten äufsersten Strahl M F, bis er dieses Loth in S schneidet, so gehen alle von E austretenden und auf den Spiegel A M fallenden Strahlen, nach ihrer Reflexion, durch die Linie f S, und man nennt defshalb f S die Seitenabweichung des Spiegels wegen der Gestalt. Diese Seitenabweichung ist

$$fS = fF \operatorname{tang} fFS = \frac{(a-\alpha)^2}{8a^2\alpha} \cdot \frac{x^3}{p}.$$

Heifst überhaupt die Längenabweichung $U x^2$ und bezeichnet man den Winkel M F A durch $H x$, so ist die Seitenabweichung

$$fS = HUx^3$$

(Vergl. S. 64.)

§. 4.

Die Gleichung (II) oder der Ausdruck

$$\alpha = \frac{ar}{2a - r}$$

enthält die Erklärung aller Erscheinungen, welche man bey ebenen hohlen oder erhabenen Spiegeln bemerkt, wenn die Strahlen der Axe sehr nahe einfallen.

Für den Hohlspiegel. So lange $2a > r$, ist α positiv, und die Strahlen vereinigen sich nach der Reflexion in einem Puncte der Axe vor dem Spiegel von A gegen E. — Ist $a = r$ oder der leuchtende Punct im Mittelpuncte der Kugel, so ist auch $\alpha = r$ oder die Strahlen fallen nach der Reflexion wieder auf den leuchtenden Punct zurück. — Ist $a < \frac{1}{2} r$, oder ist der leuchtende Punct zwischen dem Brennpunct und dem Spiegel, so ist α negativ, oder die Strahlen werden divergirend reflectirt, als ob sie aus einem Puncte hinter den Spiegel, auf der andern Seite von E kämen. — Ist endlich a negativ, oder fallen die Strahlen convergirend auf den Spiegel, so ist α positiv, oder sie vereinigen sich nach der Reflexion in einem Puncte vor dem Spiegel.

Für convexe Spiegel. Für diese ist die Gröfse r negativ, und daher auch α negativ, wenn a positiv ist, oder die Strahlen werden von solchen Spiegeln divergirend reflectirt. Ist aber a negativ und kleiner als $\frac{1}{2} r$, so ist α positiv; die Brennweite dieser Spiegel endlich ist negativ, oder, wie man sagt, imaginär, da $p = -\frac{r}{2}$ ist, daher sie nicht zu Brennspiegeln geschickt sind.

Für ebene Spiegel. Für sie ist $r = \infty$ und $\alpha = -a$, oder die Strahlen werden von einem ebenen Spiegel unter derselben Neigung, unter welcher sie auffielen, und zwar divergirend und so reflectirt, als ob sie aus einem Puncte kämen, der so weit hinter dem Spiegel liegt, als der leuchtende Punct vor dem Spiegel ist.

§. 5.

Sey Ee (Fig. 19) der auf der Axe ACE des Spiegels MM′ senkrecht stehende Halbmesser eines leuchtenden Objectes. Man suche die Lage und die Gröfse des Bildes Ff, welches von den reflectirten Strahlen gemacht wird.

Ist C der Mittelpunct des Spiegels, und zieht man die geraden Linien ECA und eCM′, so werden sich die aus E kommenden Strahlen in einem Puncte F der Axe, und die aus e

kommenden Strahlen in einem Puncte f der Linie e C M′ vereinigen. Setzt man aber voraus, daſs die Entfernung A E des leuchtenden Objectes gegen die Oeffnung des Spiegels sehr groſs ist, so wird man sehr nahe C F = C f setzen können. Es ist aber A F = α, wo die Gröſse α durch die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$$

bestimmt wird, also auch C F = C f = r — α. Beschreibt man also aus C, als Mittelpunct, mit dem Halbmesser C F = r — α den kleinen Kreisbogen F f, so wird F f das gesuchte Bild vorstellen, und man wird ohne merklichen Fehler auch diesen Kreisbogen für eine gerade auf die Axe E A senkrecht stehende Linie F f annehmen können. Ist also E e = z der Halbmesser des leuchtenden Objectes und F f = z′ der Halbmesser des Bildes, ferner E A = a und F A = α, so hat man

$$z' = \frac{CF}{CE} \cdot Ee = \frac{r - \alpha}{a - r} \cdot z$$

Aus der Gleichung (II) folgt aber

$$r - \alpha = \frac{\alpha(a - \alpha)}{a + \alpha}$$

$$\text{oder } a - r = \frac{a(a - \alpha)}{a + \alpha}, \text{ also ist auch}$$

$$z' = \frac{\alpha}{a} \cdot z \text{ oder endlich}$$

$$z' = \alpha \varphi,$$

wenn man $\frac{z}{a} = \varphi$ setzt, wo φ den Winkel bezeichnet, unter welchen das unbewaffnete Auge in A den Halbmesser E e des Objectes sieht, vorausgesetzt, daſs dieser Winkel so klein ist, daſs er für seine Tangente oder daſs t g $\varphi = \varphi$ Sin 1″ gesetzt werden kann.

§. 6.

Wird ein Concavspiegel den Sonnenstrahlen ausgesetzt, so werden sich diese Strahlen nach ihrer Reflexion in einem klei-

nen Kreise vereinigen, dessen Mittelpunct der Brennpunct des Spiegels ist, und dessen Halbmesser gleich $\alpha\varphi = p\varphi$ seyn wird. Wegen der sehr grofsen Entfernung der Sonne von uns ist aber φ gleich dem scheinbaren Halbmesser der Sonne, oder $\varphi = 16$ Minuten, und daher $Ff = p \tan 16'$. Allein nach §. 4 ist die Seitenabweichung wegen der Gestalt oder

$$fS = \frac{(a-\alpha)^2 x^3}{8 a^2 \alpha p},$$ oder da $a = \infty$ und $\alpha = p$ ist,

$$fS = \frac{x^3}{8 p^2}.$$ Setzt man aber diese Werthe von Ff und Sf einander gleich, oder nimmt man die Seitenabweichung gleich jenem kleinen Kreise, so ist

$$x = 2p \sqrt[3]{\tan 16'}$$

$$\text{oder } \frac{x}{r} = \sqrt[3]{\tan 16'}.$$

Es ist aber (Fig. 18) $\sin ACM = \frac{x}{r}$ also ist auch

$$\sin ACm = \sqrt[3]{\tan 16'}$$

woraus folgt, dafs $ACM = 9°36'$ ist, oder das die halbe Oeffnung eines Brennspiegels wenigstens $9°36'$ seyn mufs, wenn die Seitenabweichung wegen der Kugelgestalt nicht gröfser seyn soll, als jener kleine Kreis.

§. 7.

Der leuchtende Punct E (Fig. 20) sende einen seiner Strahlen EP auf den Spiegel P, der ihn in der Richtung Pq auf den Spiegel cq reflectirt, und dieser zweyte Spiegel reflectire ihn in der Richtung qr auf die Linse C′r, von welcher er nach der Richtung rs gebrochen, und dann durch die Linse C″s nach st, von der Linse C‴t nach tO″ u. s. f. geführt wird. Man bestimme den Weg des Strahles, vorausgesetzt, dafs alle Linsen mit dem zweyten Spiegel cq dieselbe Axe EO″ haben, und dafs der Strahl in allen Theilen seines Weges sich nur sehr wenig von dieser gemeinschaftlichen Axe entfernt.

Seyen $p\ p'\ p''\ p'''$.. die Brennweite der beyden Spiegel

und der Linsen in der oben aufgezählten Ordnung, und wie S. 170 die conjugirten Distanzen

$$E C = a \quad c F = a' \quad G C' = a'' \quad O C'' = a''' \quad O' C''' = a^{IV}$$
$$C F = \alpha \quad c G = \alpha' \quad C' O = \alpha'' \quad C'' O' = \alpha''' \quad C''' O'' = \alpha^{IV} \text{ u. f.}$$

so hat man nach dem Vorhergehenden die Gleichungen

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}, \quad \frac{1}{p''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{\alpha''} \text{ u. f.}$$

und überdiefs, wenn man $\Delta \; \Delta' \; \Delta''$ die Distanzen der Spiegel und der Linsen nennt,

$$\Delta = \alpha + a', \quad \Delta' = \alpha' + a'', \quad \Delta'' = \alpha'' + a''' \text{ u. f.}$$

Diese Gleichungen sind dieselben, welche wir oben S. 194 zur Bestimmung des Weges eines Strahles durch mehrere auf einer gemeinschaftlichen Axe aufgestellten Linsen erhalten haben. Sie werden daher auch zu denselben Ausdrücken für die dort S. 194 u. f. gefundenen Gröfsen führen.

I. So erhält man für die Winkel, unter welchen der äufserste Strahl E P die Axe E O'' in verschiedenen Puncten schneidet, wenn x der Oeffnungshalbmesser des ersten Spiegels P ist, für den Winkel

$$\text{in } F = \frac{x}{\alpha} \qquad \text{in } G = \frac{a' x}{\alpha \alpha'}$$

$$\text{in } O = \frac{a' a'' x}{\alpha \alpha' \alpha''} \qquad \text{in } O' = \frac{a' a'' a''' x}{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''} \text{ u. f.}$$

II. Nennt man überhaupt x x' x'' x''' die Oeffnungshalbmesser der Spiegel und der aufeinanderfolgenden Linsen, so hat man, wie S. 195

$$x' = \frac{a' x}{\alpha}, \quad x'' = \frac{a' a'' x}{\alpha \alpha'}, \quad x''' = \frac{a' a'' a''' x}{\alpha \alpha' \alpha''} \text{ u. f.}$$

in welchem Ausdrucke $\alpha = p$ wird, wenn $a = \infty$ ist, oder wenn der leuchtende Gegenstand in unendlicher Entfernung steht, so wie die letzte der Gröfsen a'', a''', a^{IV} . . . gleich der Brennweite der letzten Linse seyn mufs, da die durch diese Linse gebrochenen Strahlen parallel aus derselben treten sollen.

III. Eben so hat man (S. 196 VIII) wenn der Halbmesser des Gegenstandes E e = z und die Halbmesser der Bilder F f = z′, G g = z″ u. f. sind

$$\text{I Bild } z' = \frac{\alpha}{a} z \;.\;. \text{ verkehrt}$$

$$\text{II} \;\text{»}\; z'' = \frac{\alpha'}{a'} z' = \frac{\alpha \alpha'}{a\, a'} z \;.\;. \text{ aufrecht}$$

$$\text{III} \;\text{»}\; z''' = \frac{\alpha''}{a''} z'' = \frac{\alpha \alpha' \alpha''}{a\, a'\, a''} z \;.\;. \text{ verkehrt}$$

$$\text{IV} \;\text{»}\; z^{\text{iv}} = \frac{\alpha'''}{a'''} z''' = \frac{\alpha \alpha' \alpha'' \alpha'''}{a\, a'\, a''\, a'''} z \;.\;. \text{ aufrecht u. f.}$$

Dieselben analogen Ausdrücke wird man auch für die Vergröſserung m, für das Gesichtsfeld φ, für das Maſs der Klarheit u. f. finden, so daſs, so lange die Abweichung wegen der Gestalt unberücksichtiget bleibt, dieselben Gleichungen und Ausdrücke, welche wir oben S. 193 §. 17 für ein System von Linsen gefunden haben, auch sofort für ein System von Spiegeln oder von Spiegeln und Linsen gelten werden. Vergleicht man endlich die oben für den Spiegel gegebene Gleichung (II) oder

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$$

mit derjenigen, welche wir S. 30 für die Refraction des Strahles bloſs durch eine Seite einer Linse gefunden haben, d. h. mit

$$\frac{n-1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{m}{y},$$

so sieht man, daſs beyde Gleichungen identisch werden, wenn man r negativ, und n = — 1 und y = — α annimmt, woraus folgt, daſs man die Reflexion des Lichtes als eine Refraction durch ein Mittel betrachten kann, für welches das Brechungsverhältniſs n = — 1 ist. (Vergl. S. 7) Da endlich die Spiegel, wie §. 2 erinnert wurde, keiner Farbenzerstreuung unterliegen, so werden die S. 70 u. f. gegebenen Ausdrücke für die Abweichungen wegen der Gestalt und wegen der Farbe auch unmittelbar für Spiegel gelten, wenn man in ihnen n = n′ = — 1 und d n = d n′ = o setzt.

§. 8.

In allem Vorhergehenden wurden die Oberflächen der Linsen sowohl, als die der Spiegel, sphärisch vorausgesetzt, weil die Künstler andere Flächen nicht wohl mit der erforderlichen Genauigkeit ausführen können. Es ist bekannt, dafs in einem Hohlspiegel, der durch die Umdrehung einer Parabel um ihre grofse Axe entsteht, alle dieser Axe parallel einfallenden Strahlen nach der Reflexion genau in dem Brennpuncte der Parabel vereiniget werden, und dafs eben so bey einem Hohlspiegel, der durch die Rotation einer Ellipse um ihre grofse Axe entsteht, die aus einem der beyden Brennpuncte kommenden Strahlen, nach der Reflexion genau in den andern Brennpunct vereiniget werden. Man hat daraus den Schlufs gezogen, dafs parabolische und hyperbolische Spiegel zu Fernröhren und Mikroscopen viel geschickter seyn werden, weil für sie die Abweichung wegen der Gestalt verschwindet. Allein, auch abgesehen von der Schwierigkeit der mechanischen Ausführung solcher Spiegel, hat man nicht bedacht, dafs auch z. B. ein vollkommen elliptischer Spiegel nur diejenigen Strahlen, die unmittelbar aus dem einen Brennpuncte desselben kommen, wieder in den andern Brennpunct vereiniget, und dafs diefs keineswegs mehr, auch nur von den dem ersten Brennpuncte zunächst liegenden Strahlen gilt, und dafs daher die Bilder aller Gegenstände, die schon eine merkbare Dimension haben, und nicht mehr als blofse Puncte angesehen werden können, auch bey dem elliptischen Spiegel einer ähnlichen Abweichung unterworfen sind, durch welche diese Bilder in einem oft sehr hohen Grade undeutlich gemacht werden. Um dieses zu zeigen, sey PCA (Fig. 21) die erzeugende Ellipse eines solchen Spiegels, AP ihre grofse Axe, F, F′ ihre Brennpuncte, und die auf der Axe senkrechte Linie $FB = z$ der leuchtende Gegenstand. Die von dem Puncte F kommenden Strahlen werden genau in den Punct F′ reflectirt, und erzeugen hier ein deutliches Bild des Punctes F.

Um aber auch den Vereinigungspunct der von B kommenden Strahlen nach der Reflexion zu finden, verlängere man BF nach f, so dafs $BF = Ff$, und ziehe durch den andern Brenn-

punct F′ die Linie F′ B′ parallel mit F B so, daſs der Endpunct B′ in der Verlängerung der Linie A f liegt, so ist B′ der gesuchte Vereinigungspunct der von B kommenden Strahlen, wenn nur die Oeffnung des Spiegels sehr klein angenommen wird, weil die Axe in A senkrecht auf der Peripherie der Ellipse steht, und so durch die angegebene Construction der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel gemacht wird. Ist also a die halbe Axe und a e die Excentricität der Ellipse und F B = z′ das gesuchte Bild, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke A F f und A F″ B′

$$z' = \frac{1+e}{1-e} \cdot z.$$

Damit aber das Bild B′ von B deutlich erscheine, muſs jeder Strahl B C, der von B kömmt, nach dem Puncte B′ reflectirt werden, oder wenn C q die Normale der Ellipse in C bezeichnet, so muſs für jeden Punct C der Winkel B C q gleich dem Winkel q C B′ seyn. Da aber die Winkel q C F und q C F′ gleich sind, so muſs auch B C F = B′ C F′ seyn. Suchen wir also die Werthe dieser Winkel B C F = ω und B′ C F′ = ω'.

Zu diesem Zwecke sey F C = r und A F G = ν, und eben so F′ C = r′ = 2 a — r und A F′ C = ν', so hat man aus der bekannten Gleichung der Ellipse, wenn p den halben Parameter derselben bezeichnet,

$$r = \frac{p}{1 + e \operatorname{Cos} \nu},\ r' = \frac{p}{1 - e \operatorname{Cos} \nu'} \text{ und } \operatorname{Sin} \nu' = \frac{r}{r'} \operatorname{Sin} \nu.$$

Die Dreyecke B F C und B′ F′ C aber geben, wenn man auf die vorhergehende Gleichung $(1 - e)\, z' = (1 + e)\, z$ Rücksicht nimmt,

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{z \operatorname{Cos} \nu}{r + z \operatorname{Sin} \nu},$$

$$\operatorname{Sin} \nu' = \frac{r \operatorname{Sin} \nu}{2a - r} \text{ und}$$

$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{z' \operatorname{Cos} \nu'}{r' - z' \operatorname{Sin} \nu'} = \frac{z' \operatorname{Cos} \nu'}{2a - r - z' \operatorname{Sin} \nu'},$$

und aus ihnen wird man für jeden Werth von ν die beyden Winkel ω und ω' finden. Zur bequemen Uebersicht wollen wir den Winkel ν nur klein annehmen, und die beyden Werthe von ω und ω' in Reihen auflösen, in welchen wir die Grössen unter der Ordnung $z\,\nu^2$ und $z^2\,\nu$ vernachlässigen. Unter dieser Voraussetzung gibt die Gleichung der Ellipse

$$\frac{\mathrm{Cos}\,\nu}{r} = \frac{1+e}{p} - \frac{(1+2e)\,\nu^2}{2p} \quad \text{und}$$

$$\frac{\mathrm{Cos}\,\nu'}{r'} = \frac{1-e}{p} - \frac{(1-2e)\,\nu'}{2p} \quad \text{und endlich}$$

$$\nu' = \frac{1-e}{1+e}\,.\,\nu.$$

Substituirt man diese Werthe in den vorhergehenden Ausdrücken von tg ω und tg ω', so erhält man:

$$\mathrm{tg}\,\omega = \frac{z(1+e)}{p} - \frac{(1+2e)\,z\,\nu^2}{2p} - \frac{(1+e)^2\,z^2\,\nu}{p^2} \quad \text{und}$$

$$\mathrm{tg}\,\omega' = \frac{z'(1-e)}{p} - \frac{(1-2e)\,z'\,\nu'^2}{2p} + \frac{(1-e)^2\,z'^2\,\nu'}{p^2},$$

oder wenn man in der letzten Gleichung die vorhergehenden Werthe von z' und ν' substituirt,

$$\mathrm{tg}\,\omega' = \frac{(1+e)\,z}{p} - \frac{(1-2e)(1-e)\,z\,\nu^2}{2(1+e)\,p} + \frac{(1-e^2)\,z''\,\nu}{p^2}.$$

Subtrahirt man die beyden letzten Ausdrücke von tg ω' und tg ω, und setzt tg ω' — tg $\omega = \omega' - \omega$, so erhält man:

$$\omega' - \omega = \frac{3\,e\,z\,\nu^2}{p(1+e)} + \frac{2(1+e)\,z^2\,\nu}{p^2}.$$

Dieser Ausdruck von $\omega' - \omega$ zeigt, daſs ω' nicht gleich ω, sondern daſs vielmehr ω' immer gröſser als ω ist, und daſs daher die von B auf den Rand des Spiegels fallenden Strahlen nach der Reflexion in einem Puncte sich vereinigen, der näher an F' liegt, als der Vereinigungspunct der von B nach A gehenden Centralstrahlen, daſs also dadurch eine Undeutlichkeit des Bildes entsteht, die desto gröſser ist, je gröſser der Durchmesser

2 z des leuchtenden Objectes, und je gröſser die Oeffnung des Spiegels ist.

Ist z. B. $\nu = 12° = 43200''$, $z = 0.05$ Zoll und $p = 4.3$ Zoll und $e = 0.64$, so ist

$$\frac{3\, e\, z\, \nu^2 \operatorname{Sin} 1''}{p\,(1 + e)} = 123''.1$$

$$\frac{2\,(1 + e)\, z^2\, \nu}{p^2} = 19.1$$

$$\omega' - \omega = 142.''2 = 0°\ 2'\ 22''.2,$$

also bereits groſs genug, um eine sehr störende Undeutlichkeit der Bilder zu verursachen, woraus folgt, daſs die so oft vorgeschlagenen parabolischen oder elliptischen Spiegel, selbst wenn sie mit der erforderlichen Vollkommenheit von den Künstlern verfertiget werden könnten, zum Vervollkommnen unserer optischen Werkzeuge nicht wesentlich beytragen würden.

Dritte Abtheilung.

Kurze Geschichte der Optik.

ERSTE PERIODE.

Griechen.

Die Geschichte der Optik zeigt vielleicht mehr, als die irgend einer andern Wissenschaft, die Gröſse und zugleich die Beschränktheit des menschlichen Geistes. Jahrtausende muſsten vergehen, bis es endlich einem seltenen Genie einfiel, darüber nachzudenken, warum ein Stab, zum Theil ins Wasser gehalten, gebrochen erscheint, warum eine glatte Fläche die Bilder der sie umgebenden Gegenstände entwirft, warum der Regenbogen in so schönen Farben prangt, und andere höchst auffallende Erscheinungen, die aber lange unbeachtet blieben, bis endlich ihre nähere Untersuchung den ersten Keim zu dem Baume legte, der, von den ausgezeichnetsten Männern der folgenden Jahrhunderte sorgsam gepflegt, allmählig zu der wahrhaft erstaunenswürdigen Gröſse empor wuchs, die nun der Stolz des menschlichen Geistes und der Gegenstand unserer eigenen gerechten Bewunderung geworden ist. Dieses Wachsthum wurde übrigens vielmehr durch Zufall und gutes Glück, als durch unser Verdienst begünstiget. Ein Stück Kieselerde mit Potasche vermischt, und das Spiel der Kinder eines Brillenmachers öffnete uns zwey neue, bisher unbekannte und ungeahndete Welten. Diese Spiele lehrten uns mit dem mikroscopischen Auge der Milbe die Blüthentheile der Moose, das kunstreiche innere Gewebe des Schmetterlings-Flügels und die Geschöpfe erblicken, die zu Tausenden einen Wassertropfen bewohnen und Herdenweise durch das Oehr einer Nadel ziehen, während sie uns zugleich mit den Augen eines Cherubs die fernsten Grenzen unsers Planetensystems betrachten, und selbst jenseits dieser Grenzen die Wunder anderer Systeme und die Gegenstände zahl-

loser neuer Schöpfungen in Entfernungen kennen lehrte, gegen welche alles, was uns hienieden grofs und mächtig erschien, nur als ein bedeutungsloses Nichts verschwindet. Ein lehrreiches Beyspiel, das uns zugleich erheben und demüthigen, aber auch auffodern mufs, keine, auch nicht die geringste Erscheinung der Natur zu vernachlässigen, da sie, anfangs unbedeutend und unbrauchbar vielleicht, immer einen Ring mehr in der Kette unserer Kenntnisse bildet, und daher als ein Schatz von bisher noch unbekanntem Werthe zu dem grofsen Vorrathe der anderen Schätze, zu dem Erbe gelegt werden soll, welches wir unsern Nachkommen überlassen, bis einmahl Zeit und Glück bey einem späten Enkel die Kostbarkeit desselben an den Tag bringen wird.

Wir wollen nun sehen, wie grofs dieser Vorrath bisher angewachsen ist, und auf welchem Wege unsere Vorgänger dazu gekommen sind.

Die Völker, welche vor den Griechen ihre Rolle auf der Erde spielten, haben uns für die Geschichte der Optik nichts hinterlassen, entweder weil sie diese Wissenschaft nicht kannten, oder weil ihre Entdeckungen in dem Strome der Zeiten untergegangen sind. Aber auch die Griechen, mit welchen überhaupt erst unsere eigentliche Literaturgeschichte beginnt, scheinen diese Wissenschaft mehr, als man bey diesem Volke erwarten sollte, vernachlässiget zu haben, obschon ihnen die hohe Ausbildung der Mathematik, auf welcher die Optik vorzüglich beruht, hinlängliche Mittel zur Vervollkommnung der letzten gegeben hat. Die Optik, die nebst der Astronomie unter allen Naturwissenschaften am meisten zu einer streng geometrischen Behandlung geschickt ist, hat das Eigenthümliche, dafs sie nicht, wie die Philosophie, von theoretischen Systemen, sondern dafs sie von Erfahrungen und Beobachtungen ausgehen mufs, auf welchen, als auf einer gegebenen Basis, die Mathematik das wissenschaftliche Gebäude derselben errichten soll. Aber durch aufmerksame und fortgesetzte Beobachtungen die Natur zu befragen, war ein Verfahren, welches den griechischen Philosophen gröfstentheils fremd geblieben ist. Sie zogen es vor, sich

mehr mit der Aufstellung künstlicher Hypothesen und scharfsinniger Theoreme, mehr mit der metaphysischen Untersuchung über den Ursprung und die innere Wesenheit der Dinge, als mit der Beobachtung der äufseren Erscheinungen dieser Dinge zu beschäftigen. Daher die kaum der Erwähnung werthen Behauptungen, nach welchen Empedokles das Sehen durch einen Ausflufs einer Materie des Auges erklärte, der einem andern Ausflusse des Gegenstandes begegne; nach welchen Pythagoras das Licht der Körper in einer Absonderung ihrer Elemente findet; nach welcher Aristoteles das Licht sogar für unkörperlich, für eine blofse Qualität hält u. f. Dafs unter solchen Voraussetzungen ihre so oft angeführten Erklärungen des Regenbogens, der Nebensonnen u. dgl. nicht genügend seyn, und dafs überhaupt bey ihren von allen Beobachtungen entblöfsten Verfahren und bey ihrer Vorliebe zu Hypothesen und blofsen theoretischen Speculationen, die Wissenschaft nur sehr wenig gewinnen konnte, darf nicht weiter befremden. Vielmehr mufs es unsere Verwunderung erregen, zu sehen, dafs sie, dieser Hindernisse ungeachtet, doch mehrere wichtige Kenntnisse und Wahrheiten sich erwarben, welche, gehörig verfolgt, sehr geeignet gewesen wären, die Bahn zu finden, auf welcher allein die Vervollkommnung dieser Wissenschaft möglich ist. So wurde in der Platonischen Schule die Fortpflanzung des Lichtes in einer geraden Linie gelehrt, und selbst die Gleichheit des Einfalls- und des Reflexionswinkels bey dem Zurückstrahlen des Lichtes von Spiegeln, war dieser Schule nicht fremd. Aristoteles (— 350 vor Christo) sucht die bereits oben erwähnte Erscheinung eines im Wasser gebrochenen Stabes durch eine Art von Strahlenbrechung zu erklären, und Archimedes (— 250) soll ein eigenes, aber verloren gegangenes Buch über die Erscheinung eines Ringes unter dem Wasser geschrieben haben, was allerdings schon bedeutende Kenntnisse der Refraction vorauszusetzen scheint. Diese Lehre von der Strahlenbrechung findet man übrigens schon ein Jahrhundert früher, in der Optik Euclids (— 300), einem Werke, welches Kepler vielleicht über seinen Werth schätzte, wenigstens in ihren Principien richtig entwickelt, während man die ersten Spuren einer Erklärung der eigentlich sogenannten astronomischen Refraction

erst in dem zweyten Jahrhundert nach unserer Zeitrechnung, in dem Werke des Ptolemäus (+ 140) antrifft.

Die Erfindung des Glases, des Körpers, mit welcher sich die ausübende Optik vorzugsweise beschäftiget, ist sehr alt, und man kennt die Erzählung des ältern Plinius, nach welcher Phönicische Kaufleute die Salpeterstücke, welche sie unter ihre Kessel legten, durch das Feuer zufällig in Fluſs gebracht und mit der Kieselerde des Bodens vermischt in eine durchsichtige Masse verwandelt sahen. Auch kannten die Alten bereits die auffallendsten Wirkungen der Strahlenbrechung und der Farben, welche entstehen, wenn das Licht der Sonne durch ein eckiges Stück Glas fällt, wie Seneca (Nat. Quaest. L. I.) erzählt, der diese prismatischen Farben des Glases zu seiner Erklärung der Farben des Regenbogens anwendet, eine Ideenverbindung, die, weiter verfolgt, sehr fruchtbar geworden seyn, und zu den schönsten Entdeckungen geleitet haben würde, die aber volle fünfzehn Jahrhunderte unbenützt und unbeachtet geblieben ist. Sie kannten selbst die Erscheinung, nach welcher kleine und dunkle Gegenstände durch eine gläserne, mit Wasser gefüllte Kugel, gröſser und heller gesehen werden (Ibid. L. I. C. 6.). Allein sie blieben bey diesen und ähnlichen äuſseren Erscheinungen stehen, ohne sie unter einander zu verbinden, und durch diese Verbindung die gemeinschaftliche Ursache derselben aufzufinden. Der bloſse einfache Versuch, der aber nicht vorgenommen wurde, jenen ganzen Kugeln nur Theile derselben, nur Linsen von Glas zu substituiren, würde ihnen wahrscheinlich den Weg zu der Wissenschaft und zu den gröſsten Entdeckungen geöffnet haben, die sie ihren spätern Nachfolgern überlassen muſsten.

Daſs den alten Griechen die Wirkung der Brenngläser bekannt war, sieht man aus den Wolken des Aristophanes (— 430), wo Strepsiades mit einem solchen Glase seine auf einer Wachstafel eingegrabene Schrift zerstören will, und aus Plinius (Hist. Nat. L. 36.) der des Gebrauchs derselben als ein Aetzmittel bey Wunden erwähnt.

Die Eigenschaft der Hohlspiegel, die Gegenstände zu vergröſsern, und selbst in beträchtlichen Entfernungen zu brennen, führt Euklid umständlich an, und Archimed soll da-

mit den Versuch gemacht haben, die Flotte der die Stadt Syrakus belagernden Römer zu zerstören. Die Wahrheit dieser Erzählung wird häufig bestritten, weil Polybius, Livius und Plutarch, die diese Belagerung von Syrakus beschreiben, jenes Versuches nicht erwähnen, der bloſs von Schriftstellern des zwölften Jahrhunderts, Zonaras und Tzetzes, obschon auf die Autorität ihrer für uns verlorenen viel früheren Vorgänger angeführt wird, und weil die Ausführung desselben vieler practischen Schwierigkeiten unterworfen scheint, obschon später, wie wir sehen werden, Kircher im siebzehnten Jahrhundert und nach ihm Buffon im J. 1747 einen ähnlichen Versuch dieser Art glücklich zu Stande gebracht haben. Die so lange bezweifelte Wahrscheinlichkeit jener Erzählung wurde endlich durch ein von Dupuy im Jahr 1777 aufgefundenes Fragment des berühmten Anthemius, (des Erfinders der Domgewölbe und des Erbauers der Sophienkirche in Konstantinopel unter dem Kaiser Justinian i. J. 550) sehr erhöht, da dieses Fragment das von Archimedes gebrauchte Verfahren mit sehr bestimmten Ausdrücken erklärt, und überdieſs dasselbe dem später von Buffon angewendeten auch sehr ähnlich ist. (Vergl. Bossut. Hist. des Math. Vol. I. p. 176 und Vol. II. p. 484.)

ZWEYTE PERIODE.

Mittelalter.

Unter den arabischen Schriftstellern über die Optik zeichnete sich vorzüglich Alhazen aus, der in der Mitte des eilften Jahrhunderts in Spanien lebte. Sein Werk über diese Wissenschaft enthält die ersten Versuche zu einer Theorie der Refraction sowohl durch Wasser, Glas und andere diaphane Körper, als auch der eigentlich astronomischen Strahlenbrechung. Er erkannte, daſs die letzte, von der die Erde umgebenden Atmosphäre komme, deren Dichte gröſser als die des höhern Aethers ist, und daſs durch die Wirkungen dieser Atmosphäre die Höhe der Gestirne über dem Horizonte vergröſsert werde. Er gibt selbst ein sinnreiches Mittel, die Gröſse dieser Erhöhung zu messen, indem er die beobachtete Declination eines Gestirns zur Zeit seines

Auf- oder Untergangs mit derjenigen Declination vergleicht, welche dasselbe in der Ebene des Meridians nahe bey dem Zenith zu haben scheint. Aber die genauere Bestimmung der Refraction und die Entdeckung ihres Gesetzes war viel späteren Zeiten aufbehalten. Sein Werk ist übrigens mit Sorgfalt, aber auch mit der den Schriftstellern seiner Nation eigenen Redseligkeit und in dem Geiste der damahls herrschenden scholastischen Sophistik geschrieben, und enthält nebst den erwähnten Untersuchungen noch viele schätzbare Bemerkungen über den Bau des Auges, über die Erscheinungen durch gläserne Kugeln und Segmente derselben, über die Phänomene, welche das Licht durch seine Reflexion von ebenen und sphärischen Spiegeln hervorbringt, und über die mannigfaltigen optischen Täuschungen, welchen der Sinn des Gesichtes unterworfen ist. Bey allen Unvollkommenheiten dieses Werkes erscheint es doch so reich an Erfahrungen und Versuchen, dafs wahrscheinlich viele andere Werke der Griechen diesem berühmten Schriftsteller der Araber, vorausgegangen seyn mögen, die er benützen konnte, während sie für uns gänzlich verloren sind.

In jener finstern und an wissenschaftlichen Ereignissen so unfruchtbaren Zeit mufsten volle zwey Jahrhunderte vergehen, bis das Werk Alhazens an Vitellio einen Commentator finden konnte, der sich aber öfter durch Sachkenntnifs und selbst durch eigene Zusätze und Versuche, so wie durch seinen bündigen Vortrag, über seinen Vorgänger zu erheben wufste. Vitellio war von Geburt ein Pohle, und sein Werk, welches er gegen 1270 schrieb, findet man zugleich mit Alhazens Optik herausgegeben in Risneri thesaurus opticae. Basil 1572. Gegenstände seiner besonderen Untersuchungen waren die Schwächung des Lichtes, die bey der Reflexion und Refraction desselben statt hat, so wie eine neue Erklärung des Regenbogens durch Brechung und Zurückstrahlung, und eine auf Beobachtungen gegründete Theorie der astronomischen Strahlenbrechung, die aber noch eben so unvollkommen war, als sein ganzes Werk noch das Gepräge des kindlichen Alters der Wissenschaft trug.

Vitellios Zeitgenosse, Johann Peccam, Erzbischof von Canterbury, schrieb eine kurze, aber gehaltreiche Abhandlung über die Erscheinungen, welche die in gerader Richtung

fortgehenden Lichtstrahlen, ohne Rücksicht auf Brechung oder Zurückstrahlung derselben hervorbringen, durch welche aber, da sie meistens nur eine Zusammenstellung der damahls über diese Gegenstände bekannten Entdeckungen enthält, die Wissenschaft keine Erweiterung erhalten konnte.

Wie in vielen anderen, so ragte auch in den optischen Kenntnissen weit über sein Jahrhundert und selbst über die meisten seiner Vorgänger hervor Roger Baco (✻ 1214 und † 1294), ein erfindungsreiches, sich über alle Gegenstände des menschlichen Wissens verbreitendes Genie, das in der dunklen Nacht der Barbarey sich wie ein strahlendes Meteor den erstaunten Zeitgenossen zeigte. Seine Specula mathematica, und noch mehr sein Opus majus verbreitet sich beynahe über alle Gegenstände, welche seine Vorgänger in der Lehre von dem Lichte zu dem Zwecke ihrer Untersuchungen gemacht haben, und fügt denselben seine eigenen, neuen und sinnreichen Ideen hinzu. Es ist wahrhaft zu bedauern, dafs auch ein Mann von seiner Geistesstärke der Zeit, die ihn erzeugte, sein Opfer zu bringen gezwungen war. Die beynahe blinde Anhänglichkeit an die Alten, und unter ihnen besonders an den Stagyriten, die allgemeine Vorliebe zu Hypothesen und Systemen, und die leidige Gewohnheit, die Natur mehr durch theoretische Speculationen ergründen, als durch mühsam fortgesetzte Beobachtungen zu befragen, diese Umstände hinderten ihn der Urheber vieler grofser Entdeckungen zu werden, welche seine späten Nachfolger berühmt gemacht haben, und von denen er, die Zukunft nicht ahnend, den ersten Keim in seinen Werken niedergelegt hatte. Er stand so nahe an der Entdeckung der Brillen und selbst der Telescope, als an der des Schiefspulvers und so mancher andern einflufsreichen Erfindung, dafs man, seine Worte lesend, kaum begreifen kann, wie sie ihm noch entgehen konnte *). Aber die Idee

*) De visione fracta majora adhuc miracula sunt. Nam de facili patet, maxima posse apparere minima et e contra; et longe distantia videbuntur propinquissima et e converso. Sic enim faceremus solem et lunam et stellas descendere. — Possunt etiam sic figurari perspicua corpora, ut longissime posita appareant proprinquissima et e contrario, ita quod ex incredibili distantia legeremus literas minutissi-

blieb todt, weil ihr die Befruchtung durch Beobachtungen fehlte. Da er das Licht für den Ausfluſs einer Materie aus dem Auge hielt, weil Empedokles und selbst Plato es dafür gehalten hatte, so wurde ihm eine genügende und wissenschaftliche Darstellung der Erscheinungen desselben unmöglich. Da er seine Kugelsegmente von Glas unmittelbar auf die Gegenstände legte, weil Alhazen es eben so gethan hatte, und da er endlich, was er Groſses dachte, nicht ausführte, nicht durch Beobachtungen bestätigte, so wurde es ihm auch nicht gegönnt, seinen Namen durch Entdeckungen zu schmücken, denen er doch so nahe auf der Spur zu seyn das Glück hatte. Vielleicht hinderte aber den seltenen Geist die Beschränkung seines Standes (er war Franciskanermönch in Oxford) und noch mehr die fanatische Verfolgung seiner Ordensbrüder, die, von seinen auſserordentlichen Kenntnissen geblendet, ihn als einen Zauberer in das Gefängniſs führten, in welchem er den gröſsten Theil seines spätern Alters bis an seinen Tod in Einsamkeit und Trauer zubringen muſste.

Daſs schon die Alten den Gebrauch der Brillen gekannt haben sollen, wie einige aus einer wahrscheinlich untergeschobenen Stelle des Plautus (Pancirollus, de rebus inventis. Tit. XV) und andere aus einer miſsverstandenen Stelle des Plinius (Hist. Nat. Lib. VII. Cap. 53) beweisen wollten, kann nicht angenommen werden. Diese in der That groſse und wohlthätige Erfindung, die unser Leben durch eine wundervolle Unterstützung unsers edelsten Sinnes gleichsam zu verlängern bestimmt

mas et numeraremus res quantumcunque parvas etc. Man sieht nicht recht, ob er von bereits schon angestellten Versuchen, oder nur von noch künftig zu erwartenden Erscheinungen spricht. Daſs er überall nur sehr dicker Glaslinsen, Halbkugeln u. dgl. erwähnt; daſs er diese mit ihrer Basis auf das Buch legt, dessen Buchstaben er vergröſsert sehen will; daſs er nirgends der so groſsen und auffallenden Vortheile erwähnt, welche die Brillen alten oder kurzsichtigen Menschen gewähren; daſs er überhaupt nie mit voller Bestimmtheit einen in dieser Beziehung in der That angestellten Versuch anführt — alles dieſs macht es sehr unwahrscheinlich, daſs er im Besitze der Entdeckungen gewesen sey, welche ihm später, besonders von seinen Landsleuten, so freygebig zugeschrieben worden sind.

ist, indem sie uns von der traurigen Unthätigkeit, der gröfsten Beschwerde des höheren Alters, befreyt, und die besonders den wissenschaftlichen Mann, wenn ihn die Natur schon zu verlassen scheint, wieder mit neuen jugendlichen Kräften ausrüstet, seine angefangenen Arbeiten zu vollenden, und seine in dem Laufe des ganzen Lebens gesammelten Erfahrungen zu ordnen, und niederzulegen als den Zeugen seiner Bemühung, als das Erbe für die Nachwelt, — diese preiswürdige Erfindung hätte, einmal gemacht, nicht mehr verloren gehen können. Wie wäre es möglich, dafs in den sämmtlichen uns hinterlassenen Schriften der Alten auch nicht eine einzige bestimmte Erwähnung derselben angetroffen werden könnte, und dafs auch das Andenken an eine so grofse Wohlthat selbst unter den Schriftstellern des Alterthums, die ihrer am meisten bedurften, sich in dem Grade verloren haben sollte, dafs auch nicht die leiseste Spur derselben sich mehr auffinden liefse.

Die erste bestimmte Nachricht von der Erfindung der Brillen wurde in einem im J. 1299 verfafsten Manuscripte gefunden (Di Governo della famiglia de Scandro di Pipozzo), in welcher man die Stelle liest: »Ich finde mich vom Alter so gedrückt, dafs ich weder lesen noch schreiben kann ohne den Gläsern, die man Ochiali nennt, und die unlängst (novellamente) zum grofsen Trost der Alten und Gesichtsschwachen erfunden worden sind.« — Ein zweytes Manuscript einer Klosterbibliothek in Pisa erzählt, »dafs Alexander Spina, ein erfindungsreicher Kopf, der alles, was er sah, nachmachen konnte, auch die Brillen, die er bey einem andern, der sie als sein Geheimnifs behandelte, bemerkt und sogleich nachgemacht und andern mitgetheilt hat.« — Spina war selbst in Pisa geboren, und starb in derselben Stadt als Jacobinermöch im J. 1313. Diese und mehrere andere Nachrichten lassen uns nicht zweifeln, dafs die Erfindung der Brillen, welche man gewöhnlich dem Spina selbst zuschreibt, einem seiner Landsleute und dem Ende des dreyzehnten Jahrhunderts angehört.

Seit Vitellio und Baco verflossen wieder mehrere Jahrhunderte, in welchen diese Wissenschaft, wie alle übrigen, keine weiteren Fortschritte machte, bis endlich Maurolicus (* 1494, † 1575) ein Abt aus Sicilien und Professor der Mathe-

matik in Messina, sie wieder aus ihrem langen Schlummer zu wecken suchte. Er hatte sich früher schon durch seine sinnreichen Summationen der Reihen, und durch ein sehr gediegenes Werk über die Kegelschnitte, als ein ausgezeichneter Geometer bekannt gemacht, aber seine optischen Aufsätze enthalten keineswegs die schönen Entdeckungen, die Montucla in seiner Geschichte der Mathematik darin finden will. Sein Versuch, die Wirkung der convexen und concaven Brillengläser zu erklären, ist eben so unvollkommen, als seine Lehre von dem Baue des Auges, wo er die Bilder der Gegenstände auf der Linse desselben sucht, und als sein Theorem von der Proportionalität der einfallenden und gebrochenen Winkel bey den Refractionen der Lichtstrahlen, die er aus diesem Gegenstande ganz fremdartigen Begriffen Euklid's von den geometrischen Verhältnissen ableiten will. Die Wissenschaft hat demnach durch seine Bemühungen nur sehr wenig gewonnen, obschon seine optischen Werke, die 1575 in Venedig und später, 1613, in Lyon erschienen sind, viel Eigenes enthalten, und sich besonders durch Klarheit im Vortrage vortheilhaft auszeichnen. Noch verdankt man ihm die jetzt allgemein bekannte Erklärung, warum die Sonnenstrahlen, wenn sie durch eine enge, aber vieleckige Oeffnung gehen, in einiger Entfernung doch immer nur ein rundes Bild der Oeffnung geben. Jeder Punct der Oeffnung mufs nämlich als die Spitze eines doppelten Kegels betrachtet werden, dessen eine Basis die Sonne ist, während die andere einen Kreis auf der gegenüberstehenden Wand bildet, der desto gröfser ist, je weiter die Wand von der Oeffnung entfernt ist, so dafs diese letzten in ihren Peripherien sich schneidenden Kreise aller Puncte der Oeffnung zusammen, selbst wieder in einem Umfange enthalten sind, der einem Kreise desto näher kömmt, je gröfser jene einzelnen Kreise, d. h. je gröfser ihre Entfernungen von der Oeffnung sind.

Bald nach ihm machte sich J. B. Porta (✻ 1545, † 1615), ein Arzt aus Neapel, durch seine Erfindung des verfinsterten Zimmers (der Camera obscura) bekannt, ein fruchtbarer Einfall, der, wenn er gleich Anfangs gröfstentheils nur zu belustigenden Spielen diente, doch später das beste Mittel zu beynahe allen wissenschaftlichen optischen Versuchen wurde, und der

überdiefs durch die Analogie mit dem menschlichen Auge auf die Kenntnifs des Baues des letztern, und dadurch auf viele andere interessante Entdeckungen führte. Indem Porta später vor die Oeffnung des Fensterladens seines verfinsterten Zimmers eine convexe Linse setzte, vergröfserte er dadurch beträchtlich die Deutlichkeit der Bilder, welche die äufseren Gegenstände auf der der Oeffnung entgegenstehenden Wand des Zimmers entwarfen. Die damit mannigfaltig abgeänderten Versuche haben ihm die seitdem nicht weiter zu bestreitende Ueberzeugung gegeben, dafs das Licht nicht, wie die Alten glaubten, ein Ausflufs des Auges, sondern dafs es vielmehr in einer Wirkung des leuchtenden Gegenstandes auf das Auge bestehe. Doch war seine aus dieser Erscheinung abgeleitete Erklärung der Einrichtung des Auges irrig, da er, so wie Maurolicus, die Bilder der Gegenstände auf der Krystalllinse des Auges suchte. Eben so vergeblich bemühte er sich, die Erscheinungen durch Brillen zu erklären, was auch vor der wahren Kenntnifs der Brechung der Lichtstrahlen nicht erwartet werden konnte. Dafs Porta der Entdeckung des Fernrohrs und des Mikroscops sehr nahe war, zeigt die merkwürdige Stelle Lib. XVII. Cap. 10 seiner Magia naturalis: »Si vitrum concavum et convexum utrinque recte conjungere noveris, et longinqua et proxima majora et clara videbis. Non parum multis amicis auxilii praestitimus, qui et longinqua obsoleta, proxima turbida conspiciebant, ut omnia perfectissime contuerentur.« Es ist kaum erklärbar und wahrhaft betrübend, dafs nach solchen Aeufserungen Baco's und Porta's diese herrliche Entdeckung noch so lange verborgen bleiben konnte.

Porta hinterliefs zwey Werke: Magia naturalis, die zuerst 1560 herauskam, und gleich nach ihrer Erscheinung in mehrere Sprachen übersetzt wurde, und de Refractione. Neap. 1583.

Porta's Zeitgenosse war der grofse Baco von Verulam (✳ 1561, † 1626), nächst Newton, die erste Zierde Englands, dessen Geist fruchtbar und schöpfend sich über beynahe alle Wissenschaften verbreitete, in der Optik aber mehr mit Andeutungen desjenigen, was noch fehlte, als mit der selbstthätigen Erweiterung derselben sich begnügte. Die schönste Ausgabe seiner sämmtlichen Werke erschien zu London 1765 in fünf Quartbänden.

DRITTE PERIODE.

Kepler.

Der Anfang des siebzehnten Jahrhunderts wurde durch eine der glänzendsten Erfindungen des menschlichen Geistes, durch die des Telescopes ausgezeichnet, dem bald auch das ihm verwandte Mikroscop folgte. Beyde Instrumente erweiterten die Grenze unseres edelsten Sinnes, und dadurch unsere Kenntnisse der Natur auf eine wunderbare Weise: sie schlossen zwey neue Welten vor uns auf, indem sie uns Gegenstände erkennen liefsen, von welchen die einen wegen ihrer zu geringen Kleinheit, und die anderen wegen ihrer erstaunenswürdigen Entfernung, unsern unbewaffnetem Auge für immer verborgen geblieben wären.

Wenn es aber erlaubt ist, diese Entdeckung, durch welche der Mensch gleichsam die ihm von der Natur gesetzten Schranken zu durchbrechen und sich über sich selbst zu erheben wufste, in einem hohen Grade ruhmvoll zu finden, so mufs doch auch hinzugesetzt werden, dafs er diese schönste und erhabenste seiner Entdeckungen nicht dem Scharfsinne oder dem angestrengten Nachdenken seines Geistes, sondern nur einem blinden Zufalle, einem absichtslosen Kinderspiele verdankt. Auch möchte es, welche hohe Idee von der geistigen Kraft des Menschen man auch nähren mag, wohl unmöglich seyn, blofs auf dem Wege der theoretischen Speculation Entdeckungen solcher Art zu machen *).

Descartes erzählt in seiner Dioptrik, dafs Jakob Metius aus Alkmar in Holland, der sich, ohne eigentliche mathematische Kenntnisse zu besitzen **), mit der Verfertigung der

*) Si quis tanta industria exstitisset, ut ex naturae et geometriae principiis Telescopium eruere potuisset, eum ego supra mortalium sortem ingenio valuisse dicendum crederem. Sed hoc tam longe abest, ut fortuito reperti artificii rationem non adhuc satis explicare potuerint viri doctissimi. Hugenii Dioptrica.

**) Sein jüngerer Bruder, Adrian Metius, war Professor der Mathematik zu Franecker, und sein Vater, Geometer im Dienste der Generalstaaten, fand das bekannte und nach ihm benannte Verhältnifs 355 zu 113 der Peripherie des Kreises zu seinem Durchmesser.

Brennspiegel und Brenngläser beschäftigte, um das Jahr 1607 ganz zufällig von seinen vielen vorräthigen Linsen eine convexe mit einer concaven zusammengebracht, und zu seiner nicht geringen Verwunderung durch dieselben entfernte Gegenstände sehr vergröfsert gesehen hat, wodurch er der Erfinder des sogenannten holländischen Fernrohrs geworden ist. Allein Huyghens sagt in seiner Dioptrik, er wisse gewifs, dafs schon vor Metius ein anderer Künstler in Middelburg Telescope verfertiget habe, und er läfst es ungewifs, ob dieses Johann Lippersheim, der durch ein Spiel seiner Kinder auf die Entdeckung geführt worden seyn soll, oder ob es Zacharias Jansen gewesen ist, welchen letzten Borellus (De vero telescopii inventore, Haag 1655) mit vieler Wahrscheinlichkeit als den eigentlichen Erfinder der Telescope angibt. Nach Borellus soll Jansen das erste Telescop zu Middelburg im J. 1590 verfertiget, und sogleich dem Statthalter Moritz gezeigt haben, welcher letzte es als ein im Kriege nützliches Instrument geheim halten wollte. Allein das Geheimnifs wurde, wie Borellus hinzusetzt, bald öffentlich bekannt, und schon nach einigen Jahren auch von andern holländischen Künstlern verbreitet, besonders von Johann Laprey oder Lippersheim, welcher diese Fernröhre von vorzüglicher Güte zu verfertigen wufste, und daher auch später als der Erfinder derselben angesehen wurde. Auch soll Jansen sehr schätzbare mathematische Kenntnisse besessen, und mit seinen neuen Instrumenten sogleich Entdeckungen an dem Himmel versucht, aber, wie es scheint, nicht gehörig verfolgt haben, daher er z. B. den Ruhm, die Satelliten Jupiters, die er, nach Borellus, der erste gesehen haben soll, als immerwährende Begleiter dieses Planeten erkannt zu haben, einem anderen überlassen mufste.

Dieser war Galilei (✳ 1564, † 1642) damahls Professor der Mathematik in Padua, der auf eine unbestimmte Nachricht von dieser Entdeckung durch eigenes Nachdenken, wie man sagt, die Zusammensetzung dieser Instrumente errathen, und auch durch die Anwendung desselben auf den Himmel, seinen Namen in der Geschichte der Wissenschaft unsterblich gemacht hat. Er fand im J. 1610 damit die Gebirge und Thäler des Mondes; die Satelliten Jupiters, die er, den Mediceern zu Ehren,

Medicea sidera nannte; die sonderbare Gestalt Saturns, dessen Ring er aber noch nicht erkennen konnte; die Sonnenflecken und ihre Bewegungen; die Phasen der Venus, und eine grofse Anzahl von früher unbekannten Fixsternen. Die meisten dieser Entdeckungen machte er in seinem Nuncius sidereus, Venetiis 1610 bekannt, wofür er von der Republik Venedig eine dreyfache Erhöhung seines Gehaltes, und von Cosmus II., welchem er sein Werk zugeeignet hatte, ein Geschenk von tausend Ducaten erhielt. — Neun und zwanzig Jahre genofs er die Freude, seine schönen Entdeckungen zu verfolgen, bis er endlich in seinem fünf und siebzigsten Jahre, durch die zu grofse Anstrengung seiner Augen, erblindete, und die letzten drey Jahre seines thätigen und ruhmvollen Lebens unter der unwürdigen Behandlung seiner Feinde im Kerker vertrauerte.

Die Erfindung der Mikroscope, die ihrer Natur nach jener der Telescope, übrigens auch nur zufällig und ohne die Erklärung derselben zu kennen, bald folgen mufste, schreibt Borellus demselben Zacharias Jansen und dessen Sohne Johann gemeinschaftlich zu. Huyghens aber versichert, dafs sie um das Jahr 1618 noch ganz unbekannt waren, und dafs man im Jahr 1621 bey Cornelius Drebbel in England die ersten Mikroscope gesehen habe, daher man auch diesen letzten für den Erfinder der Mikroscope hält, wenigstens der aus mehreren Linsen zusammengesetzten Mikroscope: denn blofse einfache Linsen oder kleine Glaskugeln sind, wie bereits oben erwähnt wurde, schon von den Alten zu ähnlichen Zwecken gebraucht worden.

Der erste aber, der jene blofs zufällige Erfindung des Fernrohrs durch sein eigenes Nachdenken zu erklären und zugleich zu erweitern suchte, der die wahre Theorie derselben aufstellte und dadurch die Basis zu der eigentlichen wissenschaftlichen Optik legte, war der grofse Johann Kepler (✻ 1571, † 1631), der zugleich durch die Entdeckung der wahren Bewegungsgesetze der Planeten auch der Vater der neueren Astronomie geworden ist. Er war es, der zuerst die Aehnlichkeit des menschlichen Auges mit dem verfinsterten Zimmer des Porta richtig auffafste, indem er die Oeffnung des Ladens, die Glaslinse in derselben und die ihr gegenüberstehende Wand des Zimmers in derselben Ordnung mit der Oeffnung, mit der Krystalllinse und

mit der Retina oder der Netzhaut des Auges verglich, und dadurch erkannte, dafs die Strahlen, durch die Krystalllinse gebrochen, auf der Retina sich vereinigen und durch diese Vereinigung die Bilder der äufseren Gegenstände entwerfen. Diese Analogie führte ihn auf die wahre Erklärung der Erscheinungen durch Brillen, die ihn, wie er selbst gesteht, drey volle Jahre beschäftigte, bis er endlich erkannte, dafs bey Weitsichtigen der Scheitel der Strahlenkegel oder die Bilder von zu nahen Gegenständen hinter der Netzhaut sich vereinigen und durch ein convexes Glas auf dieselbe zurück gebracht werden, während bey Kurzsichtigen die Scheitel der Strahlenkegel von fernen Gegenständen vor die Netzhaut fallen, und daher durch concave Linsen auf dieselbe gebracht werden können. Von diesen einfachen Untersuchungen wandte er sich zu der Erklärung der Erscheinungen durch Linsen überhaupt, und bestimmte durch Rechnung die Brennweite der planconvexen und der gleichseitigen biconvexen Linsen *), bis er sich endlich zur Erklärung der Wirkung der Fernröhre selbst erhob, deren Theorie in ihren wesentlichen Theilen entwickelte, und die bisher bekannten noch mit neuen Arten von gröfserer Wirkung und ausgebreiteterer Anwendung vermehrte, unter welchen besonders das später unter seinen Nahmen bekannte Keppler'sche oder astronomische Fernrohr mit zwey convexen Linsen gehört, welches die Gegenstände verkehrt zeigt, aber vorzüglich bey Beobachtungen himmlischer Objecte bedeutende Vortheile vor dem holländischen mit einem concaven Oculare gewährte. Zwar führte er selbst keine seiner Erfindungen aus, da er kein practischer Künstler war und dem mit Untersuchungen und Sorgen anderer

*) Auf ungleichseitige biconvexe Linsen konnte er seine Theorie noch nicht fortführen. Das hieher gehörende Theorem, welches durch die Gleichung $\frac{1}{(n-1)p} = \frac{1}{f} + \frac{1}{g}$ (Optik S. 37) ausgedrückt wird, fand der Mönch Cavallerie in Bologna (✳ 1598, † 1647), der durch seine originelle und sinnreiche Geometria indivisibilium einer der ersten Begründer der Differenzialrechnung geworden ist. Kepler kannte nur die zwey speciellen Fälle jenes Satzes, für welche entweder $f = g$, oder für welche eine der beyden Gröfsen f oder g unendlich ist.

Art überhäuften Manne Zeit und Vermögen zu solchen Versuchen gebrach: aber sein Verdienst erscheint dadurch nicht geringer, da er alles nur der Stärke seines Geistes und nichts mehr dem Zufalle oder dem bloſsen Versuche zu verdanken hatte, und da er durch seine Theorie den andern die Mittel zur leichten Ausführung bot *).

Es ist auffallend, daſs ein Mann seiner Art das einfache Gesetz der Brechung bey dem Uebergang der Strahlen aus Luft in Glas, welches er so ämsig suchte, und für seine Theorie so sehr bedurfte, nicht finden konnte. Die Resultate seiner Untersuchungen können auf die wenigen Worte zurückgeführt werden: »daſs bey Einfallswinkeln unter zwanzig Graden der gebrochene Winkel zwey Drittheile des Einfallswinkels beträgt,« — ein bloſs genäherter Satz, für den er ihn auch erkannte, der aber, wie er bemerkte, für den Gebrauch bey Fernröhren in den meisten Fällen für die ersten Versuche hinreichend war. Nicht glücklicher war er mit seiner Theorie der astronomischen Refraction, zu deren Begründung es ihm noch an hinlänglichen Beobachtungen fehlte, und die selbst ohne diesen Mangel nicht zur Wahrheit führen konnte, da er die, die Erde umgebende Luft in allen ihren Höhen gleich dicht annahm, und den Lichtstrahl bloſs an der äuſsersten Grenze der Atmosphäre einer einzigen Brechung unterwarf. Ja selbst über die Art, wie durch Fernröhre das deutliche Sehen und die Vergröſserung der Gegenstände bewirkt wird, scheint er nicht ganz richtige Vorstellungen gehabt zu haben **).

*) Der Jesuit Scheiner soll das erste astronomische Fernrohr nach Keplers Vorschrift verfertiget haben, so wie das ebenfalls von Kepler vorgeschlagene Telescop mit drey convexen Linsen, welches aber, seiner zu groſsen Länge wegen, bald auſser Gebrauch kam. Der Kapuziner Rheita erfand später das terrestrische Fernrohr mit drey oder vier convexen Ocularlinsen, welches die Gegenstände aufrecht zeigt.

**) Quod hic prae caeteris requirebatur, ut, data lentium forma ac positione, ex his modus mensuraque amplificationis definiretur, id hactenus praestitum non est. Nam neque Keplerus hoc docuit, neque illo felicior fuit Cartesius, imo ut vere dicam, a via potius aberravit in his, quae de ratione et effectu telescopii demonstran-

Noch verdienen mehrere gleichsam isolirte Ideen des grofsen Mannes hier einer besondern Erwähnung, da sie als die ersten Keime künftiger Entdeckungen betrachtet werden können. Dahin gehören seine Arbeiten über die Brennlinien, welche später Descartes mehr ausbildete; über die Erscheinungen bey hohlen und erhabenen Spiegeln; über die Verdoppelung der Objective (die er aber beyde noch von derselben Glasart annahm) wodurch er die Länge der Fernröhre beynahe um die Hälfte verkürzte; über die Farben des Regenbogens; über die Ursache, warum wir mit beyden Augen die Gegenstände nur einfach und zugleich aufrecht sehen, da doch das Bild auf der Netzhaut verkehrt ist; über den wahren Ort der Bilder, die durch Refraction und Reflexion entstehen u. s. w. *).

Der Jesuit Scheiner (✳ 1575, † 1650) suchte das Gesetz der Brechung der Strahlen aus Luft in Glas und Wasser durch lange fortgesetzte Versuche, ohne aber zu einem genügenden Resultate zu gelangen. Glücklicher waren seine Untersuchungen über den Bau des Auges und über die Natur des Sehens, die er auf anatomische Betrachtungen der Augen der gröfseren Thiere gründete, in welchen er das Bild der äufseren Gegenstände auf der Netzhaut derselben bemerkte, und dadurch Kepler's oben erwähnte Ansicht durch Beobachtungen bestätigte. Er ist der Erfinder des Pontographs, eines Instrumentes, durch welches er jede Zeichnung in jedem willkührlichen Mafsstabe durch ein blofses mechanisches Verfahren copirte, und des Heliostats, oder eines etwas auseinander gezogenen Fernrohres,

da susceperat. Quod vix credibile de tanto viro, tamque in his rebus versato, tamen dicendum est, ne quis frustra ea intelligere laboret, e quibus nulla sana sententia elici potest Hugenii Dioptrica.

*) Kepler's optische Schriften sind:
Paralipomena ad Vitellionem. Francof. 1604.
Dioptrice, angustae Vindelicor. 1611.
Dissertatio cum nuntio sidereo Pragae 1610.
Narratio de observatis a se quatuor satellitibus Jovis. Francof. 1611, und endlich
Keplers Briefwechsel: Epistolae ad J. Keplerum scriptae, edidit Hansch 1718.

durch welches man in ein verfinstertes Zimmer auf einer der Oeffnung im Fenster gegenüber stehenden Wand das Bild der Sonne deutlich sehen kann. Er bediente sich dieser Vorrichtung zu seinen viele Jahre lang fortgesetzten Beobachtungen der Sonnenflecken, die er zuerst im Anfange des Jahres 1611 gesehen hat. Er hielt sie für kleine, die Sonne umkreisende Planeten, die sich zuweilen vereinigen und wieder trennen, während sie Galilei, der sie vielleicht früher entdeckt aber später bekannt gemacht hat, auf die Oberfläche der Sonne versetzte, und die Bewegungen derselben sehr richtig aus der Rotation der Sonne um ihre Axe erklärte. Scheiner's zwey vorzüglichste Werke sind: Oculus, Insbruck 1619 und die Rosa Ursina.

Das prachtvoll gedruckte Werk Ars magna lucis et umbrae, Romae 1646 des Jesuiten Athanasius Kircher (✻ 1602, † 1680) enthält gröfstentheils nur optische Spielwerke und Kunststücke, die aber, mit Scharfsinn und Umsicht angestellt, für die Wissenschaft nicht ohne Nutzen waren. Seine angestrengten Untersuchungen, das Gesetz der Brechung der Lichtstrahlen zu finden, hatten keine glücklicheren Erfolge, als die seiner Vorgänger. Sonst wird Kircher noch als der Erfinder der Zauberlaterne, oder des portativen verfinsterten Zimmers in kleinem Mafsstabe und als ein künstlicher Verfertiger von Sonnenuhren aller Art, z. B. auch in schattigen Orten durch Reflexion u. dgl. gerühmt. Bekannt ist endlich auch sein Verfahren, den oben erwähnten Versuch Archimed's nachzuahmen, und durch das Zusammenstellen mehrerer ebenen Spiegeln selbst in grofsen Entfernungen von derselben noch eine bedeutende Hitze zu erregen; ein Versuch, welchen später (1747) Buffon im Grofsen wiederholte. Kirchers Freund und Nebenbuhler in der Optik war der Jesuit Schott (✻ 1608, † 1666) dessen Magia universalis, Würzb. 1657 ebenfalls viele optische Kunstwerke enthält.

Noch vor den beyden so eben genannten Männern zeichnete sich Dominis, Erzbischof von Dalmatien (✻ 1561, † 1625) durch eine richtige Darstellung der Erscheinungen des Regenbogens aus, welche von seinen Vorgängern so lange vergebens gesucht, und erst von Newton auf die eigentliche mathematische Begründung zurückgeführt worden ist. Er erklärte sie durch

die Refraction, verbunden mit der Reflexion der Sonnenstrahlen in den Regentropfen, konnte aber, da er die Farbenzerstreuung, die bey der Refraction statt hat, noch nicht kannte, die Ursache des äufsern Regenbogen nicht angeben. Sein Werk über diesen Gegenstand, De radiis visus et lucis 1611 ist so gut geschrieben, dafs man es bedauern mufs, einen Mann dieses Talentes nicht ganz der Wissenschaft leben und später sogar in ganz gehaltlose theologische Streitigkeiten verwickelt zu sehen, die ihm langdauernde Verfolgungen, und endlich einen schmachvollen Tod im Gefängnisse zuzogen.

Endlich wurde um das Jahr 1620 die so lang gesuchte Entdeckung des Brechungsgesetzes der Lichtstrahlen von Willebrord Snell (✳ 1591, † 1626) Professor der Mathematik zu Leiden, gefunden. Er hatte einige Jahre früher in Holland die erste wissenschaftliche Gradmessung und dadurch eine genauere Bestimmung der Gröfse und Gestalt der Erde ausgeführt, und sich auch durch mehrere geometrische Aufsätze vortheilhaft bekannt gemacht. Er scheint die Wichtigkeit des von ihm durch Beobachtungen entdeckten Gesetzes der Brechung nicht eingesehen zu haben, daher er es auch nicht bekannt gemacht, sondern unter seinen Papieren gelassen hat, wo es nach seinem Tode gefunden wurde. Auch stellte er es nicht in der einfachen Form, durch das Verhältnifs der Sinus des Einfalls- und des gebrochenen Winkels dar, unter welchen es itzt allgemein bekannt ist. Diese Form selbst zeigt übrigens die Ursache des Mifslingens der früheren Versuche, dieses Gesetz zu entdecken, da alle Vorgänger Snell's immer nur die Verhältnisse jener beyden Winkel, nicht das ihrer Sinus gesucht haben.

Descartes (✳ 1596, † 1650) suchte dieses Gesetz aus der blofsen Betrachtung der Geschwindigkeiten des Lichtstrahles vor und nach seinem Eintritte in das brechende Mittel, mit Hülfe der Zerlegung derselben in zwey andere Geschwindigkeiten zu erklären, deren die eine senkrecht, und die andere parallel zur brechenden Fläche ist. Er trägt diesen theoretischen Beweis in seiner Dioptrik vor, die zuerst 1637, also eilf Jahre nach Snell's Tod erschien, ohne irgend eines von ihm zu dieser Entdeckung gemachten Versuches, und ohne seines Vorgängers Snell zu erwähnen, obschon er kurz nach dem Tode des letz-

tern nach Holland gekommen war. Die sehr wesentliche Vereinfachung der äufseren Form dieses Gesetzes verdankt man ohne Zweifel dem Descartes. — Das Genie dieses Mannes und seine kühne Einbildungskraft stürzte den verjährten und gleichsam für heilig gehaltenen Despotismus der aristotelisch-scholastischen Philosophie, auf deren Ruinen er den Thron errichtete, von welchem er die Geister seiner Zeitgenossen beherrschte. Aber die metaphysische Exageration, mit welcher er jene veraltete Diatriben verdrängte, und mit welcher er, nur auf eine andere Art, seine eigene Philosophie ausschmücken wollte, ist sammt seinen Wirbeln, durch welche er die Bewegungen der himmlischen Körper zu erklären suchte, untergegangen und vergessen, während ihn seine wohlbegründeten Verdienste um die Mathematik den Dank der gerechten Nachwelt gesichert haben. Er war es, der zuerst die von Vieta (✳ 1540, † 1603) gezeigte Anwendung der Algebra auf die Geometrie weiter, und zwar so weit führte, dafs er von Vielen für den eigentlichen Erfinder dieser Anwendung gehalten wird, durch welchen unsere Geometrie eine neue und vorzügliche Gestalt erhalten hat. Sein Ausdruck der krummen Linien durch Gleichungen mufs als eine der fruchtbarsten und nützlichsten Erfindungen betrachtet werden, so wie die zuerst von ihm eingeführte und noch itzt gebräuchliche Bezeichnung der Exponenten, die der Keim der Entwicklung der Wurzelgröfsen in Reihen ist, so wie endlich seine ersten Untersuchungen der Kurven von doppelter Krümmung, seine Erklärung der negativen Wurzeln der Gleichungen, die früher für absurd gehalten wurden, und mehrere andere nicht minder schöne als geistreiche Arbeiten, welche ihm den Rang unter den ersten Geometern seiner und aller Zeit angewiesen haben.

Das von Snell entdeckte Gesetz der Brechung führte schon durch seine äufsere Gestalt auf die Bemerkung, dafs die nahe und fern von der Axe auf sphärische Linsen einfallenden Strahlen nach ihrer Brechung verschiedene Vereinigungspuncte, also auch verschiedene Bilder desselben Gegenstandes haben, wodurch eine Undeutlichkeit euzeugt wird, die man die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Linsen, oder die Kugelabweichung nennt, und die nicht statt haben würde, wenn nicht die Sinus des Einfalls- und des gebrochenen Winkels, son-

dern wenn diese Winkel selbst ein constantes Verhältnifs hätte. Da man Anfangs diesen Umstand für das einzige Hindernifs ansah, welches sich der Vervollkommnung der Fernröhre entgegensetzte, so war besonders Descartes darauf bedacht, durch geometrische Betrachtungen andere Gestalten der Linsen zu finden, welche dieser Abweichung nicht unterliegen. Er fand, dafs alle Flächen, welche durch die Rotation einer Ellipse oder einer Hyperbel um ihre grofse Axe entstehen, und in welchen sich die grofse Axe zu der Entfernung der beyden Brennpuncte wie der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des gebrochenen Winkels verhalten, die Eigenschaft haben, dafs die mit der grofsen Axe parallel auffallenden Strahlen genau in dem von der Sonne entfernteren Brennpuncte sich vereinigen. Diese Untersuchungen, welche er in seiner Dioptrik (die zuerst im Jahre 1637 erschien) bekannt machte, führte er in seiner einige Jahre später herausgekommenen Geometrie auch auf nicht parallel einfallende Strahlen fort, wodurch die bekannten Cartesischen Ovalen entstanden, meistens Linien der vierten Ordnung, die alle in Ellipsen oder Hyperbeln übergehen, wenn der leuchtende Punct in eine unendliche Entfernung gesetzt, oder wenn die einfallenden Strahlen parallel angenommen werden. Diese sinnreiche Theorie, mit welcher sich auch Newton zu beschäftigen angefangen hatte, wurde später als unfruchtbar für die Ausübung verworfen, nicht nur, weil die Schwierigkeit, solche Flächen mit der nöthigen Genauigkeit zu verfertigen, für die Kunst beynahe unübersteiglich war, sondern noch vielmehr aus der Ursache, weil die bald darauf entdeckte Zusammensetzung der Lichtstrahlen aus mehreren einzelnen von verschiedenen Farben, deren jede ihre eigene Brechbarkeit hat, noch ein anderes und selbst gröfseres Hindernifs, gute Fernröhre zu erhalten, kennen lehrte, welches auf dem von Descartes eingeschlagenen Wege nicht entfernt werden konnte. Diefs ist zugleich der Grund, warum Descartes, der die Farbenzerstreuung noch nicht kannte, seiner grofsen und scharfsinnigen Bemühungen ungeachtet, zur eigentlichen Verbesserung der Fernröhre nichts beygetragen hat, von welchen er auch nur das holländische gekannt zu haben scheint. Es ist auffallend, dafs seinem Scharfblicke die Entdeckung der verschiedenen Brech-

barkeit der farbigen Strahlen entgehen konnte, da er die Versuche mit der dreyseitigen Prisma, die bald darauf in Newtons Hand so fruchtbar wurde, mehr als einmal wiederholt und die Regenbogenfarben desselben sehr aufmerksam untersucht hatte. Allein da er, statt seine Versuche in einem verfinsterten Zimmer anzustellen, nur die eine brechende Seite des Prismas mit einem undurchsichtigen Körper, in welchem er eine kleine Oeffnung liefs, bedeckte, so führten ihn seine Versuche auf Abwege, und auf die irrige Voraussetzung, dafs zur Erzeugung der Farben auch Schatten und Dunkelheit nothwendig sey. So geschah es, dafs der Metaphysiker, der früher schon alle Erscheinungen des Himmels aus seinen Wirbeln erklären wollte, sich auch hier in leere Spitzfindigkeiten über die innere Natur des Lichtes verlor, das er aus unendlich kleinen Kugeln bestehen liefs, deren verschiedene Rotationen auch die verschiedenen Farben erzeugen. Diese Speculationen brachten ihn auf seine vermeinte Entdeckung der inneren Ursache jenes Brechungsgesetzes, die er darin suchte, dafs die Geschwindigkeit des Lichtes vergröfsert werde, wenn es aus einem dünneren Medium in ein dichteres übergeht. Ueber diesen paradox scheinenden Satz verwickelte sich der streitsüchtige Philosoph mit dem berühmten Mathematiker Fermat (✳ 1590, † 1663) in einen langen Krieg, der wie die meisten dieser Discussionen für die Wissenschaft ohne Nutzen blieb. Noch mufs erwähnt werden, dafs Descartes, indem er den Weg des Dominis verfolgte, der erste eine vollständige und auf Rechnung gegründete Erklärung der Lage, Gestalt und Gröfse des Regenbogens, selbst des doppelten, gegeben hat, mit Ausnahme der Farbenerscheinungen desselben, die seinem grofsen Nachfolger Newton aufbehalten blieben.

Sein Zeitgenosse und sein Gegner Gassendi (✳ 1592, † 1655) wollte das veraltete System Epicurs gegen ihn geltend machen, und trug weder durch seine metaphysischen Philosopheme, noch durch seine Beobachtungen zur Erweiterung der Wissenschaft bedeutend bey.

VIERTE PERIODE.

Siebenzehntes Jahrhundert.

Newton.

Wir nähern uns allmählig dem Zeitpuncte, wo durch die Kraft eines aufserordentlichen Mannes, der Zierde seines Jahrhunderts und des Stolzes der Menschheit, diejenigen zwey Naturwissenschaften, welche einer streng mathemathischen Basis vor allen übrigen fähig sind, die Astronomie und die Optik eine neue Gestalt und zugleich eine Vollendung erhielten, die sie in allen ihren vorzüglichen Beziehungen als geschlossen betrachten, und der Nachwelt keine wesentliche Aenderung mehr hinzu zufügen überläfst.

Die Erscheinung dieses Mannes, wie die aller ungewöhnlichen Phönomene in dem Reiche der Geister, wurde durch mehrere Vorläufer angekündigt, welche die Bahn, die jener zu durchlaufen hatte, gleichsam vorbereiten und ebnen sollten, und die daher, wenn gleich ihre Verdienste durch die ihres grofsen Nachfolgers, der sie benützen konnte, weit überstrahlt wurden, auch ihren Theil, nach ihren Kräften und Verhältnissen, zur Aufnahme der Wissenschaft beygetragen haben, und die daher hier zuerst genannt werden müssen.

Robert Boyle (✻ 1626, † 1691) einer der vorzüglichsten Physiker seiner Zeit, hinterliefs uns viele neue und schätzbare Beobachtungen über die Farben überhaupt sowohl, als besonders über die des nephritischen Holzes, dünner Metallblättchen u. f., über das Leuchten des Meerwassers, des faulen Holzes, mehrerer Thiere u. dgl. Er bemerkte der erste, dafs die Brechung des Lichtes durch verschiedene Körper keineswegs ihrer Dichte proportionirt sey, wie man vor ihm beynahe allgemein angenommen hatte. Sein Werk: »Versuche und Beobachtungen über die Farben,« welches zuerst 1663 erschien, enthält viele neue und schätzbare Beobachtungen.

Jacob Gregory, ein Schotte (✻ 1636, † 1675), trug durch seine Optica promota (1663) zur Erweiterung der Optik und durch das von ihm erfundene, und nach ihm benannte Spiegeltelescop zur Verbesserung der Fernröhre wesentlich bey. Es besteht aus zwey concaven Metallspiegeln, von welchem der

gröfsere in der Mitte durchbohrt, die von dem leuchtenden Gegenstande erhaltenen Strahlen auf den weiter von dem Auge entfernten kleinern Spiegel wirft, von welchem sie durch die Oeffnung des grofsen Spiegels in das Ocular, und von da in das Auge des Beobachters kommen. In seinen Exercitationes geometricae (1668), welche sich mit den schwierigsten Gegenständen der höheren Geometrie beschäftigten, zeigte er ein ausgezeichnetes Talent für Mathematik, von welchem selbst Newton nur mit hoher Achtung sprach. Sein Verwandter, David Gregory, gab Elementa Dioptricae et Catoptricae sphaericae 1695 heraus, die für die Theorie sowohl, als für die Ausübung dieser Wissenschaft viel Schätzenswerthes enthalten.

Isaak Barrow (✻ 1630, † 1677), Newtons Lehrer und nächster Vorgänger in der Erfindung der Differenzialrechnung, zu welcher er durch seine Betrachtungen des sogenannten Differenzialdreyeckes den Weg bahnte, trug auch viel zur Erweiterung der Optik durch seine Lectiones opticae et geometricae 1674 bey, welche mehrere neue und wichtige Sätze derselben in einem sehr wohlgeordneten Vortrage enthalten. Er fand der erste den wichtigen Satz, dafs die Summe der reciproken Vereinigungsweiten einer Linse gleich der reciproken Brennweite derselben ist. (Opt. S. 34.)

Unter den Franzosen beschäftigte sich in diesem Zeitraume mit der Optik La Hire (✻ 1656, † 1718), der eine für seine Zeit schätzbare Mechanik (1695) schrieb, der mit Dominic Cassini die erste grofse Meridianvermessung, nach Picard's zweifelhaftem Versuche, in Frankreich ausführte, und vorzüglich die Theorie des Sehens zu bearbeiten sich bestrebte, und Mariotte (✻ 1666, † 1684) bekannt durch das nach ihm benannte Gesetz, dafs die Dichte der Luft sich wie das Gewicht, welches sie trägt, oder wie die sie zusammendrückende Kraft verhalte, ein eifriger Physiker, der besonders die Hydraulik und in der Optik die Lehre von den Farben und die Theorie des Sehens, so wie unsere Kenntnifs von dem Baue des Auges zu vervollkommnen suchte, und der erste mit Bestimmtheit erkannte, dafs die Aderhaut, die unmittelbar hinter der Netzhaut liegt, der eigentliche Sitz des Sehens ist.

Unter den Italienern ist in dieser Periode bloſs F. M. Grimaldi bemerkbar (✳ 1613, † 1663) der Gehülfe Riccioli's bey dessen astronomischen Arbeiten, ein in optischen Versuchen gerühmter Naturforscher. Er war der erste, der bemerkte, daſs die durch eine kleine runde Oeffnung des verfinsterten Zimmers auf ein Prisma fallenden Sonnenstrahlen kein rundes, sondern ein längliches Bild geben; aber obschon es ihm nicht entging, daſs die Brechung der Strahlen schon zur Erzeugung der Farben hinlänglich sey, so wuſste er doch die Erscheinung nicht zu erklären, und der Versuch blieb in seinen Händen ohne Folgen. Eben so entdeckte er zuerst die Beugung oder Inflexion *) der Lichtstrahlen, die man bemerkt, wenn die Strahlen nahe bey einem Körper vorübergehen, und er machte dieses Phänomen zum Gegenstande seiner lang fortgesetzten Untersuchung, die beynahe zu gleicher Zeit auch Hooke in England vornahm, welcher auch zuerst bemerkte, daſs das Licht, während es von den Gestirnen zu uns kömmt, in der Atmosphäre der Erde eine krumme Linie beschreiben muſs, wodurch der Grund zu der später entwickelten Theorie der astronomischen Refraction gelegt wurde. La Hire hielt diese krumme Linie des Lichtstrahles in der Atmosphäre für eine Epicycloïs. Hermann zeigte ihm seinen Irrthum, und Taylor (in seiner Method. incrementor.) erkannte bereits ganz die Schwierigkeiten, diese Linie zu bestimmen, wenn er sie gleich nicht zu besiegen im Stande war.

Derselbe Hooke (✳ 1635, † 1702) wird von mehreren für den Erfinder der Spiralfeder gehalten, welche die Oscillationen der Unruhe in den tragbaren Uhren abgleicht, und zeichnete sich durch seine Erweiterungen in der Construction und dem Gebrauche des Mikroscopes, die er in seiner »Mikrographie« bekannt machte, so wie durch seine Ideen über die allgemeine Gravitation aus, denen zwar die mathematische Basis fehlte, die aber in allen übrigen völlig mit den zwölf Jahre später von Newton bekannt gemachten Principien der allgemeinen Schwere überein-

*) Ueber die Inflexion des Lichtes s. m. Acad. de Par. 1723. Mem. presentés. Vol. 5.

stimmten. Hooke klagt in der von ihm angeführten Schrift darüber, dafs sobald nach der Erfindung der Telescope das Interesse, welches sie erregten, wieder erkaltete, und selbst der Gebrauch derselben wieder so seltsam wurde, als wäre an ihnen und durch sie nichts weiter mehr zu entdecken. In der That zeichneten sich in dem grofsen Zeitraume von nahe 150 Jahren, seit der Erfindung dieser Instrumente bis zu Dollond, nur zwey Künstler Italiens in der Verfertigung vorzüglicher Refractoren aus, Eustachio Divini in Rom, und Campani in Bologna. Mit einem Fernrohre des letztern entdeckte D. Cassini vier Satelliten Saturns, da der gröfste derselben in der Reihenfolge der sechste, schon 17 Jahre früher von Huyghens gesehen wurde, während die beyden innern, oder die zwey ersten Satelliten, die zu den schwächsten Gegenständen des Himmels gehören, erst 1789 von Herschel entdeckt wurden. Da in den einfachen astronomischen Fernröhren die Länge derselben im Allgemeinen wie das Quadrat ihrer Vergröfserung wächst, so waren die stark vergröfsernden Fernröhre jener Periode ungemein lang, und daher zur Anwendung sehr unbequem. Campani verfertigte ein in seiner Art vorzügliches von 141 Fufs Brennweite, und Auzout, ein französischer Astronom († 1695), verfertigte das längste, das man je gemacht hat, von 600 Fufs, so wie man ihm die Verbindung der Fernröhre mit den astronomischen Mefsinstrumenten und der Fäden- und Schraubenmikrometer mit den Fernröhren verdanken soll, zwey Erfindungen, welche der praktischen Astronomie eine ganz neue und vorzügliche Gestalt gegeben haben. Andere schreiben diese Erfindungen dem Engländer Gascoigne, die dann später von Malvasia, Auzout, Picard, de la Hire, Huyghens, Cassini und Bradley allmählig verbessert wurden.

Einer der gröfsten Geometer seiner und aller Zeiten war Huyghens (∗ 1625, † 1695). Er erweiterte und bereicherte mit seinen scharfsinnigen und meistens selbst in der Anwendung sehr fruchtbaren Erfindungen die Geometrie und die Mechanik. Seine Theorie der krummen Linien, besonders die der Evoluten derselben, die von ihm entdeckten merkwürdigen Eigenschaften der Cyclois, seine Arbeiten über die Wahrscheinlichkeitsrechnung (De Ratiociniis in ludo aleae 1657); die von ihm entwi-

ckelte sinnreiche Theorie der Kreisbewegung, des Stofses elastischer und unelastischer Körper, und die des Schwingungsmittelpunctes, welche erst in unsern Zeiten Kater so trefflich angewendet hat — alle diese Entdeckungen sind der Art, dafs jede allein schon seinen Namen der Nachwelt übergeben hätte.

Seitdem die Astronomen die zu wenig verlässigen Wasseruhren verlassen hatten, mafsen sie, nach Galilei's Beyspiel die Zeit durch die Schwingungen eines Pendels, ein Verfahren, welches nur auf kurze Zeiträume anwendbar, und in der Ausübung sehr unbequm war. Diesem sehr wesentlichen Hindernisse der praktischen Astronomie zu begegnen, erfand Huyghens im J. 1657 die Pendeluhr, in welcher zwey Kräfte durch die sogenannte Hemmung (echappement) so untereinander verbunden werden, dafs die eine, das Gewicht, die Fortdauer der andern, des Pendels, bewirkt, während diese wieder das langsame und gleichförmige Sinken des ersten hervorbringt, so dafs das Pendel von dem Gewichte angetrieben, und zugleich das Gewicht von dem Pendel gleichsam im Zaume gehalten wird. Die von ihm zuerst erkannte Eigenschaft des Tautochronismus der Cyclois, verbunden mit der Bemerkung, dafs die Evolute dieser krummen Linie wieder eine Cyclois ist, brachte ihn auf die sinnreiche Idee, das Pendel seiner Uhr in dieser Curve schwingen zu lassen, eine Einrichtung, die man später wieder verliefs, weil sie in der Ausübung zu viel Schwierigkeiten darbiethet, und weil bekanntlich auch die Schwingungen im Kreisbogen, wenn sie anders nur klein sind, ebenfalls als tautochron betrachtet werden können. Auch die Federuhren und die Spirale derselben sollen eine Erfindung Huyghen's seyn, obschon sie ihm von Hooke streitig gemacht wurde. Die erste nach diesem Principe gebaute Federuhr wurde 1674 in Paris vollendet. Man findet die Entdeckungen Huyghen's über diese Gegenstände in seinem Horologium oscillatorium 1673.

Nicht minder grofs zeigte sich sein erfindungsreiches Genie in der Optik, deren theoretisches und praktisches Gebiet er beträchtlich erweiterte. Seine Dioptrik, zwar schon in seinen Jugendjahren angefangen, kam erst 1703, acht Jahre nach seinem Tode heraus, und enthält einen Schatz von trefflichen Bemerkungen, deren Newton immer nur mit grofser Achtung erwähnte.

Doch übergab er schon seit dem Jahre 1678 den Akademien mehrere ausgezeichnete Aufsätze über die Theorie der Brechung und der Reflexion durch Linsen und krumme Spiegel, über Höfe, Nebensonnen u. dgl. Er verwarf das bisher allgemein angenommene Emanationssystem, nach welchem die Elemente des Lichtes aus dem leuchtenden Körper in gerader Linie ausströmen, und substituirte dafür das Undulations- oder Wellensystem, welches später mit einigen Modificationen von Euler gegen Newton behauptet, und erst in unseren Tagen neuerdings in Aufnahme gebracht wurde. Er zeigte ferner der erste auf eine bestimmte und fast allgemein faſsliche Weise, wie eigentlich die Vergröſserung der Gegenstände durch die Fernröhre bewirkt werde, eine Erklärung, die, wie er sagt, weder Kepler noch Descartes vollkommen bekannt war. Er untersuchte die Theorie verschiedener Gattungen von Fernröhren, er kannte bereits die Nachtheile derjenigen mit drey Linsen, verbesserte die Einrichtung zum Gebrauch der damals nothwendigen sehr langen Telescope, bey welchen man die äuſserst unbequeme äuſsere Röhre ganz weglieſs, und hatte schon im Jahre 1655 selbst zwey Fernröhre von 12 und von 24 Fuſs verfertigt, die zu den besten seiner Zeit gehörten. Nicht zufrieden, die Theorie und die Ausübung der Kunst mit seinen Erfindungen bereichert zu haben, wendete er nun auch die von ihm selbst verfertigten Fernröhre auf die Beobachtungen der Körper des Himmels an, und entdeckte damit den ersten Satelliten Saturns, so wie den merkwürdigen Ring dieses entfernten Planeten, den Niemand vor ihm als solchen erkannt hatte. Diese Entdeckungen, mit welchen er die genauen Bestimmungen der Elemente jenes Satelliten, und die Theorie der verschiedenen Erscheinungen dieses Ringes nach seinen abwechselnden Lagen gegen Sonne und Erde verband, machte er in seinem Systema Saturnium, 1659 bekannt.

Ihm verdanken wir auch die Erklärung der doppelten Brechung des isländischen Krystalles, die in den neueren Zeiten die Physiker so anhaltend beschäftiget hat *). Der Däne Bartho-

*) Ueber die doppelte Brechung dieses Krystalles s. m. Huyghen's traité de la lumiere; Newton's Optik L. 3.; Phil. Transact. V. 52;

lin (✳ 1625) hatte die sonderbare Eigenschaft dieses Krystalles, so wie auch durch fortgesetzte Spaltungen desselben seine rhombondalische Gestalt zuerst bemerkt, und dadurch den Keim zur Krystallographie gelegt, die erst unter Haüy zur eigentlichen Wissenschaft erwachsen ist. Minder genügend war seine, übrigens selbst in unseren Tagen noch gröfstentheils sehr mangelhafte Erklärung der Höfe (Halonen) und der Nebensonnen (Parhelien), an welche sich auch Descartes und selbst Newton vergebens gewagt hatten *).

So viele und so grofse Verdienste sichern ihrem Urheber eine der ersten Stellen unter den ausgezeichnetsten Männern seines Jahrhunderts, und es fehlte vielleicht nur ein Schritt, um ihm selbst die erste, um ihm selbst den Rang vor dem grofsen Entdecker der allgemeinen Schwere anzuweisen. Fünfzehn Jahre vor der ersten Erscheinung der Principien Newton's hatte Huyghens bereits die oben erwähnten Eigenschaften der Centralbewegung in dem Kreise in dreyzehn Propositionen bekannt gemacht, und wenn er den Einfall gehabt hätte, die zweyte, dritte und fünfte dieser Propositionen unter einander zu verbinden, und sie als ein Beyspiel auf die Rotation der Erde um ihre Axe sowohl, als auf die Bewegung des Mondes um die Erde anzuwenden, so würde er als der Schöpfer des neuen Systems von der Nachwelt verehrt worden seyn. Aber er versäumte es, diese leichte und sich gleichsam von selbst anbietende Anwendung zu machen, und mufste die Palme des Ruhmes einem Glücklicheren abtreten.

Isaak Newton wurde den 25. December 1642 zu Woolstrop in Lincolnshire geboren. Die Geschichte seiner früheren Jahre ist unbekannt, daher man auf ihn anwendete, was Lucan von dem Nil gesagt hat, dessen Ursprung den Alten auch unbekannt war: Es war den Menschen nicht erlaubt, den göttlichen Strom klein und schwach an seiner Quelle zu erblicken.

Martins Essay on Isl. Crystall und Bartholin de luce animalium.

*) Huyghen's, dissertatio de coronis et parheliis; Newt. Opt. L. 2, Mem. de Par. 1744; Ulloa's Reise nach Amerika u. a.

Es ist hier nicht der Ort, alle die grofsen Verdienste aufzuzählen, durch welche er seinen Namen für alle Zeiten mit unvergänglichem Ruhme bedeckt hat. Es wird hinreichen, hier nur vorzüglich seiner Entdeckungen in der Optik zu erwähnen, und zu bemerken, dafs er nach dem Zeugnisse seiner Zeit, schon in dem Alter von drey und zwanzig Jahren den Grund zu beynahe allen seinen grofsen Entdeckungen, so wie zu seinen beyden unsterblichen Werken, den Principien und der Optik *) gelegt hat.

Vor Newton war die Natur der Farben ganz unbekannt, da man darüber nichts als Muthmafsungen und leere Hypothesen vorgetragen hatte. Der einfache von seinen Vorgängern schon öfter aber nicht mit den gehörigen Rücksichten angestellte Versuch mit dem dreyseitigen Prisma in einem verfinsterten Zimmer, durch welches er die Strahlen der Sonne gehen liefs, führten ihn auf eine grofse Anzahl der schönsten Entdeckungen, durch welche die Optik in ihren wesentlichsten Theilen eine ganz neue Gestalt erhielt. Die Bemerkung, dafs die durch das Prisma gebrochenen Strahlen ein längliches und mit verschiedenen Farben geschmücktes Bild der Sonne zeigten, gab ihm nicht nur ein Mittel, die Brechung der Strahlen mit grofser Schärfe zu messen, sondern liefs ihn auch erkennen, dafs jeder Strahl aus mehreren verschiedenen Farben bestehe, deren jede eine ihr eigenthümliche Brechbarkeit habe. Mehrere Jahre verfolgte er diese interessanten Erscheinungen mit immer regem Eifer, und sammelte endlich diese Beobachtungen und die Resultate derselben in seiner Optik, einem durchaus originellen und meisterhaften Werke, welches uns zuerst mit der wahren Art bekannt machte, durch welche man die Natur befragen, und ihr ihre Geheimnisse entlocken soll. Man mufs es selbst nachsehen, um zu erfahren, mit welcher Umsicht und mit welcher Kunst er

*) Philosophiae naturalis principia mathematica, von welchem Werke die erste Ausgabe in Cambridge im Jahre 1686, und die zweyte noch von ihm selbst besorgte, in London 1713 herauskam, und Optice, or a treatise of reflexions, inflexions and colours of light, die 1705 und im folgenden Jahre von Clarke latein übersetzt, in London erschien.

zu Werke ging, um seinen Zweck zu erreichen indem er die Stellung der Prismen, ihre brechenden Winkel, oder ihre Anzahl mannigfaltig abänderte, und sich von allen Illusionen, die von der Dichte oder von der Beschaffenheit des Glases, von der Nachbarschaft der Schatten, von der Aenderung der Gröſse der Oeffnung des verfinsterten Zimmers, von der Lage des Prisma's vor oder hinter dieser Oeffnung u. f. kommen konnte, zu befreyen wuſste, bis er endlich die jeder Farbe eigenthümliche Brechbarkeit mit beynahe geometrischer Gewiſsheit aufstellen konnte. Diese Versuche zeigten zugleich, daſs diese Farbe nicht, wie man bisher glaubte, eine bloſse Modification des Lichtes durch Brechung oder Reflexion erzeugt, sondern daſs sie zu den ursprünglichen Eigenschaften der Lichtstrahlen gehöre, da für jeden einzelnen gefärbten Strahl durch weitere Brechung weder die Farbe noch die Brechbarkeit desselben sich mehr ändern läſst. Um diese Brechung genau zu finden, bestimmte er zuerst die Lage des Prismas gegen den Lichtstrahl, für welchen der erste Einfallswinkel gleich dem letzten gebrochenen Winkel ist (Opt. S. 8), und wandte dann dieses Verfahren auf mehrere durchsichtige Körper an, deren Brechbarkeit er mit der gröſsten Sorgfalt untersuchte.

Nachdem er diese Gegenstände festgestellt hatte, ging er zu den Anwendungen seiner Entdeckung über. Zuerst zogen die Erscheinungen des Regenbogens seine Aufmerksamkeit an sich, von denen er eine auf mathematische Deduction gegründete und eine in allen seinen Theilen, selbst in Beziehung auf die bisher unerklärbaren Farben, vollständige Theorie gab. Von da ging er zu den Farben über, welche dünne Blättchen von Metall und anderer Körper auf ihren Oberflächen zeigen, eine Erscheinung, die Hooke zuerst entdeckt und durch fortgesetzte Beobachtungen aufmerksam verfolgt hatte, so wie zu den Farbenringen, welche entstehen, wenn zwei solche Blätter an einander gedrückt werden; er resumirte und erweiterte die früheren Versuche Hookes und Grimaldi's über die Beugung des Lichts oder über die Inflexion der andern Körpern nahe vorbeygehenden Strahlen, und er suchte endlich das von Snell gefundene Gesetz der Brechung aus mechanischen Gründen, durch

die Wirkung anziehender und abstofsender Kräfte der brechenden oder reflectirenden Körper zu beweisen (Princip. L. I. Prop. 94).

Die wichtigste Anwendung seiner Entdeckung über die Farben aber machte er auf die Construction der Fernröhre. Aus seinen Versuchen mit dem Prisma schlofs er, dafs jedes Objectivglas nebst der Abweichung der Strahlen wegen der Kugelgestalt der Linse, welche man bisher allein betrachtet hatte, noch einer anderen Anomalie, der Farbenabweichung unterworfen sey, welche letzte bey weitem das gröfste Hindernifs ist, welches der Vervollkommnung der Fernröhre im Wege steht, da die Farbenabweichung in den einfachen Objectiven mehrere tausendmale die Abweichung wegen der Gestalt übertrifft. Er sah die Ursache wohl ein, warum diese Instrumente, dieses grofsen und bisher ganz unberücksichtigten Fehlers ungeachtet, die Gegenstände dennoch mit einer erträglichen Deutlichkeit vorstellen, und drang darauf, das Hauptbild des Objectivs in dem Vereinigungspunct derjenigen gefärbten Strahlen zu setzen, welche die gröfste Intensität des Lichts haben, zu welchen nach seinen Beobachtungen die zwischen Orange und Gelb gehörten.

Aber diese Farbenabweichung in den Fernröhren aufzuheben, schien ihm nicht nur sehr schwer, sondern gänzlich unmöglich, und er kennt kein anderes Mittel, diese Farbenabweichung wenigstens beträchtlich zu vermindern, als die Verlängerung des Fernrohrs, daher er Huyghens oben erwähnte Vorrichtung, Objective von sehr grofser Brennweite ohne Röhre zu gebrauchen, als den einzigen Weg rühmt, jenem Hindernisse wenigstens zum Theile zu begegnen. Er hatte die Idee, ein Objectiv aus zwey Linsen zu bilden zwischen welchem Wasser enthalten ist, aber er verfolgte sie nicht, und raubte dadurch sich gleichsam selbst eine der schönsten Entdeckungen, welche seinen Nachfolgern aufbehalten blieb, und von welcher er selbst um so weniger erwarten durfte, da er sie nur zur Aufhebung der Kugelabweichung, aber nicht zur Vernichtung der Farbenzerstreuung, für welche letzte sie vorzüglich geeignet war, benützen wollte. Wir werden unten wieder auf diesen Gegenstand zurückkommen, und sehen, dafs diese Ansicht des

grofsen Mannes, welche die Vervollkommnung der Fernröhre so lange aufgehalten hat, und auf welche er durch eine unvollkommene Beobachtung mit einem zu kleinen Prisma geführt wurde, irrig ist.

Da er aus dieser Ursache alle Hoffnung aufgab, den Refractoren die gewünschte Vollkommenheit zu geben, so wandte er sich an die Reflectoren oder an die Spiegeltelescope, bey welchen die Farbenabweichung wegfällt. Durch Gregory's und seine eigenen Erfahrungen belehrt, dafs die parabolischen Spiegel mit der nöthigen Genauigkeit zu schwer zu verfertigen sind, wählte er sphärische Metallspiegel, von denen er, da sie ihm wahrscheinlich wegen ihrer noch unvollkommenen Politur nicht genügten, endlich zu Kugelspiegeln von Glas überging, und daraus im J. 1672 das erste reflectirende Telescop verfertigte, welches von der Akademie der Wissenschaften in London mit dem gröfsten Beyfall aufgenommen wurde. Dieser erste Versuch erhielt später von ihm selbst mehrere Verbesserungen, indem er, nachdem er mit der Composition und der Politur der Metalle bekannter wurde, dem gläsernen Spiegel wieder die früher gebrauchten aber vervollkommneten metallenen, und dem anfänglichen dreyseitigen Prisma, welches die von dem grofsen Spiegel erhaltenen Strahlen dem Ocularglase zuschickte, einen kleinen ebenen Metallspiegel substituirte. Die Spiegeltelescope vertrugen, wegen der Abwesenheit der Farbenzerstreuung selbst bey einer nur geringen Länge des Rohres eine sehr starke Vergröfserung und sie leisteten bey einer Länge von vier bis fünf Füfsen, was selbst mehr als hundertfüfsige gewöhnliche dioptrische Fernröhre nicht zu leisten vermochten.

Aber Newtons Untersuchungen bezogen sich nicht blofs auf die Optik, und bald sollten ihm auch andere Wissenschaften nicht minder wichtige Entdeckungen verdanken. Schon in seinem achtzehnten Jahre, wo er die Universität zu Cambridge besuchte, um sich unter Barrow, einem der gründlichsten Mathematiker seiner Zeit, der ihm später (1669) seine Kanzel abtrat, auszubilden, schon damals waren Keplers Optik, Descartes Geometrie, und die Schriften des Wallis sein Lieblingsstudium, und in seinem 23sten Jahre (1665) hatte er bereits die vorzüglichsten seiner Entdeckungen über die Differenzialrechnung und

über das Gesetz der allgemeinen Gravitation gemacht, zwey der glänzendsten Ideen, die sein Andenken erhalten werden, so lange es Menschen geben wird, die für Gegenstände dieser Art Sinn haben.

Dafs so viele und so ruhmvolle Entdeckungen nicht ohne Widerspruch und selbst nicht ohne Mifsgunst aufgenommen wurden, darf kaum erinnert werden. So wie sein System der allgemeinen Schwere, besonders in Frankreich, wo noch das Reich Descartes bestand, Gegner fand, so fehlte es auch seiner Theorie der Optik nicht an Feinden und Neidern, unter denen der sonst verdienstvolle Mariotte, Rizetti und besonders Hooke sich bemerkbar machen wollte, welcher letzte sogar keinen Anstand nahm, ihn des Plagiats zu beschuldigen. Aber diese gelehrten Diatriben wurden mit ihren Urhebern vergessen, und Newtons Verdienste sind, dadurch ungestört, in ihrem ganzen ungetrübten Glanze auf die dankbare Nachwelt übergegangen.

Schon in seinem 54. Jahre wurde er durch die Zuneigung des Grafen Halifax, Vorsteher der k. Münze, mit einem bedeutenden Gehalte, der ihn bey seiner grofsen Sparsamkeit bald zu einen wohlhabenden Mann machte. Zwey Jahre später (1698) verlor er durch eine Feuersbrunst sein chemisches Laboratorium und alle seine Manuscripte. Dieser unglückliche Zufall soll, wie Huyghens erzählt, nicht nur seine Gesundheit, sondern auch seine Geisteskraft sehr geschwächt haben. Auch beschäftigte er sich seit dieser Zeit gröfstentheils nur mit der Redaction seiner früheren Arbeiten in einsamer Zurückgezogenheit. In seinem 70sten Jahre wurde er in dem bekannten heftigen Streit mit Leibnitz, über die Erfindung der Differenzialrechnung, gezogen, der ihm seine Ruhe, und seinem Nebenbuhler das Leben kostete. Die letzten zehn Jahre seines Lebens scheint er sich nicht mehr mit den Wissenschaften beschäftiget zu haben. Seine Untersuchungen über Chronologie, so schätzbar sie seyn mögen, stehen doch weit unter dem, was von einem Manne seiner Art erwartet werden mufste, und seine observationes ad Danielis Vaticinia et ad S. Joannis Apocalypsin, welche beyde in die letzten Jahre seines Lebens fallen, und erst nach seinem Tode herausgegeben wurden, hätten vielleicht zur Ehre des grofsen Man-

nes unbekannt bleiben sollen. Die Kräfte seines Geistes waren erschöpft, und er mufste der Natur, mit der er so lange um ihre Geheimnisse gerungen hatte, endlich den Tribut der Unterwürfigkeit entrichten. Er starb den 20. März 1727 in einem Alter von 85 Jahren mit unvergänglichem Ruhme bedeckt und von den Britten beynahe als ein überirrdisches Wesen verehrt. Sein Körper wurde in der Westmünsterabtey in der Gruft der Könige beygesetzt.

Schon Galilei hatte es unternommen, eine andere merkwürdige Eigenschaft des Lichtes, die Geschwindigkeit desselben zu messen, zu welchem Zwecke er zwey in der Entfernung einer Meile von einander aufgestellte Lichter in demselben Augenblicke bedecken und wieder erscheinen liefs. Da aber die Geschwindigkeit des Lichtes viel zu grofs ist, als dafs sie durch einen Versuch dieser Art erkannt werden könnte, der höchstens die Bewegung des Schalles kennen zu lehren geeignet war, so konnten diese Versuche so wenig, als die später von der Akademie del Cimento angestellten Wiederholungen desselben zu einem Resultate führen. Diese schöne und wichtige Entdeckung war dem dänischen Astronomen Roemer, einem Zeitgenossen Newtons, aufbehalten. Er bemerkte im J. 1675, dafs die Finsternisse des ersten oder nächsten Jupiterssatelliten, dessen Theorie damahls schon sehr nahe bekannt war, regelmäfsig, um beynahe 8.3 Zeitminuten früher, als sie nach jener Theorie sollten, erfolgten, wenn Jupiter von der Erde aus gesehen, der Sonne gerade gegenüber stand, und eben so viel später, wenn Jupiter nahe bey der Sonne erschien. Da dieser Planet in jener Lage der Erde um den Durchmesser der Erdbahn näher ist, als in dieser, so zog er daraus den Schlufs, dafs das Licht in 16.6 Minuten den Durchmesser der Erdbahn oder nahe 41758000 d. Meilen, also in einer Zeitsecunde 41927 d. Meilen zurücklege, eine Bestimmung, die seitdem durch die Beobachtung der Finsternisse in allen Puncten der Jupitersbahn auf das vollkommenste bestätiget worden ist, und die später (1727) dem berühmten englischen Astronomen Bradley Gelegenheit gab, die Aberration der Gestirne zu entdecken, und dadurch einen directen Beweis der Bewegung der Erde um die Sonne aufzustellen.

Diese erstaunungswürdige Geschwindigkeit des Lichtes führte bald auf die vielleicht noch wunderbarere Feinheit

desselben. Wenn so viele Strahlen in der engen Oeffnung des verfinsterten Zimmers und in dem Brennpuncte einer Linse sich vereinigen und durchkreuzen können, ohne auch nur die geringste Störung derselben unter einander hervorzubringen; wenn von jedem Puncte des Himmels nach allen Seiten Licht ausfliefst, und während es von einem Sonnensystem zu dem andern übergeht, wieder andern weit verbreiteten Lichtströmen begegnet, ohne dafs durch alle diese nach so vielen Richtungen und mit einer so entsetzlichen Geschwindigkeit bewegten Theile des Lichtes irgend eine merkbare Unordnung entsteht, so müssen diese einzelnen Theile, diese Elemente des Lichtes, so lange man dem Emanationssysteme treu bleiben will, in Entfernungen von einander liegen, gegen welche der Durchmesser dieser Elemente selbst als eine ganz verschwindende Gröfse erscheint. Diese interessanten Betrachtungen, die sich aber nicht leicht der Rechnung unterwerfen lassen, beschäftigten Melville *), ein den Wissenschaften viel zu früh, schon in seinem sieben und zwanzigsten Jahre, durch den Tod entrissenes Talent; ferner Segner **), Canton ***) und Homberg †), welcher letzte sogar das Moment und die Schwere der Lichtstrahlen aus seinen Versuchen, deren Unzulässigkeit aber von Mairan dargethan wurde, nachweisen wollte.

Der grofse Zeitgenosse und Nebenbuhler Newtons, Leibnitz (✳ 1646, † 1716) beschäftigte sich nur wenig mit der Optik, und die einzige, aber seiner würdige Arbeit über diesen Gegenstand (Acta Eruditor. Lips. 1682) betrifft die Aufsuchung eines gemeinschaftlichen Princips der Bewegung der Lichtstrahlen in demselben Mittel sowohl, als auch wenn sie von andern Mitteln gebrochen oder zurückgeworfen werden. Dieses Princip besteht nach ihm darin, dafs der Lichtstrahl von einem Puncte zu dem andern, entweder direct oder durch Refraction oder end-

*) Essays and observations Phys. and Literary. Edinb. 1754.

**) De raritate luminis. Götting 1740. Segner war auch der erste, der das Augenglas der Fernröhre beweglich machte, um das Feld desselben zu vergröfsern.

***) Pilos. transact. Vol. 58.

†) Hist. de l'Acad. de Paris 1708.

lich durch Reflexion immer auf dem leichtesten Wege geht. Bey der directen Bewegung, wo der Strahl in demselben Mittel bleibt, ist dieser leichteste Weg offenbar zugleich der kürzeste, oder die gerade Linie, welche jene beyden Puncte verbindet. Eben so ist bey der Reflexion der leichteste oder der kürzeste Weg die Summe der beyden geraden Linien, welche von dem Reflexionspuncte des Spiegels zu jenen beyden Puncten gezogen wird, woraus folgt, daſs der zurückgeworfene Strahl in der Ebene liegt, welche der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, und daſs der Einfallswinkel dem Reflexionswinkel gleich ist. Bey der Refraction endlich ist die Leichtigkeit des Strahles, des einfallenden sowohl als des gebrochenen, desto gröſser, je kleiner das Product des von dem Lichte durchlaufenen Raumes in den Widerstand des Mittels ist, woraus folgt, daſs die Leichtigkeit des ganzen Weges des Strahles sich verhält, wie die Summe der Producte der zwey vor und nach der Brechung zurückgelegten Wege in die Widerstände der beyden Mittel. Macht man diese Summe zu einem Minimum, so findet man, daſs das Verhältniſs des Sinus des Einfallswinkels zu dem des gebrochenen Winkels constant, nämlich gleich dem verkehrten Verhältnisse der Widerstände der beyden Mittel ist. Es ist klar, daſs dieser dritte Fall jene beyden andern, als besondere Fälle, in sich enthält, und daſs man diese aus jenem erhält, wenn man den Widerstand der beyden Mittel einander gleich setzt.

Diese sinnreiche aber vielleicht nicht ganz befriedigende Erklärung gab den beyden Brüdern Jacob und Johann Bernoulli Gelegenheit, andere Wege zu demselben Ziele einzuschlagen, indem der eine jene Erscheinungen aus der Lehre von dem Gleichgewichte der Kräfte, der andere sogar aus den Wirbeln des Descartes ableiten wollte. Mairan nahm seine Zuflucht zu einem äuſserst feinen und elastischen Fluidum, welches die Zwischenräume aller Körper durchdringt, und sich in groſser Nähe um die Oberfläche derselben lagert; Maupertuis suchte sie aus dem von ihm aufgestellten mechanischen Grundsatze der kleinsten Wirkung zu erklären, unter welchem Ausdrucke er das Minimum des Productes des von dem Körper beschriebenen Raumes in seine Geschwindigkeit versteht; und

Boscovich endlich, ein ausgezeichneter Geometer, der aber zu schwach war, die Rolle Newtons, wie er gern wollte, zu wiederholen, nimmt zur Erklärung jener Phänomene an *), daſs die Materie nicht undurchdringlich sey, sondern bloſs aus physischen Puncten bestehe, die mit anziehenden und zurückstoſsenden Kräften begabt sind, welche sich in verschiedenen Entfernungen äuſsern. Aber alle diese, die Wissenschaft nicht fördernden Speculationen verdienen kaum der Erwähnung und sind auch schon längst der Vergessenheit übergeben worden. Opinionum commenta inania delet dies.

Die erwähnten Bernoulli haben zwar nur wenig zur Vervollkommnung der optischen, aber desto mehr zur Bereicherung der mathematischen Wissenschaften überhaupt, die jenen zu Grunde liegen, beygetragen, daher sie auch hier einer besondern Erwähnung verdienen.

In dem mathematischen Geschlechte der Bernoulli haben sich acht Mitglieder derselben eine besondere Auszeichnung in dieser Wissenschaft erworben. Die Familie stammte aus Antwerpen, von wo sie sich wegen Alba's Religionsverfolgungen nach der Schweiz zurückzog. 1. Jacob Bernoulli (✳ 1654, † 1705), Professor der Mathematik in Basel, der sich durch seine Entdeckungen über die elastische, die isochronische, und isoperimetrische Curve, über die Kettenlinie, die parabolische und logarithmische Spirale und über die Loxodromie, durch seine Wahrscheinlichkeitsrechnung und durch seine gelehrte Vertheidigung des von Huyghens aufgestellten Satzes von dem Mittelpuncte des Schwunges ausgezeichnet hat. 2. Johann Bernoulli (✳ 1667, † 1748), der Bruder des Vorhergehenden, von welchem er den ersten Unterricht in der Mathematik erhielt. Er wurde später selbst einer der ersten Mathematiker seiner Zeit, der Newton und Leibnitz zur Seite gestellt werden konnte. Er war es vorzüglich, der die kaum erfundene Differenzialrechnung weiter ausbildete, und sie mit der von ihm erfundenen Integralrechnung bereicherte, und der den gelehrten Streit gegen Newton für Leibnitz über die Erfindung

*) Boscovich, Theoria philos. naturalis. Venet. 1763.

des Infinitesimalcalculs beynahe allein durchführte. Seine Bestimmung der Tautochrone im widerstehenden Mittel; seine Betrachtungen über die einhüllenden Curven, über den Widerstand, welchen segelnde Schiffe vom Wasser leiden; über die gesammte Hydraulik; über die säculären Aenderungen der Elemente der Planetenbahnen und viele andere scharfsinnige Arbeiten sichern ihm eine der ehrenvollsten Stellen in der Geschichte der Wissenschaften, wenn man es gleich bedauern mufs, dafs ein Mann seiner Art sich so vielen Zeit raubenden und heftigen Streitigkeiten mit Newtons Anhängern, mit seinem Schüler l'Hopital, und mit seinem Lehrer und Bruder Jacob Bernoulli hingegeben hat. Aber den Tribut, welchen er durch diese Schwäche der Humanität entrichten mufste, wurde von seinem Genie und von seiner seltenen Erfindungskraft reichlich ersetzt. Beyde Brüder waren ohne Zweifel Geometer des ersten Ranges, und beyde trugen zur Aufnahme der Wissenschaft und zur Erweiterung ihres Gebietes wesentlich bei: der erste durch die Kraft und die Tiefe seines Geistes, und der andere, der den Vortheil eines beynahe doppelt so langen Lebens für sich hatte, durch die gewandte Leichtigkeit, mit welcher er die schwersten Aufgaben zu lösen und diese Lösung mit lichtvoller Klarheit darzustellen wufste. 3. Niclas Bernoulli, Neffe der beyden vorigen (✳ 1687, † 1759), der die Bedingungen der Integrabilität der Differenzialgleichungen der ersten Ordnung fand, und sich durch seine Arbeiten über die Probabilitätstheorie bekannt gemacht hat. 4. Niclas Bernoulli (✳ 1695, † 1726) erweiterte die Theorie der orthogonalen Trajectorien, und mehrere andere Gegenstände der höheren Geometrie. 5. Daniel Bernoulli (✳ 1700, † 1782), der ein besonderes Talent, die Mathematik auf Gegenstände der Physik anzuwenden, besafs, löfste zuerst das schwere Problem von den Schwingungen gespannter Saiten, und bereicherte die Theorie der Bewegung der Körper von gegebener Gestalt, so wie die Hydrodynamik. 6. Johann Bernoulli (✳ 1710, † 1790) machte sich durch seine Arbeiten über Mathematik berühmt. Alle drey letztgenannten waren Söhne des oben angeführten Johann Bernoulli. 7. Johann Bernoulli (✳ 1744, † 1807) Sohn des letztgenannten, Director der mathematischen Klasse der Acade-

mie in Berlin, durch seine grofsen Reisen und durch zahlreiche Schriften bekannt. Endlich 8. Jacob Bernoulli (✳ 1759, † 1789), Professor der Mathematik in Petersburg, der durch einen zu frühen Tod den Wissenschaften entrissen wurde.

Das Leuchten dunkler Körper im Finstern, die vorher den Strahlen der Sonne ausgesetzt waren, bemerkte zuerst ein gemeiner Mann an dem sogenannten Bononischen Stein im J. 1630 und später mehrere, Marsigli, Beccaria, Helmont, du Fay, Marggraf, Canton u. a. *) auch an andern Körpern, die Gelegenheit zu einer Reihe eigener Versuche gaben, aus welchen man irriger Weise über die Natur des Lichtes entscheiden wollte.

Eine interessante Untersuchung gewährten die zuerst von Tschirnhausen (✳ 1631, † 1708) betrachteten Brennlinien (lineae causticae), welche durch die Vereinigung je zwey nächster von denjenigen Lichtstrahlen entstehen, die von einer gegebenen krummen Linie gebrochen, oder zurückgeworfen werden. Die Theorie derselben wurde später von Jacob und Johann Bernoulli weiter ausgebildet (Acta Eruditor. 1692 und 1693, und Lectiones Hospitalianae), und von Bouguer mit der Bemerkung bereichert, dafs zu jeder gegebenen Curve im Allgemeinen zwey Brennlinien gehören. Vollendet endlich wurde dieser Gegenstand erst in den neuesten Zeiten durch Malus, welcher durch zwey classische Abhandlungen (Journal de l'école polytechn. T. VII. und Memoires présentés à l'institut, Vol. II., Paris 1811), der ganzen Lehre der Brechung und Reflexion von gegebener Oberfläche eine neue und sehr vollkommene Gestalt gegeben hat.

Derselbe Tschirnhausen hat sich auch durch die Verfertigung sehr grofser Brenngläser und Brennspiegel bekannt gemacht. Schon in der Mitte des siebenzehnten Jahrhunderts machte Maginus, Professor der Mathematik in Bologna, so wie Septala in Mailand und Villette in Lyon Brennspiegel von 3 bis 3½ Fufs im Durchmesser, die aber in Beziehung auf

*) Vide Acad. de Paris 1730, 1735; Acad. de Berlin 1749, 1750; Misc. Berol. Vol. I., Philos. transact. Vol. 58. Commentarii Bonon. Vol. 2 et 6.

ihre Einrichtung und selbst auf ihre Gröfse den Spiegeln und Gläsern von Tschirnhausen nachstanden, deren unerwartete Wirkungen ein allgemeines Erstaunen erregten.

Mikroscope wurden zuerst in bedeutender Vollkommenheit und mit mehr zusammengesetzten Objectiven von dem schon oben erwähnten Eustachio Divini verfertiget. Hartsoeker wollte sie durch einfache Glaskugeln von sehr kleinem Durchmesser verdrängen, mit welchen er selbst die Samenthierchen zuerst entdeckte, die zu einem neuen System der Zeugung Gelegenheit gaben. Die kleinsten Kugeln, also die stärksten Mikroscope dieser Art, machte di Torre aus Neapel: sie hatten bis $\frac{1}{18}$ Paris. Linien im Durchmesser, welche die Objecte 640 Mal im Durchmesser vergröfserten. Leeuwenhoek's von ihm selbst verfertigte Mikroscope, mit welchen er so wunderbare Entdeckungen gemacht hat, waren ebenfalls nur einfache biconvexe Linsen, die zwischen zwey durchbohrten Metallplatten befestigt wurden. Da aber bey allen diesen einfachen Mikroscopen der Mangel an Licht und die Kleinheit des Gesichtsfeldes einer stärkeren Vergröfserung hinderlich ist *), so ging man wieder zu den zusammengesetzten zurück, welche in der Folge, in der Mitte des 18. Jahrhunderts durch Barker, Smith, Lieberkühn und Aepinus, wesentliche Verbesserungen und nahe die Gestalt erhielten, welche noch jetzt als die vorzüglichste gebraucht wird.

FÜNFTE PERIODE.

Euler und Dollond.

Newton's oben erwähnte Versuche über die Farbenzerstreuung durch dreyseitige gläserne Prismen waren, ihrer inneren Trefflichkeit und Fruchtbarkeit ungeachtet, doch in mehre-

*) Die stärksten Mikroscope Leeuwenhoeks vergröfserten die Gegenstände nur 160 Mal im Durchmesser. Er erkannte damit unter andern, dafs die Linse des menschlichen Auges aus mehreren tausenden concentrischen Blättchen von verschiedener Dichte bestehe.

ren Beziehungen unvollkommen. Aber die grofse und verdiente Verehrung seines Namens war die Ursache, dafs seine Beobachtungen, so wie die Schlüsse, welche er aus ihnen gezogen hatte, für untrüglich galten, wodurch der Fortgang der Wissenschaft, die dem grofsen Manne so viel verdankte, und eine der schönsten und glänzendsten Entdeckungen des menschlichen Geistes über ein halbes Jahrhundert aufgehalten wurde.

In dem achten Experiment des II. Theiles seiner Optik trägt er den aus seinen Beobachtungen mit dem Prisma unmittelbar folgenden Satz vor, dafs das Licht nach seinem Durchgange durch Glas, Wasser u. f., immer gefärbt erscheint, wenn der ausfahrende Strahl mit dem einfallenden nicht parallel ist, farbenlos hingegen nur dann, wenn beyde Strahlen parallel sind. Die Richtigkeit dieser Behauptung vorausgesetzt, folgt daraus unmittelbar, dafs die Vernichtung der Farbenzerstreuung bey allen dioptrischen Instrumenten unmöglich ist, wie auch Newton schlofs. Denn das Bild dieser Instrumente würde nur dann farbenlos seyn können, wenn der aus dem Glase einfallende Strahl wieder parallel mit der Richtung desselben ist, welche der Strahl vor dem Eintritte in das Glas hatte, d. h. wenn man durch das Instrument die Gegenstände ohne alle Vergröfserung, und wie ohne denselben mit freyen Augen, nur dunkler und undeutlicher sieht. Aus diesem Grunde gab er, wie oben erinnert wurde, alle Hoffnung auf, die dioptrischen Fernröhre weiter zu bringen, und wandte sich daher zu den Spiegeltelescopen. Er wurde in dieser Voraussetzung noch mehr bestärkt durch die von ihm gleichsam stillschweigend und ohne vorhergegangene Beobachtungen aufgestellte Annahme, dafs in allen Körpern die um die Einheit verminderten Brechungen sich wie die Farbenzerstreuungen verhalten, welche auf dieselbe Unbrauchbarkeit aller dioptrischen Instrumente führte *),

*) Er setzte nämlich voraus, wenn man die Bezeichnung der S. 19 beybehält, dafs man für je zwey Körper habe

$$n - 1 : n' - 1 = dn : dn'.$$

Aber nach S. 71 hat man für die Bedingung der Vernichtung der Farbenzerstreuung bey zwey Linsen

Der gröfste Analytiker des verflossenen Jahrhunderts, Leonhard Euler (✳ 1707, † 1783), schien Anfangs weder diese Versuche Newton's, noch die von ihm daraus abgeleiteten Folgerungen zu kennen, als er im Jahre 1747 aus einer einfachen Betrachtung des menschlichen Auges den Schlufs zog, es müsse möglich seyn, die durch Brechung entstandene Farbenzerstreuung wieder zu heben, weil sie in unserem Auge in der That nahe gehoben ist, und er schlug dazu nach der Analogie der innern Einrichtung des Auges zwey Glaslinsen vor, welche zwischen ihren inneren concaven Flächen Wasser enthielten. Diese Idee der Rechnung zu unterwerfen, mufste er die Brechung sowohl, als die Farbenzerstreuung des gewählten Glases und des Wassers kennen. Aber statt diese durch Versuche und Beobachtungen zu finden, zog er es vor, aus blofs theoretischen Speculationen ein allgemeines Gesetz zu suchen, durch welches für jeden Körper die Abhängigkeit der Farbenzerstreuung von der Brechung ausgedrückt werden sollte *).

Nach diesem Gesetze berechnete Euler (Hist. de l'acad. de Berlin 1747) die Einrichtung eines farbenlosen oder achromatischen Doppelobjectivs, welches zwischen seinen beyden Glaslinsen Wasser enthielt, und der erste Künstler seiner Zeit,

$$o = \frac{dn}{p(n-1)} + \frac{a'^2\, dn'}{p^2 p' (n'-1)}$$

oder da $a' = p$ ist,

$$o = \frac{dn}{p(n-1)} + \frac{dn'}{p'(n'-1)}, \text{ also auch } o = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \text{ oder } \frac{p}{p'} = -1,$$

oder die Vergröfserung des Fernrohres ist gleich der Einheit, d. h. gleich der mit freyen Augen. Auch hat man für die letzte Vereinigungsweite (S. 38)

$$\alpha' = \frac{p\,p'}{p + p'},$$

und aus den beyden letzten Gleichungen folgt $\alpha' = \infty$, d. h. das Bild liegt, so wie das Object, in einer unendlichen Entfernung vom Auge.

*) Nach diesem Gesetze sollen sich die Farbenzerstreuungen aller Körper wie die Produkte ihrer Brechungen in die Logarithmen dieser Brechungen verhalten, oder es soll allgemein seyn

$$dn : dn' = n \log n : n' \log n'.$$

John Dollond (* 1706, † 1761), suchte im J. 1752 diese Theorie practisch auszuführen. Da ihm seine ersten Versuche nicht gelangen, und da er überdiefs die Unvereinbarkeit der beyden oben erwähnten Gesetze von Newton und Euler bemerkte, so glaubte er, die Wahrheit liege auf Newton's Seite, und liefs von allen weiteren Versuchen zur Verbesserung der dioptrischen Fernröhre ab. In dem lebhaften Streite, der sich über diesen Gegenstand erhob, blieb Euler, ohne Newton's Versuche und Schlüsse näher zu untersuchen, bey seiner aufgestellten Behauptung aus der Analogie des Baues des menschlichen Auges, so wie bey seinem allgemeinen Gesetze stehen, welches ihm als das einzige mögliche erschien (Hist. de l'Acad. de Berlin 1753), und suchte den Grund des Mifslingens blofs in der grofsen Schwierigkeit der genauen praktischen Ausführung seiner Theorie.

Von dem Interesse dieses wichtigen Gegenstandes angezogen, unterwarf Klingenstierna, ein ausgezeichneter schwedischer Mathematiker, die Versuche und Schlüsse Newton's einer wiederholten und genauen Prüfung, und fand, dafs das durch das Prisma gebrochene Licht auch dann noch gefärbt erscheint, wenn auch der austretende Strahl mit dem einfallenden parallel ist, dafs aber auch für diesen Fall die Farbenzerstreuung desto geringer, oder dafs der Erfolg der Beschreibung Newton's desto näher ausfalle, je kleiner der brechende Winkel des Prismas ist, woraus folgte, dafs Newton, der diese Versuche in der That nur mit sehr dünnen Prismen angestellt hatte, eine unvollkommene Beobachtung gemacht hatte, und sich dadurch verleiten liefs, seinem Satze eine Allgemeinheit zu geben, die ihm nicht zukam. (Abhandl. der schwed. Academie v. J. 1754.)

Da dadurch die Möglichkeit, farbenlose dioptrische Fernröhre zu erhalten, die Newton geläugnet hatte, wieder hergestellt war, so nahm auch Dollond seine früheren Experimente wieder vor, und fand bald Klingenstierna's Verbesserungen der Beobachtungen Newton's vollkommen bestätigt. Nach mehreren Versuchen fand er, dafs zwey Glasarten, die in England unter dem Namen des Kron- und Flintglases sehr bekannt waren, eine sehr verschiedene Farbenzerstreuung und eine nur

wenig verschiedene Brechung haben, und es gelang ihm endlich, zwey Prismen aus diesen Glasgattungen zu verfertigen, die mit ihren brechenden Winkeln in entgegengesetzter Lage an einander gebracht, eine beträchtliche und gleiche Brechung und doch ein ganz farbenloses Bild gaben.

Er schlofs daraus mit Recht, dafs, wie durch jene beyden Prismen, auch durch zwey Linsen von denselben Glasarten die Vernichtung der Farbenzerstreuung möglich seyn müsse. Mehr durch eine Art dunkler Gefühle, als durch mathematische Schlüsse, deren Hülfe er nicht zu Rathe ziehen wollte oder konnte, gerieth er auf die Bemerkung, dafs zur Erreichung dieses Zweckes die eine dieser beyden Linsen concav seyn müsse, um, wie er sagte, dadurch die in seinem ersten Versuche entgegengesetzte Lage der beyden Prismen auszudrücken; dafs die näher an dem Objecte stehende Linse seines Doppelobjectives eine geringere Brechung habe, also von Kronglas seyn müsse, während das andere von Flint eine stärkere Brechung hat; dafs ferner, weil die Winkel der gebrochenen Strahlen mit der Axe nach der zweyten und vierten Brechung für gleichweit von der Axe einfallende Strahlen sich verkehrt wie die Brennweiten der Linse verhalten, auch die Brennweiten der beyden Linsen sich wie die Brechungen der zwey Glasarten, aus denen sie bestehen, verhalten müssen u. f. (Philos Transact. Vol. 50.) Mit Hülfe dieser Sätze und mannigfaltig abgeänderten Versuche und Combinationen gelang es ihm endlich im J. 1758 das erste achromatische Fernrohr von fünf Fufs Focallänge zu Stande zu bringen, welches er noch in demselben Jahre der k. Societät in London vorlegte, und welches in der ganzen gebildeten Welt mit dem gröfsten Beyfalle aufgenommen wurde, da es in seinen Wirkungen die besten bisher bekannten einfachen Fernröhre von 15 und 20 Fufs weit übertraf. Er verwendete die letzten drey Jahre seines Lebens zur Vervollkommnung seiner Entdeckung, die er noch sehr weit führen zu können die gewisse Hoffnung hegte *), und über-

*) Er äufserte sich darüber in einer seiner letzten Schriften über diesen Gegenstand, in welcher er vorzüglich die gröfseren Oeffnungen besprach, welchen er seinen Objectiven geben wollte: And thus I obtained at last a perfect theory for making object glasses to the aper-

liefs sie endlich seinem Sohne Peter Dollond, der ihr in Verbindung mit seinem Verwandten, dem grofsen Mechaniker Ramsden (✳ 1730, † 1800), die Vollendung gab, welche wir am Ende des verflossenen Jahrhunderts an diesen Instrumenten zu bewundern die Gelegenheit hatten.

Die genannten Künstler waren ohne Zweifel grofse mechanische Talente, aber sie verdankten die Meisterwerke, welche sie erzeugten, mehr ihrem Genie, und einer Art von geistreichem Tatonnement, als eigentlichen mathematischen oder optischen Kenntnissen, indem sie sich meistens mit den allergemeinsten Regeln dieser beyden Wissenschaften begnügten, und durch praktischen Sinn den Mangel höherer Einsichten zu ersetzen wufsten. Die Ausübung war daher in der That der Theorie vorausgeschritten, und es war nun an der letzten, das Versäumte einzuholen, und die durch blofse praktische Versuche gesammelten Erfahrungen zu ordnen, zu sichern, und endlich dem Grade der Vollendung entgegen zu führen, der bey Unternehmungen dieser Art noch auf dem theoretischen Wege erreicht werden kann.

Euler, der vor allen dieses Bedürfnifs fühlte, und auch vor allen dazu berufen schien, es zu befriedigen, wendete sich daher mit der ganzen Kraft seiner Analyse auf diesen Gegenstand. Anfangs die glänzenden Erfolge Dollond's kaum glaubend, schrieb er sie, auf seinem allgemeinen Gesetze bestehend, einer zufälligen günstigen Wahl der Halbmesser der Linsen, der guten Auswahl der Oculare u. dgl. zu (Mem. de Berlin 1757, 1761, 1762), bis ihn endlich Zeiher in Petersburg durch Versuche überzeugte, dafs ein gröfserer Zusatz von Bleykalk die Farbenzerstreuung des Glases bedeutend vermehre, während die Brechung desselben nahe unverändert bleibt, und dafs bey einem vermehrten Zusatz von Kali die umgekehrte Erscheinung Statt hat (Mem. de Berlin 1766). Daraus folgte, dafs die Zerstreuung von der Brechung ganz unabhängig, dafs jede von diesen beyden Eigenschaften in jedem Körper besonders durch

ture of which I could scarce conceive any limits, eine Behauptung, welcher selbst der gegenwärtige Zustand der Wissenschaft und der ausübenden Kunst noch nicht angemessen ist.

Beobachtung gesucht werden muſs, und daſs daher auch Euler's allgemeines Gesetz unrichtig ist.

Von diesem Irrthume befreyt, suchte er nun die Theorie der Fernröhre auf einen allgemeinen und der Natur des Gegenstandes angemessenen Wege zu begründen, und nachdem er in mehreren einzelnen Abhandlungen (Acad. de Berlin 1753, 1757, 1762 u. f.) die Abweichung der Fernröhre wegen der Gestalt der Linsen, und die wegen der Farbenzerstreuung auf sehr einfache Formeln zurückzuführen, und die vortheilhaftesten Halbmesser der Linsen durch Rechnung zu bestimmen gelehrt hatte, gab er endlich eine vollständige Theorie aller dioptrischen Instrumente in seiner Dioptrica (Petropoli 1769 — 1771 III. Vol.) einem Werke, welches in Beziehung auf Reichthum der Ideen und Gewandtheit in der Analyse von keinem andern übertroffen wird.

Ihm folgten in diesen Untersuchungen zwey der ersten Geometer seiner Zeit. Clairaut (✳ 1713, † 1765) hatte sich im Anfange des oben erwähnten Streites zwischen Euler und Dollond für den zweyten erklärt, und hielt die Ideen des ersten wohl für sinnreich, aber unbrauchbar in der Ausführung. Auch seine Fortschritte wurden durch ähnliche vorgefaſste Meinungen von einem allgemeinen Gesetze zwischen Brechung und Farbenzerstreuung lange aufgehalten *). Als aber endlich dieses Hinderniſs, welches sich Newton, Euler und auch er gleichsam selbst geschaffen hatten, entfernt, und die Unzulässigkeit aller dieser sogenannten allgemeinen Gesetze erkannt war, gab auch er mehrere treffliche Aufsätze (Acad. de Paris 1757, 1761, 1762) über die Methode, die Brechung und Zerstreuung der Glasarten mit Schärfe zu bestimmen; über die Vernichtung der Kugel- und Farbenabweichung, und über die vortheilhafteste Construction der Fernröhre mit zwey und mehrfachen Objectiven. Sie sind, als die erste Arbeit ihrer Art noch unvollkommen, und die

*) Das von Clairaut aufgestellte Gesetz (Mem. de Paris 1756) läſst sich so ausdrücken:

$$dn : dn' = \frac{n^2 - 1}{n} : \frac{n'^2 - 1}{n'}.$$

von ihm eingeführten Näherungen zu unsicher, besonders bey seiner Berechnung der dreyfachen Objective, die, wie Beguelin zuerst gezeigt hat, unrichtig ist. Beguelin's Methode, die beyden Abweichungen der Linsen wegen ihrer Gestalt und wegen der Farbenzerstreuung aufzuheben, findet man in den Mem. de Berlin 1762, 1763 und 1769.

D'Alembert (✳ 1717, † 1783) theilte in dem ersten Theile seiner Opuscules mathematiques, der 1761 erschien, viele schätzenswerthe Bemerkungen über die ersten Grundsätze der Optik mit, während der dritte Theil dieses Werkes (Paris 1764) seine eigentliche Theorie der Fernröhre enthält. Diese und viele andere ähnliche Arbeiten d'Alembert's, die in dem Mem. de Paris von 1764, 1765, 1767 *) zerstreut, und zum Theil in dem vierten Bande seiner Opusc. math. gesammelt sind, zeugen von der Fruchtbarkeit und dem Scharfsinne ihres Verfassers, enthalten aber bloſse analytische Entwicklungen, die durch ihre Weitläufigkeit und durch die Unordnung, mit der sie vorgetragen werden, ihrer Aufnahme und Anwendung selbst hinderlich gewesen sind.

Der oben erwähnte Klingenstierna, der Newton's Irrthum zuerst entdeckte, und dadurch allen diesen Untersuchungen gleichsam die Bahn brach, gab in einer im J. 1762 gekrönten Preisschrift **) seine sinnreiche, aber noch mühsame Berechnung der zwey- und dreyfachen Objective, in welchen die Kugel- und Farbenabweichung aufgehoben seyn soll. Der 22. Band der schwedischen Abhandlungen enthält seine Arbeiten über die Construction der Fernröhre.

Der bereits oben angeführte Boscovich, der eigentlich dieser Periode angehört, zeichnete sich nicht sowohl durch seine theoretischen Verbesserungen der Fernröhre, in welchen er sich noch zu sehr an Clairaut's unbequeme und unsichere Ausdrücke hält, als vielmehr durch seine schönen Untersuchungen über die Mittel aus, die Brechung und Zerstreuung des Lich-

*) In dem letzterwähnten Memoir von 1767 behandelt d'Alembert die schicklichste Einrichtung der Oculare bey Fernröhren.

**) Tentamen de definiendis et corrigendis aberrationibus radiorum luminis. Petropoli 1762.

tes bey verschiedenen Körpern zu bestimmen, die man nebst andern hieher gehörenden schätzbaren Bemerkungen in seinen Dissertat. quinque ad Dioptr. pertinentibus. Wien 1767, findet.

Welches aber auch die Verdienste der genannten Schriftsteller um die Optik seyn mögen: die vorzüglichste Idee, von welcher sie alle ausgingen, und der man die bisher erlangte Vollendung der optischen Instrumente zuschreiben mufs, nämlich die Idee, die diesen Instrumenten so schädliche Farbenzerstreuung durch die Verbindung von zwey, das Licht verschieden brechenden Mitteln aufzuheben, mufs, seiner eigenen Widersprüche gegen Dollond ungeachtet, als ein unbestreitbares Eigenthum des grofsen Euler's betrachtet werden, wie alle seine Zeitgenossen, und selbst Clairaut (Mem. de Paris 1756) einmüthig gestehen, während im Gegentheile mehrere derselben dem englischen Künstler die Ehre der ersten und gleichsam selbstständigen Ausführung der achromatischen Fernröhre rauben wollten, indem sie erzählten, dafs schon mehrere Jahre vor 1758 der gelehrte Chester Morehall in England ähnliche Instrumente nach seiner Idee habe verfertigen lassen.

Euler brachte auch Huyghen's Hypothese, nach welcher das Licht in den Schwingungen des alle Körper umgebenden Aethers bestehe, mit mehreren eigenen Modificationen wieder in Aufnahme, um dadurch dem Emanationssysteme Newton's zu begegnen, der das Licht für einen unmittelbaren Ausflufs der Materie aus dem leuchtenden Körper hielt. Für die Bestimmung der astronomischen Refraction gab er der erste die wahre Gleichung der von dem Lichte in der Atmosphäre beschriebenen Curve (Acad. de Berlin 1754), so wie die Correctionen der Refraction durch die Barometer- und Thermometerhöhe. Endlich lehrte er ein treffliches Mittel kennen, die Brechbarkeit flüssiger Körper, nämlich hohle Glaslinsen, deren Brennweiten, wenn sie mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt wurden, sehr grofse Verschiedenheit zeigten, wenn gleich die gesuchte Brechbarkeit beyder nur sehr wenig verschieden war *).

*) So fand er die Brennweite der Linse mit Wasser gefüllt 8 Fufs, und mit Weingeist schon 3 Fufs kleiner, obschon sich die Brechbarkeit des Wassers zu jener des Weingeistes nur wie 1 zu 1,03 verhält.

Dieselben Versuche lehrten ihn auch die grofse Veränderlichkeit der Brennweiten seiner Linsen durch die Ausdehnung kennen, welche selbst eine geringe Erhöhung der Temperatur der eingeschlossenen Flüssigkeit bewirkt; ein Umstand, welcher dieser Gattung von Objectiven immer sehr hinderlich seyn wird.

Aber wenn die Verdienste Euler's um die optischen Wissenschaften mit Recht für grofs gehalten werden, so sind seine an Erfindungen nicht minder reichen Arbeiten in den übrigen Gegenständen der Mathematik und der Geometrie beynahe unzählbar. So löste er, um nur einige der vorzüglichsten anzuführen, eine grofse Anzahl der schwersten Aufgaben über die reciproken Trajectorien, über die Schwingungen senkrecht aufgehängter Ketten und elastischer Platten, über die durch einen excentrischen Stofs erzeugten Bewegungen der Körper, so wie er viele andere von seinen Vorgängern angefangene Arbeiten über die Kettenlinie, über die tautochronen und isoperimetrischen Curven, über die Schwingungen der Saiten u. s. w. erweiterte und vervollkommnete. Sein vorzüglichstes Geschäft, und gleichsam der Zweck seines ganzen Lebens, war die Vervollkommnung der Analyse, dieses wichtigsten aller Instrumente bey unseren wissenschaftlichen Untersuchungen, wozu besonders seine Einführung eines sehr erweiterten Gebrauches der trigonometrischen Functionen und die der unendlichen Reihen, so wie eine sehr grofse Anzahl von besonderen Aufsätzen über beynahe alle Theile der Analysis gehören, durch welche er das Gebieth dieser Wissenschaft mehr als irgend einer seiner Vorgänger erweitert, und ihr, durch Entfernung der früher gewöhnlichen geometrischen Betrachtungen, eine neue und sehr vorzügliche Gestalt gegeben hat. Das Talent, eine seltene Klarheit über den verwickeltsten Gegenstand zu verbreiten, und selbst bey den schwersten Untersuchungen sich beynahe bis zu der Fassungskraft eines Kindes herabzulassen, zeichnet diesen Mann vor allen andern eben so sehr aus, als seine in der That aufserordentliche Fruchtbarkeit, mit welcher er während seines langen Lebens, von seinem 20sten bis zu seinem 76sten Jahre, alle Memoiren und gelehrten Journale erfüllte, und selbst bey seinem Tode noch der Akademie der Wissenschaften in Petersburg mehrere Kisten von trefflichen mathematischen Aufsätzen hinterliefs, welche

noch itzt und vielleicht noch lange jeden neuen Band ihrer Memoiren zieren. Nicht minder bedeutend ist die Anzahl seiner grösseren Werke, und der äufserst fruchtbare Verfasser so vieler und zugleich so ausgezeichneter mathematischer Arbeiten mufs um so bewunderungswürdiger erscheinen, da er die letzten und thätigsten siebzehn Jahre seines Lebens in Blindheit zubrachte. Die vorzüglichsten seiner gröfseren Werke sind:

Anleitung zur Algebra. II. B.
Introductio in Analysin infinitorum II.
Institutiones calculi differentialis II.
Institutiones calculi differentialis IV. 1770.
Mechanica seu motus scientia II. 1736.
Theoria motus corporum solidorum 1765.
Scientia navalis 1749.
Theoria motus lunae 1753.
Theoria motuum lunae 1772.
Theoria motus planetarum et cometarum 1744.

und die bereits angeführte Dioptrica 1770. III Bände.

Allein so viel auch die oben erwähnten Männer geleistet, und so grofse Fortschritte die Theorie der Optik und besonders die der Fernröhre durch ihre Hülfe gemacht haben mag, auf die Ausübung der Wissenschaft, auf den praktischen Künstler haben jene Untersuchungen lange nicht den vortheilhaften Einflufs geäufsert, welchen man von ihnen erwartet hatte. Mit wenigen ehrenvollen Ausnahmen sind diese Künstler, die Hülfe der Theorie entweder nicht kennend oder nicht achtend, bey ihren früheren, blofs durch die ersten Elemente der Wissenschaft geleiteten Tatonnements stehen geblieben, und wenn die ausübende Kunst seit Dollond bis auf unsere Tage in der That fortgeschritten ist, so mufs man gestehen, dafs sich von solchen Erfolgen jene sinnreichen und scharfsinnigen Theorien nur einen sehr kleinen Theil zuzuschreiben haben *).

*) Belege dazu wird jeder in Menge liefern, der mit Künstlern dieser Art näheren Umgang hatte. Schon Bernoulli bedauerte in seinen „astronomischen Briefen", dafs der so berühmte Peter Dollond beynahe gar nichts von der Mathematik weifs, und er kann es nicht genug bewundern, wie ein blofses Probieren auf Gerade-

Zum Theil, man kann es nicht bergen, tragen die von Euler, Clairaut, D'Alembert u. a. gegebenen Theorien zur Construction achromatischer Fernröhre selbst die Schuld. Denn

wohl ihn so weit bringen konnte, und ähnliche Klagen widerhallen von allen Seiten seit Dollond bis auf unsere Tage. Noch in dem Jahre 1821 konnte J. F. W. Herschel der versammelten Akademie der Wissenschaft in London sagen: It has not unfrequently of late been made a subject of reproach to mathematicians, who have occupied themselves with the theory of the refracting telescope, that the practical benefit, derived from their speculations, has been by no means commensurate to the expenditure of analytical skill and labour, they have called for, and that from all the abstruse researches of Clairaut, Euler, d'Alembert and other celebrated geometers nothing hitherto has resulted beyond a mafs of complicated formulae, which, though confessedly exact in theory, have never yet been made the basis of construction for a single good instrument, and remain therefore totally inapplicable, or at least unapplied in practice. — It might have been expected, that the appeal of this mathematicians to her analysis would long ere this, have been succefsfull, and that the artist have bowed to the dictates, however oracular of a theory, which he was satisfied, had its fondation in unerring truth, and that at last the result of their combined labours have been the atteinment of all the perfection, the telescope is susceptible of. Unhappily however this is far from beeng the case. All these formulae, requiring a mor extensive share of algebraical knowledge, than can be expected in a practical optician, are thrown aside by him in despair, and the best and most succefsfull artits are content to work their glasses by trial or by empirical rules. (Philos. Trans. for. 1821). Wenn ja zuweilen ein rationeller Künstler sich an diese Formeln wagte, um sein Fernrohr darnach zu construiren, so mifslang der Versuch, und das Mifstrauen gegen die Theorie ward dadurch noch vermehrt. So mufste selbst Repsold (Gilberts Annalen der Physik 1810) gestehen, dafs die von ihm nach Klügels Theorie geschliffener Gläser gar keine Wirkung hatten, und er endlich genöthigt war, mechanisch die Bogen zu suchen, nach welchen die englischen Linsen geschliffen sind, wo sofort alles besser ging. Ja viele gingen in ihrer Abneigung gegen die Theorie so weit, dafs sie sie sogar als schädlich und als die eigentliche Ursache des bisherigen geringen Erfolges der Kunst auf dem Festlande anzuklagen sich nicht scheuten. „Soviel ist gewifs, sagt ein anderer, selbst ausgezeichneter Künstler, (a. a. O. Heft IX) dafs John Dollond in wenig Jahren und durch die blofse Praxis Fernröhre zu Stande brachte, wozu Franzosen und Deutsche seit jener Zeit

sie sind besonders in Beziehung auf die Kugelabweichung durchaus nur genäherte und zwar für beträchtliche Oeffnungen nur sehr unvollkommen genäherte Methoden, bey welchen überdiefs auf die Farbenzerstreuung der nahe an dem Rande einfallenden Strahlen, und meistens auch auf die Dicke und Entfernung der Linsen des Doppelobjectives keine Rücksicht genommen wurde, ohne Zweifel, weil man die Weitläufigkeit der analytischen Ausdrücke vermeiden wollte, welche jene Rücksichten herbeyführen, obschon man sich nicht verhehlen konnte, dafs die gänzliche Vernachlässigung derselben schädlich auf die Endresultate der Rechnung einwirken mufste. Allein noch einen viel gröfseren Theil der Schuld trägt ohne Zweifel der geringe Grad der mathematischen Bildung der meisten unserer Künstler, welchen ihnen jene theoretischen, in der Sprache der Wissenschaft abgefafsten Vorschriften, beynahe unzugänglich machen mufs. Es wäre allerdings an den Theoretikern gewesen, sich zu den Praktikern, die sich nicht zu ihnen erheben konnten, in einer auch ihnen verständlichen Sprache herabzulassen, allein man sieht, so dringend auch dieses Bedürfnifs erscheinen mochte, in dem Verlaufe dieser ganzen Periode auch nicht einen einzigen Versuch von Bedeutung zu diesem Zwecke, wenn man etwa ein Werk-

nicht gekommen sind, und dafs z. B. bey den Dollondschen Fernröhren der Achromatismus lange nicht gänzlich weggebracht ist, während sie doch gar trefflich zeigen; dafs also diese Trefflichkeit irgend wo anders ihren Grund haben müsse, als in der durch die Theorie vorgeschriebenen genauen Wegbringung der Farben, da bey den französischen Fernröhren die heterogenen Strahlen oft sehr genau zusammenfallen, während die Fernröhre selbst doch nicht viel taugen." — Solche Aeufserungen, so viel Erfahrungen und subjective Ueberzeugungen ihnen auch zu Grunde liegen mögen, sollten doch als gemein schädlich, zurückgehalten werden, da sie, von der mit Recht gerühmten Auctorität ihren Urheber gehoben, bey dem gröfsten Theil der Leser nicht anders als nachtheilig auf den Fortgang der Kunst wirken können, und da jeder Angrift nicht gegen Mängel der Theorie, sondern gegen Theorie überhaupt, ohne welche doch nirgends, und am wenigsten in der Optik eine ganz vollkommne Praxis möglich ist, der Natur der Sache nach immer wieder auf den Angreifer selbst zurückfallen mufs.

chen ausnimmt *), welches Fuſs unter Eulers Leitung verfaſste, und welches auch nicht geeignet war, das gerügte Hinderniſs zu besiegen, da es erstens ganz auf jene unvollkommen genäherte Methode Eulers gebaut war, und da es zweytens nur einzelne Beyspiele enthielt, welche für Glasarten von anderen Brechungs- und Zerstreuungsverhältnissen ganz unbrauchbar seyn muſsten. Der irrige Wahn, daſs man nach solchen isolirt aufgestellten Beyspielen auch Linsen von verschiedenen Glasgattungen ohne merklichen Fehler behandeln könnte, eine Meinung, die selbst von mehreren Theoretikern unterstützt wurde, war die vorzüglichste Ursache des Miſslingens aller nach solchen Mustern angestellten Versuche, und daher auch des Miſstrauens, welches am Ende bey dem unerfahrnen Künstler gegen jene sie, wie sie glaubten, irre führende Theorie entstanden ist. Jeaurat war der erste, der in den Par. Mem. für 1770 den Künstlern durch eine Tafel zu Hülfe kommen wollte, aus welcher sie für jede Brechung und Farbenzerstreuung die Halbmesser ihrer zusammengesetzten Objective ohne alle, oder doch ohne eine sie ermüdende Rechnung nehmen konnten. Aber indem er seine Tafeln auch auf die itzt als überflüssig erkannten drey, vier und selbst fünffachen Objective ausdehnte, wurden sie unbequem und unvollständig, und indem er die Kugelabweichung gleichsam als eine Nebensache gänzlich vernachlässigte, wurden sie völlig unbrauchbar, und das Unternehmen blieb ohne Erfolg. Nicht besser gelangen die folgenden ähnlichen Versuche selbst bis auf die in Gehlers Wörterbuche, Artikel: Achromaten, angeführte Tafel, die sogar ganz von der Theorie abweicht. Erst in unseren Tagen endlich gab Barlow in dem Edinb. Philos. Journal Nr. 27 und 28 eine zweckmäſsigere nach J. F. Herschels Theorie entworfene Tafel (Opt. S. 98) in welcher aber die Kugelabweichung nur nach dem Euler'schen abgekürzten Ausdrucke berechnet worden ist.

Nächst Euler zeichneten sich in dieser Periode noch zwey Männer aus, die beyde nur einen kleinern, aber wichtigen und bisher wenig bearbeiteten Theil der optischen Wis-

*) Instruction detaillée pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection. Petersb. 1774.

senschaften zu dem Gegenstande ihrer Beschäftigungen machten. Bouguer (✳ 1698 † 1758) der mit Godin, La Condamine u. a. im J. 1735 nach Peru zu der bekannten Gradmessung absegelte, während in dem folgenden Jahre Clairaut, Maupertuis u. a. zu demselben Zwecke nach Lappland gingen, hinterliefs uns zwey Schriften: Essai d'optique sur la gradation de la lumière 1729 und gleichsam die zweyte Auflage oder vielmehr eine gänzliche Umarbeitung desselben unter der Aufschrift: Traité d'optique sur la gradation de la lumière 1760, in welchem er eine grofse Anzahl interessanter Beobachtungen über die Stärke des Lichtes in verschiedenen Entfernungen der leuchtenden und reflectirenden Körper über die Absorbtion desselben, durch Spiegel und Linsen, über die Vergleichung des Sonnenlichtes mit dem des Mondes und der Planeten u. s. f. mittheilt.

Verdienste anderer Art erwarb sich Bouguer durch sein Werk: Figure de la terre 1749, in welchem er seine Vermessungen in Peru und ihre Resultate, so wie das Verfahren mittheilt, welches man bey Meridianmessungen zu beobachten hat, und endlich durch seine Untersuchungen über die Stabilität und den vortheilhaftesten Bau der Schiffe, die er in seinem Traité de Navire 1746, in dem Manoeuvre des vaisseaux 1757, und in mehreren Memoiren der Pariser Academie bekannt gemacht hat. Die von Bouguer in seinem Traité d'Optique nur eben angefangenen Untersuchungen wurden zu derselben Zeit von Lambert mit wahrhaft mathematischem Geiste angestellt und in dessen Photometria sive de mensura luminis Augsb. 1760 zu einer eigentlichen Wissenschaft erhoben.

Lambert gehörte zu den ausgezeichnetsten Mathematikern Deutschlands, zu welchem Range er sich aus dem niedrigsten Stande und im Kampfe mit grofsen Hindernissen erhob, von dem auch sein späteres Leben nicht frey blieb. Seine cosmologischen Briefe, sein neues Organon 1763, seine Beyträge zur Mathematik, nebst einer grofsen Anzahl trefflicher Abhandlungen, in den Memoiren der Academien und in den mathematischen und astronomischen Journalen sind Zeugen seiner seltenen Kenntnisse, seines Scharfsinnes und seines regen Eifers für die Wissenschaft, welcher er durch einen zu frühen Tod ent-

rissen wurde. Seine Photometrie enthält sehr schöne Untersuchungen über den Verlust des Lichtes bey Brechungen und Reflexionen, und bey dem Durchgange desselben durch die Atmosphäre; über die Helligkeit der von der Sonne beleuchteten Atmosphäre, über die Lichtstärke der Fernröhre, die Erleuchtung der verschiedenen Körper unseres Planetensystems u. f.

Beynahe gleichzeitig mit Bouguer beschäftigte sich auch Buffon (✻ 1707, † 1788) mit Messungen der Intensität des Lichtes und des Verlustes desselben durch Reflexion, die aber noch sehr unvollkommen waren. Merkwürdiger sind dieses großen Naturgeschichtschreibers Versuche, welche er im J. 1747 mit seinem großen Brennspiegel angestellt hat. Dieser bestand aus 168 ebenen Spiegeln von sechs bis acht Zoll Größe, deren jeder für sich beweglich war, und die so gestellt wurden, daß alle ihre Sonnenbilder in einem einzigen Puncte sich vereinigten, wodurch er Holz auf 150, und selbst Bley auf 140 Fuß Entfernung verbrennen und schmelzen konnte, und wodurch daher die Möglichkeit des obenerwähnten Archimedischen Versuches, die Descartes in seiner Dioptrik geläugnet hatte, bewiesen wurde. (Acad. de Paris 1747).

Auch der oben genannte Maupertuis (✻ 1698, † 1759) wollte seine Beyträge zur Verbesserung der Fernröhre liefern, indem er die erste Idee Eulers, Objective aus Glas und Wasser zusammenzusetzen, auf mehr als eine Art ausführen ließ, ohne ein glückliches Resultat zu erlangen. Man fand endlich, daß die Verhältnisse der Brechungen und der Farbenzerstreuungen für Glas und Wasser sich zu diesem Zwecke wenig eignen, weil die brechende Fläche des Objectivs eine zu starke Krümmung, einen zu kleinen Halbmesser erhalten müßte, um die Farbenzerstreuung aufzuheben, wodurch die Kugelabweichung des Fernrohres unmäßig vergrößert werden würde.

Es ist noch übrig, die Bemühungen der drey ersten Decennien des gegenwärtigen Jahrhunderts zusammen zu stellen, und sie, da wir die Früchte derselben größtentheils unsern noch lebenden Zeitgenossen verdanken, nur kurz anzuzeigen.

Zuerst über die Natur des Lichtes, die in unserer hypothe-

senreichen Zeit mehrere Systeme erzeugte. So erklärt Dize das Licht als angehäuften Wärmestoff; Oerstedt als eine Zersetzung und Verbindung der Electricität; Davy als einen für sich bestehenden besondern Stoff, nebst anderen Meinungen von Brugnatelli, Arnim u. f.

Die Vibrationslehre, nach welcher das Licht in den Schwingungen einer elastischen Flüssigkeit, des Aethers, besteht, wurde von Descartes, Huyghens und Euler ausgebildet, und in unsern Tagen besonders von Young, Fresnel, und Fraunhofer in Schutz genommen. Die Emanationslehre, nach welcher das Licht eine eigene Materie ist, welche von dem leuchtenden Körper nach allen Seiten in gerader Linie ausströmt, wurde von Newton aufgestellt, und in den letzten Zeiten besonders von Biot und Arago vertheidigt.

Zwey der wichtigsten Entdeckungen dieser Periode sind unter dem Namen der Interferenz und der Polarisation bekannt.

Wenn man die Strahlen der Sonne in einem verfinsterten Zimmer durch eine Glaslinse in einem Puncte sammelt, und sie dann von diesem Puncte divergirend auf zwey ebene, nur wenig gegen einander geneigte Spiegel fallen läſst, so daſs die von den Spiegeln zurückgeworfenen Strahlen nach ihren Reflexionen sich durchkreuzen, und wenn man dann mit einem bewaffneten Auge die Spiegel betrachtet, so erblickt man zwey Bilder des leuchtenden Punctes, und zwischen denselben mehrere leuchtende Strahlen von verschiedenen Farben, deren unter sich parallele Richtungen auf der geraden Linie senkrecht stehen, welche jene beyden Bilder des leuchtenden Punctes vereiniget, und die Lage dieser Streifen bleibt ungeändert, wenn man auch die Spiegel um ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie dreht. Diese Haupterscheinung der Intenferenz des Lichtes wurde zuerst von Thomas Young im J. 1802 entdeckt, und die Theorie derselben weiter ausgebildet von Arago, Fresnel und Fraunhofer.

Wenn zwey gleiche durchsichtige Glasplatten einander parallel und so gestellt werden, daſs sie mit der ihre Mitten verbindenden Linie, mit der gemeinschaftlichen Axe beyder Platten, einen Winkel von 35° 25′ bilden, so werden die Strahlen, welche von einem leuchtenden Gegenstande auf die erste Platte

fallen, von dieser auf die zweyte, und von der zweyten wieder in das Auge des Beobachters reflectirt, so daſs der Gegenstand durch die zweyte Platte, wie durch einen Spiegel gesehen werden kann. Wird dann die zweyte Platte um jene Axe gedreht, so nimmt die Menge des von der zweyten Platte reflectirten Lichtes immer ab, da ein immer gröſserer Theil desselben durchgelassen oder absorbirt wird, bis endlich, wenn der Drehungswinkel ein rechter wird, alles Licht durchgelassen oder absorbirt, und der Gegenstand in dem zweyten Spiegel nicht mehr gesehen wird. Wird die Platte noch weiter in derselben Richtung gedreht, so nimmt die Menge des reflectirten Lichtes wieder zu, bis sie, wenn der Drehungswinkel 180 Grade beträgt, wo die beyden Platten wieder parallel sind, am gröſsten, und der Gegenstand im zweyten Spiegel mit derselben Deutlichkeit, wie im Anfange des Versuches, gesehen wird. Eine noch weiter fortgesetzte Drehung der zweyten Platte vermindert wieder die Reflexion derselben, bis sie für den Drehungswinkel von 270 Grade völlig verschwindet, und von da bis 360 wieder die erste ursprüngliche Stärke erreicht.

Diese Haupterscheinung der Polarisation des Lichtes entdeckte zuerst Malus im J. 1811, ein Mann von dem seltensten Talente für Mathematik, dessen Memoire über Optik (Journ. polytechnique Vol. VII. und Mem. presentée à l'institut Vol. II. 1811) dieser Wissenschaft eine neue Gestalt zu geben versprachen, der aber durch einen viel zu frühen Tod uns entrissen wurde. Weiter ausgebildet wurde die Lehre von der Polarisation des Lichtes durch Brewster (Phil. Trans. 1818) Arago, Biot, Fresnel, Marx, Muncke (Gilberts Annalen der Phys. XL. Vol.)

Das interessante Phänomen der doppelten Brechung, welche die Lichtstrahlen in dem isländischen Krystall und in andern Körpern erleiden, entdeckte zuerst Bartholin im 17. Jahrhundert und fand bald darauf an dem Scharfsinne Huyghens eine Erklärung, welche seine Nachfolger Maraldi, Mairan, Beccaria, Martin und später Wallaston, Malus, Biot, Fresnel, u. a. nur wenig Wesentliches mehr hinzuzusetzen vermochten.

Ueber die Farbenspiele dünner Körper, die schon Newton

und nach ihm Mazeas, du Tour u. a. beschäftigten, lieferte Young, der sie aus der Intenferenz des Lichtes erklärte, wichtige Aufschlüsse, die Poisson (Annales de Chemie et de Phys. Vol. XXII) seiner mächtigen Analyse unterwarf.

Die Beugung des Lichtes, oder die Ablenkung der Strahlen von der geraden Linie, wenn sie an den Kanten eines dünnen Körpers vorbey, oder durch eine kleine Oeffnung gehen, und die zuerst Grimaldi erkannte, wurde durch Mayer, Brewster, Hallström, G. W. Jordan, Fresnel und Fraunhofer weiter untersucht. (Annales de Chimie et Phys. Vol. XI. und Gilbert, Annalen, passim). Dahin gehören auch die merkwürdigen Erscheinungen des durch ein enges Drahtgitter fallenden Lichtes, die Fraunhofer entdeckte. (Neue Modification des Lichtes, München 1822 und Denkschrift der k. bair. Acad. d. Wiss Vol. VIII).

Die Farben des Lichtes waren der Gegenstand vieler neueren Beobachtungen. Die Farben der Flammen brennender Körper untersuchte Pearson, Nicholson, Davy, Talbot und Blackhadder, so wie Leslie die Intensität der Wärme der verschiedenen Farben seiner Prüfung unterwarf. Brewster und Herschel d. J. zeigte, daſs jedes gefärbte Mittel gewisse Strahlen des Farbenbildes vorzugsweise absorbirt; Prevost und Brougham beschäftigten sich mit den verschiedenen Graden der Reflexibilität der einzelnen farbigen Strahlen; Harvy, Brewster, Dalton und Young schrieben über die meistens erbliche Unfähigkeit mehrerer Augen, gewisse Farben nicht zu erkennen; Rumford, Grotthus, Göthe (in seiner Farbenlehre) und Zschockke suchten die Erscheinungen der gefärbten Schatten zu erklären; Biot wollte die Schwingungen der farbigen Lichttheilchen messen; Brewster und Fraunhofer gaben neue Methoden, die Farbenzerstreuung fester und flüssiger Körper zu bestimmen, und andere interessante Untersuchungen über die Farben des Lichtes verdankt man Wollaston, Young, Lüdicke, Prieur, Herschel d. J. Brandes, Parrot, Doebereiner u. a. Ueber die Farbenpigmente endlich waren die Arbeiten Davy's und Chaptal's die ausgezeichnetsten.

Die oben (S. 22) erwähnten schwarzen Streifen in dem

prismatischen Farbenspectrum, welche Fraunhofer entdeckte, (Densch. der k. bair. Acad. der Wiss. B. V.) obschon sie früher schon Wollaston bemerkt haben soll, wurden noch weiter von Chladni, Grotthus, Pfaff u. a. untersucht.

Die Phosphorescenz mehrerer Körper, die unter dem Namen der Lichtsauger bekannt sind, beschäftigte Placidus Heinrich, und nach ihnen Parrot, Gay-Lussac, Humboldt u. a. Das Leuchten des Meeres, des faulen Holzes, der Leuchtthierchen u. f., suchten Macartney, Hulme, Tillesius, Spallanzani, Mitchill u. a. zu erklären. Die Einrichtung des Auges untersuchten Nicholson, Sömmering, Crampton, Venturi, Wallan und Ware; die Fähigkeit des Auges, sich nahen und fernen Gegenständen anzupassen, die früher schon Kepler, Descartes, la Hire, Muschenbroeck u. a. zu erklären gesucht hatten, untersuchten später Crampton, Vieth und Brewster; die Achromaticität desselben aber Pfaff, Mollweide und Fraunhofer. Drummond lehrte uns die Erzeugung eines sehr hellen, auf grofsen Entfernungen sichtbaren Lichtes kennen, welches der Kreidekalk hervorbringt, wenn er durch eine von Sauerstoff genährte Weingeistflamme entzündet wird, während zu einer ähnlichen Absicht bey grofsen geodaetischen Vermessungen Gaufs das von ihm erfundene Heliotrop vorschlug.

Die von Roemer durch Beobachtungen der Finsternisse oder Jupiterssatelliten entdeckte Geschwindigkeit des Lichtes berichtigte Lindenau durch die zu diesem Zwecke noch mehr geeigneten Beobachtungen des Polarsterns, und auf mehr physischen Wegen untersuchten denselben Gegenstand Young, Biot, Arago, Parrot und Laplace.

Dafs unter den Strahlen der Sonne auch mehrere unsichtbare sind, von welchen einige durch ihre gröfsere Wärme, und wieder andere durch ihre chemischen Wirkungen, durch Desoxydationen der von ihnen getroffenen Körper, sich bemerkbar machen, ist eine der vielen schönen Entdeckungen, durch welche sich Herschel d. A. unsterblich gemacht hat. (Phil. Transact. 1800.) Sie wurde später von Wollaston, Lüdicke, Sennebier, Ritter, Young, Biot u. a. weiter ausgebildet.

Die astronomische Refraction, welche seit Ptolemäus der Gegenstand vieler vergeblicher Untersuchungen war, wurde zuerst von Bradley in einem angemessenen analytischen Ausdruck, und durch diesen in eine Tafel gebracht, welche noch lange nach ihm für die beste galt. Tobias Mayer lehrte zuerst die thermometrische Correction dieser Strahlenbrechung gehörig anbringen. Tralles suchte den Einfluſs der Feuchtigkeit der Luft, und A. Humboldt die Refraction der heiſsen Zone durch Beobachtungen zu bestimmen. Die neuesten vorzüglichen Arbeiten über diesen wichtigen Gegenstand verdanken wir Laplace, Delambre, Carlini, Bessel und Ed. Schmidt. — Die horizontale oder terrestrische Refraction mit ihren auffallenden Wirkungen, den Luftspiegelungen, untersuchte Delambre, Vince, Büsch, Dalby, Monge, Brandes, Biot, Malns, Castberg u. a. Die nicht minder interessante Erscheinung der Nebensonnen und der Ringe um Sonne und Mond, mit welcher sich schon früher Bouguer, Descartes, Huyghens und Newton beschäftiget hatten, wurde noch weiter von Brandes, G. W. Jordan, Hallström, Venturi, Wrede und Fraunhofer untersucht. Das Nordlicht suchten Hallström, Dalton, Ritter, Biot, Hansteen, Schubert u. a. zu erklären.

Besonders aber nahm die Verfertigung und die Untersuchung der verschiedenen zu den optischen Instrumenten tauglichen Glasarten die Aufmerksamkeit der Physiker in Anspruch. — Die Gläser zu den Objectiven der Fernröhre müssen hell, vollkommen durchsichtig und farbenlos seyn; obschon eine schwache grünliche Farbe derselben nicht schädlich erscheint. Sie müssen überdieſs rein von Bläschen und Nebel, und besonders frey von Streifen seyn, da die letzten dem Glase in seinen verschiedenen Theilen auch eine verschiedene Brechbarkeit und Farbenzerstreuung geben, und dadurch dasselbe zum optischen Gebrauche ganz untauglich machen. Da das Kronglas nur Kieselerde und Kali enthält, so ist es bey der chemischen Verwandtschaft dieser beyden Körper leicht, sie durch den Fluſs vollkommen zu vereinigen, daher die Verfertigung des Kronglases, selbst bedeutender Stücke desselben, keinen besondern Schwierigkeiten unterliegt. Das Flintglas aber enthält Bleyoxyd, durch welches

es seine gröſsere Farbenzerstreuung bekömmt; und welches, da es spezifisch schwerer ist, als Kiesel und Kali, im Flusse zu Boden sinkt, und nicht leicht zu einer völlig gleichförmigen Verbindung mit diesen beyden Körpern gebracht werden kann. Die Bereitung des Flintglases in gröſseren Stücken ist daher immer als eine schwer zu lösende Aufgabe betrachtet worden. Aus dieser Ursache machte sie die Akademie der Wissenschaften zu Paris im J. 1766 zu dem Gegenstande einer Preisfrage, und obschon sie die Arbeiten des Lebaude für gelungen erklärte, (Mem. des Sav. Etrang. 1774), so wiederholte sie doch im J. 1786 die Frage mit dem erhöhten Preise von 12000 Livres, aber ohne eine befriedigende Antwort zu erhalten. Auch der von der k. Akademie in London ausgesetzte Preis von 1000 Pfund Sterling blieb ohne Erfolg. Später beschäftigte sich mit der Bereitung des Flintglases in Frankreich Lambert und Dutougerais, aber ohne die Auflösung des Problems bedeutend zu fördern. Das von Kruines und Lançon verfertigte Flintglas wurde von Delambre, dem Berichtserstatter an das Institut, als ganz vorzüglich gerühmt, aber man sieht nicht, daſs es von Folgen gewesen, oder von den Künstlern zu Fernröhren von gröſseren Oeffnungen benützt worden wäre. Nach ihnen lieferte Artigues ein Flintglas, welches sich durch eine geringe spezifische Schwere und durch eine seltene Durchsichtigkeit auszeichnete, und auch von Cauchoix zu mehreren Fernröhren bis 45 Linien Oeffnung vortheilhaft benützt wurde. Guinand, anfangs in München und später in seinem Vaterlande, der Schweiz, verfertigte Flintglas von vorzüglicher Güte und in groſser Menge. Erst in den letzten Jahren benützte Tulley, in England, eine Flintglaslinse von Guinand zu einem Fernrohre von sieben Zoll Oeffnung, welches nach Herschel's, Dollond's und Pearson's Zeugniſs vortrefflich seyn soll. Lerebour in Paris verfertigte aus demselben Glase von Guinand ein Fernrohr von 11 Fuſs Brennweite und 9.2 Zoll Oeffnung, von denen aber nur 8.4 Zoll eigentlich wirksam waren, und welches bey einer 560maligen Vergröſserung von South als ein vorzügliches erkannt wurde. Das beste Flintglas in gröſseren Stücken aber verdanken wir unserm unvergeſslichen Fraunhofer, wie zugleich die von ihm selbst daraus verfertigten Fernröhre be-

zeugen, die itzt über alle gebildeten Länder der Erde verbreitet sind.

Auch die zur Verfertigung vollkommener Fernröhre so nothwendige Methode, die Brechungen und Farbenzerstreuungen verschiedener Körper zu bestimmen, wurde immer mehr vervollkommnet. Die Brechungen der flüssigen Körper lehrte schon Euler (Mem. de Berlin 1762) durch Messung der Brennweiten einer mit dieser Flüssigkeit gefüllten hohlen Glaslinse mit großer Genauigkeit bestimmen. Für undurchsichtige Körper gab Malus, Brewster und Wollaston, für Glasarten aber Biot und Arago angemessene Verfahrungsarten. Mit den Messungen der Farbenzerstreuungen der Körper beschäftigte sich vorzüglich Biot, Cauchoix, Blair und Brewster. Die Brechungen und Farbenzerstreuungen des Glases aber lehrte, nebst den früheren Anleitungen von Boscovich u. a. in unsern Tagen Brewster, Blair und vorzüglich Fraunhofer, welcher letzte die gröſstmöglichste Schärfe in diese für die Construction der Fernröhre höchst wichtigen Bestimmungen brachte.

Die Theorie der Fernröhre wurde nebst den früheren Arbeiten von Clairaut, d'Alembert und besonders von L. Euler, der alle Theile dieser Wissenschaft mit seiner mächtigen Analyse zu umfassen und ihr gleichsam eine neue Gestalt zu geben wuſste, in den letzten Zeiten von Klügel, Gauſs, Bohnenberger, Santini und Herschel d. J. erweitert, und ihrer innern Vollendung sowohl, als ihrer Anwendbarkeit für die Ausübung entgegen geführt.

Die Einsaugung oder die Absorbtion des Lichtes durch Linsen, Spiegel und andere Körper, die früher schon Bouguer und Lambert zu einem besondern Gegenstande ihrer Beobachtungen gemacht hatten, wurde noch weiter von Brewster, Blair, Herschel d. J. und Fraunhofer untersucht. Der letzte fand, daſs besonders Metallspiegel viel mehr Licht absorbiren, als Glaslinsen, daher er keinen Anstand nahm, die Refractoren den Reflectoren vorzuziehen, und die Spiegeltelescope des Mangels an Licht anzuklagen. Allein Herschel d. J., der sich für die Reflectoren erklärte, und behauptete, daſs Metallspiegel nur ein Dritttheil des auf sie auffallenden Lichtes absor-

biren, suchte durch Erfahrungen an den grofsen, von seinem Vater verfertigten Reflectoren sowohl, als an den Spiegeltelescopen Amici's (Edinb. Journ. Nr. VIII.) von zwölf Zoll Oeffnung, die grofse und überwiegende Lichtstärke dieser Instrumente darzuthun. Nach ihm sind grofse Reflectoren, die nur einen einzigen Spiegel haben, unsern dioptrischen achromatischen Fernröhren erst dann gleichgeltend, wenn die Oeffnung der letztern nahe gleich dem 0.85sten Theil der Oeffnung der ersten ist, so dafs z. B. ein Spiegel von 48 Zoll Oeffnung, wie jener des grofsen Telescops von Herschel d. A. nur einen Refractor von 41 Zoll Oeffnung an Lichtstärke gleich gesetzt werden kann, eine Gröfse des Objectivs, die wir mit unsern Glaslinsen je zu erreichen wohl nur sehr wenig Hoffnung haben möchten.

Unter den Künstlern, welche sich durch Verfertigung vorzüglicher Mikroscope ausgezeichnet haben, bemerken wir zuerst di Torre aus Neapel, der die kleinsten einfachen Glaskugeln lieferte, die nur den $\frac{1}{360}$sten Theil eines Pariser Zolles im Durchmesser hatten, und eine ungemein starke Vergröfserung gaben. Die zusammengesetzten Mikroscope, deren Theorie besonders Euler und nach ihm Klügel ausgebildet haben, wurden von Dollond, Ramsden, Brander in Augsburg, Adams (Adams Essay on the microscope. Lond. 1787), Lieberkühn, Weickert, Brewster, und besonders von Fraunhofer in München und Plöfsl in Wien von vorzüglicher Güte verfertiget. Lieberkühn ist auch als Erfinder des Sonnenmikroscops bekannt, welches später Alpinus verbessert hat. Katoptrische oder Spiegelmikroscope, die Barkers erfunden hat, verfertigten mit besonderer Vollkommenheit Amici (Memoria di Microscopi catadioptrici, Modena 1818) und Plöfsl.

Die dioptrischen achromatischen Fernröhre, oder die Refractoren, wurden schon von ihrem Erfinder, John Dollond, zu einer grofsen Vollkommenheit gebracht, sowohl durch seine geschickte Anwendung der zwey- und dreyfachen Objective, als auch durch seine vielfachen Versuche über die Oculare, denen er vier, fünf und sechs Linsen gab, um dadurch die durch einfache Oculare entstehende Farbenzerstreuung zu vermindern, und zugleich das Gesichtsfeld der Fernröhre zu vergröfsern.

Sein Sohn, Peter Dollond, lieferte, die Bahn des Vaters ruhmvoll verfolgend, noch vollkommnere Fernröhre, so wie Ramsden, Dollond's Schwager, gleich grofs als mechanischer und als optischer Künstler, welchem letzten wir, nebst seinen vorzüglichen astronomischen Instrumenten von gröfseren Dimensionen und nebst mehreren vortrefflichen Fernröhren auch die sogenannten astronomischen Oculare mit zwey Linsen ohne Bild, und den Dynameter zur genauen Messung der Vergröfserung der Fernröhre verdanken. Die neuesten und vorzüglichsten Instrumente dieser Art endlich sind die von Fraunhofer, deren Vorzüge itzt allgemein und ohne Widerspruch anerkannt werden. Sein Fernrohr von 9 Par. Zoll Oeffnung und 14 Fufs Brennweite, welches itzt die Sternwarte von Dorpat schmückt, ist das gröfste und vollkommenste dioptrische Werkzeug dieser Art, welches bisher aus den Händen unserer Künstler gekommen ist. Ein viel zu früher Tod entrifs uns diesen durch seine Erfindungskraft, und durch seine theoretischen Kenntnisse nicht minder als durch seine practischen Geschicklichkeiten ausgezeichneten Künstler in dem 38sten Jahre seines Alters, als er, noch kaum in der Mitte seiner Bahn, mehrere seiner bereits entworfenen wichtigen Entdeckungen ausführen, und eben einen von ihm begonnenen Refractor, von 12 Zoll Oeffnung und 18 Fufs Brennweite, vollenden wollte.

Das Heliometer mit getheilten Objectiven wurde beynahe zu gleicher Zeit von Savary und Bouguer erfunden, von J. Dollond wesentlich verbessert, und in unsern Tagen von Fraunhofer zu einem sehr hohen Grad der Vollendung gebracht. Die Biegung des Rohrs unter einem rechten Winkel mit einem Spiegel, zur bequemen Beobachtung in der Nähe des Zeniths, wurde von Aepinus vorgeschlagen. Auzout und Picard brachten zuerst die Fernröhre an die Quadranten und an andere astronomische Instrumente an, die früher nur mit einfachen Dioptern für unbewaffnete Augen versehen waren, und Auzout ersetzte überdiefs die schon früher von Huyghens vorgeschlagenen, aber noch sehr unvollkommenen Mikrometer durch Fadennetze, die er in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beyden Linsen des Fernrohrs aufstellte. Durch

diese beyden Verbesserungen wurde die Genauigkeit der Beobachtungen in einem solchen Grade erhöht, daſs ihre Einführung in der practischen Astronomie eine neue Epoche bildet.

Die zuerst von Newton vorgeschlagenen und auch durch ihn zum Theil ausgeführten Spiegeltelescope wurden zuerst von John Hadley im J. 1723 mit der nöthigen Genauigkeit und in gröſseren Dimensionen verfertiget (Phil. Trans. Vol. VI.) und von Short, dem wir auch die ersten vorzüglichen Aequatoriale verdanken, noch mehr vervollkommnet. Jacob Gregory änderte die Einrichtung dieser Instrumente ab, indem er den groſsen Spiegel in seiner Mitte durchbohrte, und Newton's kleinen ebenen Spiegel durch einen concaven ersetzte. Diese unter dem Namen der Gregorianischen Telescope bekanntenFernröhre wurden zuerst von J. Hadley und von Hooke mit Genauigkeit ausgeführt. Cassegrain, der den kleinen Hohlspiegel Gregory's in einen convexen verwandelte, suchte seine Aenderung selbst gegen Newton's Einwendungen geltend zu machen, aber die nach ihm genannten Telescope dieser Art sind itzt nicht mehr im Gebrauche. In Deutschland verfertigte Schröter in Lilienthal treffliche Spiegeltelescope bis zu 20 Fuſs Focallänge, die er zugleich, als ein ausgezeichneter Beobachter des gestirnten Himmels, zu seinen Entdeckungen gebrauchte. Aber bey weitem die vorzüglichsten von allen sind die berühmten Spiegeltelescope von Herschel. Dahin gehören die von 20 Fuſs Focallänge und 18 Zoll Oeffnung des Spiegels, mit welchen er die meisten seiner merkwürdigen Entdeckungen gemacht hat, andere von 25 Fuſs Länge und 24 Zoll Oeffnung u. ſ. und endlich, das gröſste Telescop dieser Art, von 40 Fuſs Brennweite und 48 Zoll Oeffnung mit einer sehr sinnreichen Vorrichtung zur Bewegung dieses Rieseninstrumentes, bey welchem, zur Vermehrung der Lichtstärke, der von Newton und Gregory eingeführte kleine Spiegel ganz weggelassen, und das Bild des gegen die Axe des Rohres etwas geneigten groſsen Spiegels unmittelbar durch eine Glaslinse betrachtet wird.

Die zuerst von L. Euler angeregte Idee der mit Flüssigkeiten gefüllten Objective, nahm in den neueren Zeiten Robert Blair wieder vor (Transact. of the R. Soc. of Edinb. Vol. II.),

indem er statt dem reinen Wasser Auflösungen von Salzen u. f. brauchte, durch welche die Farbenzerstreuung des Wassers beträchtlich vermehrt wird, so wie Oele, von welchen mehrere, wie das Steinöl oder das aus Steinkohlen und Bernstein gewonnene Oel, sich sehr angemessen gezeigt haben sollen. Blair nennt diese Gattung Objective, für deren Erfinder er angesehen werden kann, aplanatische (oder vollkommend nicht abweichende) weil in ihnen, nach seiner Behauptung, in der That alle Farben aufgehoben werden, während man bey den gewöhnlichen achromatischen Fernröhren mit zwey Glaslinsen nur die beyden äufsersten Farben zu vereinigen sucht (Gilb. Annal. Vol. VI.). Blair verfertigte im J. 1789 ein solches Fernrohr von 12 Zoll Brennweite und 2 Zoll Oeffnung, das 140 Mal vergröfserte, und nach Robison's Zeugnifs (Edinb. Journ. of Scienc. Nro. 8.) ein gewöhnliches von Dollond von 42 Zoll Focallänge übertraf. Erst in den letzten Jahren wurden diese aplanatischen Fernröhre von Barlow noch weiter vervollkommnet, indem er die zweyte biconcave hohle Linse mit Schwefelalcohol (Sulphuretum carbonici, Sulphuret of carbon) füllte, und sie überdiefs in einer beträchtlichen Distanz von der ersten Linse stellte, während Blair beyde Linsen, wie diefs bey unsern gewöhnlichen Fernröhren geschieht, nahe in unmittelbare Berührung brachte. Da jene Flüssigkeit äufserst durchsichtig ist und eine sehr starke Farbenzerstreuung hat, so zeichnen sich diese Fernröhre durch ihre grofse Oeffnung und durch ihre für den Beobachter so bequeme Kürze vor den übrigen vortheilhaft aus. Barlow verfertigte ein solches aplanatisches Fernrohr von 6 Zoll Oeffnung und 7 Fufs Länge, dessen Wirkung von Brewster und Baily ungemein gepriesen wurde. Man hat diesen mit Flüssigkeiten gefüllten Objectiven den Vorwurf gemacht, dafs die Flüssigkeiten bald verdünsten, oder durch Ansetzung von Krystallen u. f. degeneriren. Allein Baily sah ein von Blair schon vor 30 Jahren verfertigtes Objectiv dieser Art noch in ganz vollkommenem Zustande, auch soll nach Barlow diese Flüssigkeit, wenn es erfordert wird, sehr leicht wieder durch eine neue ersetzt werden können. Gröfseren Nachtheil scheint man von den Aenderungen dieser Flüssigkeiten durch die Tem-

peratur zu besorgen zu haben, daher sie zu Sonnenbeobachtungen nicht leicht anwendbar seyn, und wohl immer den in unserem vierten Versuche erklärten Fernröhren nachstehen werden, wenn es den Chemikern gelingt, die dort verlangte Glasart gehörig darzustellen.

VORZÜGLICHE OPTISCHE WERKE.

Ευκλειδου οπτικα και κατοπτρικα, graece cum interp. lat. Jo. Penae. Paris 1557.

Euclidis opera omnia per Dan. Gregorium. Oxon. 1703. — Optica 4. Paris 1557.

Alhazeni opticae thesaurus, libri VII. item Vitellionis libri X adjecti, a Fr. Risnero. Bas. 1572.

Maurolyci theoremata de lumine et umbra. Venet. 1575. Cum notis Clavii. Lugd. 1613 et 1617.

Vitellionis περι οπτικης libri X. Norimb. 1535 et 1551. Basel 1572. — Francof. 1604.

Porta, de refractione optices parte libri IX. Neap. 1593. — Ejusdem Magia naturalis. Neap. 1558 et Frcf. 1579. Deutsch Nürnberg 1680.

Peccam, de optica. Colon. 1627.

Rhodii optica cum tractatu de crepusculis. Viteb. 1611.

Risneri opticae libri IV. Cassel 1606. Basel. 1585 fol.

Dominis, de radiis lucis. Venet. 1611.

Aguilonii opticorum libri VI. Antverp. 1613.

Baconis (Roger) perspectiva, edidit Combach. Fcfrt. 1614. — Specula mathematica. Fcfrt. 1614. — Opus majus, edidit Jebb. Lond. 1733.

Bartholini experimenta crystalli Islandici. Hafn. 1669.

Kepler, paralipomena ad Vitelionem. Aug. Vindel. 1604. — Dioptrice. Aug. Vindel. 1611.

Hugenius, tractatus de lumine. Lugd. Bat. 1691. — Dioptricam ejusdem vide in: Hugenii opera posthuma. Lugd. Bat. 1703.

Borellus, de vero telescopii inventore. Haag. 1655.

Des Cartes, La dioptrique et la géométrie. Par. 1637. desselben dioptrice, in dessen: opera philosophica, Amsterd. 1644, 1656, 1677, 1685 et 1692. — Die erste französische Ausgabe seiner Dioptrique ist enthalten in: Discours sur la methode pour bien conduire sa raison, puis la Dioptrique, les meteores et la géometrie. Paris 1637 und 1668.

Barrow, lectiones opticae et geometricae. Lond. 1674 et 1669.

Hartsoeker, Essai de dioptrique. 4. Par. 1694.

Grimaldi, physico — mathesis de lumine ot coloribus. Bon. 1665. — Ejusdem Miscellanea catoptrica. Bonon. 1686.

Kircher, ars magna lucis et umbrae. Romae 1644 et 1671. Amstelod. 1679.

Schoiner, Oculus, sive fundamentum opticum ex oculi anatomia. Oenip. 1619; Friburg 1621 et Lond. 1652.

Schott, magia optica, ins Deutsche übersetzt. Bamb. 1671. — Freft. 1677 et 1740. Ejusdem magia universalis naturae et artis. Wirceburgi 1657.

Boyle, (Robert) Experiments and considerations touching colours. Lond. 1663. Latein Lond. 1665.

Faulhaber, Descriptio instrumentor. geom. et opticorum. 4. Freft. 1610.

Newton, Optiks, or a treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Lond. 1704, 1718, 1721, 1730 et 1742. Ins Latein übersetzt von Sam. Clarke. Lond. 1706 et 1719. Genf 1740. Französisch von Goste. Amst. 1720, Paris 1722 et Paris 1787. Ejusdem Opera optica. Patav. 1749.

Gregorii (Jac.) optica promota. Lond. 1663.

Gregorii (Dav.) Catoptricae et dioptricae sphaericae elementa. Oxon. 1695. Englisch übersetzt von Desagulier. Lond. 1715 et 1735.

Klingenstierna, tentamen de corrigendis oberrationibus luminis et de perficiendo telesc. dioptr. Petropoli 1762.

Berkeley, essay towards a new theory of vision. Dublin. 1709. — Italienisch übersetzt: Saggio d'una nuova teoria etc. Venez. 1733.

Hooke, Micrographia. F. Lond. 1665.

Boscowich, dissertationes quinque ad dioptricam pertinentes Bassano 1785. Vindob. 1768. Dessen Abhandlung von den verbesserten Dollond'schen Fernröhren. Wien 1765. — Ejusdem opera ad opticam et astronomiam pertinentia. Venet. 1785.

Bouguer, essai d'Optique, sur la gradation de la lumiere. Par. 1729 et Par. 1760. — Latein von Richtenberg. Wien 1762.

Hartsoeker, Essai de dioptrique. Par. 1694 et 1696.

Molyneux, dioptrica nova, or a treatise of dioptriks. Lond. 1692.

Leibnitz, notitia opticae promotae Frefrt. 1671.

Bernoulli (Jean), recherches phys. et géometriques sur la propugation de la lumiere. Par. 1736.

Mayer (Tob.), de refractionibus objectorum terrestrium. Götting. 1751.

Smith (Rob.), a complet system of Optiks. Cambridge 1738. Deutsch. von Kästner. Altenburg 1755. Französisch von Pezenas. Paris 1767 und von Duval Leroi. Brest et Paris 1767 et 1783.

Priestley, the history and present state of discoveries relating to vision, light and colours. Lond. 1772. — Deutsch von Klügel. Leipz. 1776.

Lambert, photometria sive de mensura et gradibus luminis et colorum. Aug. Vind. 1760. — Desselben Pyrometrie, oder vom Maſs

des Feuers und der Wärme. Berl. 1779. — Desselben merkwürdigste Eigenschaften der Bahn des Lichtes durch die Luft und verschiedene sphärische und concentrische Mittel. Berl. 1772.

Kramp, Analyse des refractions astronomiques et terrestres. Strassb. et Lipsiae 1799.

Harris, treatise of optiks. Lond. 1775.

d'Alembert, Opuscules mathematiques. Paris.

L. Euler, Dioptrica. 3 Vol. in 4to. Petrop. 1769. Ejusdem nova theoria lucis et colorum, in seinen opusculis varii argumenti. Berl. 1746.

Lacaille, Leçons elementaires d' Optique. Par. 1756; 1766 et 1802. Latein von Scherffer. Vindb. 1757. —
Lehrgebäude der ganzen Optik, Alton. 1757.

Hertel, Anweisung Telescope zu verfertigen. Halle 1747.

Klügel, analytische Dioptrik. Leipz. 1778.

Zeiher, de novis dioptricae augmentis. 4. Wittenbg. 1768.

Langsdorf, Grundlehren der Photometrie. Erlang. 1803.

Hennert, dissertation sur les moyens de donner le plus grande perfection aux lunettes etc. Berlin 1772.

Adams, Essay on vision. Lond. 1789 et 1792. — Deustch v. Kries. Goth. 1794.

Adams, on the microscope. 4. Lond. 1798.

Baker, the microscope made easy. Lond. 1743 et 1753. Deutsch Zürch 1753 et 1756.

Craig, optica analytica. Lond. 1718.

Bischoff, practische Abhandlung der Dioptrik. Stuttg. 1772. — Desselben neue optische Beyträge. Ulm 1760.

Scherffer, institutionum opticarum partes quatuor. Vindob. 1776. — Desselben: Neue dioptrische Fernröhre. Leipz. 1764. — Desselben: Abhandlung von den zufälligen Farben. Wien 1765.

Büsch, tractatus duo optici argumenti. Hamb. 1783.

Brandes, Beob. und Untersuchungen über die Strahlenbrechung. Ol denburg 1807.

Brander, Beschreibung zweyer Mikroscope. Augsb. 1769.

Schrader, Beschreibung eines 26füſsigen Telescops. Kiel 1794.

Tiedemann, Beschreibung der achrom. Fernröhre. Stuttg. 1785.

Decker, die Theorie des Reflectors Berl. 1817.

Dutens, du miroir ardent d' Archimede. Par. 1775.

Martin, new elements of optiks. Lond. 1750.

Fuſs, instruction detaillée pour porter les lunettes au plus haut dégré de perfection. Petersb. 1774. Deutsch von Klügel. Leipz. 1778.

Wideburg, de mikroscopio solari. Erlang. 1757 und Nürnbg. 1758.

Herschel, (Will.) Beschreibung des 40füſsigen reflectirenden Telescops, aus dem Engl. von Geiſsler. Leipz. 1799. — Dessen Experiments of the coloured Rings between two object-glasses. Lond. 1807. Dessen: On the power of penetrating into space by telescopes. Lond. 1800.

Karsten, Lehrbegriff der Mathematik. Achter Theil.
Dick, Anweisung, Vergröfserungsgläser zu schleifen. Hamburg 1793.
Burja, Anleitung zur Optik. Berl. 1793.
Göthe, Zur Farbenlehre. Tübing. 1811. — Desselben Beyträge zur Optik. Weimar 1792.
Pfaff, Ueber Newtons Farbentheorie und Göthes Farbenlehre. Leipz. 1813.
Fraunhofer, Bestimmung des Brechungs- und Farbenzerstreuungs-vermögens verschiedener Glasarten. München 1816.
Malus, Theorie de la double refraction de la lumiere dans les substances crystallisés. Par. 1810.
Biot, recherches sur les refractions extraordinaires. Par. 1810.
Santini, Teorica degli Stromenti ottici. 2 Vol. Padua 1828.
Prechtl, Practische Dioptrik. Wien 1828.

VORZÜGLICHE OPTISCHE ABHANDLUNGEN AUS DEN MEMOIREN DER ACADEMIEN.

Achard, Ueber das Leuchten des faulen Holzes. Mem. Berl. 1783.
Adams, Ueber Verfertigung der Mikroscope. Phil. Transact 1710.
Aepinus, zur Optik gehörende Bemerkungen. Mem. Petrop. Vol. 10. — Ueber ein neues achrom. Mikroscop. Mem. Petrop. Vol. 2 und 9.
d'Alembert, Theorie der Fernröhre etc. Mem. Par. 1764. 1765. 1767.
Auzout, Ueber Beleuchtung und Erwärmung der Körper durch die Sonne. — Ueber Campanis Fernröhre. Ueber die Oeffnung der Objectivgläser. — Ueber sehr grofse Fernröhre. Phil. Trans. 1665.
Baker, Ueber die Mikroscope Leeuwenhoek's Phil. Trans. 1740.
Barker, Ueber catoptrische Mikroscope. Phil. Tr. 1736.
Beguelin, Ueber das Farbenspectrum. Mem. Berl. 1786. Aberration gebrochner Strahlen. Ib. 1762. — Ueber prism. Farben. Mem. Berl. 1764. Achromatische Prismen. Ib. 1762. Verbesserung der Fernröhre. Ib. 1709. Achromatisches Mikroscop. Ib. 1784.
Bernoulli, (Joh.) Ueber die Fortpflanzung des Lichts. Mem. Par. Vol. 3. et Mem. Berl. 1772.
Bernoulli, (Dan.) Ueber die optischen Nerven. Mem. Petrop. Vol. I.
Blair, Ueber die ungleiche Brechbarkeit des Lichtes. Trans. Edinb. Vol. 3.
Borelli, Ueber sehr grofse Fernröhre Mem. Par. Vol. 10. — Ueber die Verfertigung grofser Objective. Phil. Transact 1676.
Boscovich, Beyträge zur Verbesserung der Optik. Mem. Bonon. Vol. 5.

Bouguer, Vergleichung des Lichts der Sonne, des Mondes etc. Mem. Par. 1726 und ibid. 1757. — Ueber die scheinbare Gröfse der Gegenstände. Ibid. 1755.

Boyle, Ueber die Relation zwischen Licht und Luft. Ph. Trans. 1667.

Brougham, Eigenschaften des Lichts. Phil. Tr. 1796. — Ueber Inflexion, Reflexion etc. Ibid. 1797.

Buffon, Ueber Brennspiegel. Mem. Par. 1747. 1748. Phil. Trans. 1748.

Burja, Ueber die Farben. Mem. Berl. 1792. 1793. — Ueber hyperbolische Objective etc. Ibid. 1797. — Ueber den Weg des Lichtes durch Prismen. Ib. 1798.

Butterfield, Ueber Mikroscope mit sehr kleinen Glaskugeln. Ph. Trans. 1678.

Cadet et Brisson, Ueber die brechende Kraft der Flüssigkeiten. Mem. Par. 1777.

Campani, Ueber Verbesserung. der optischen Gläser. Ph. Trans. 1665.

Cassini, (Jac.) Ueber die Brechung des Lichts in der Luft. Mem. Par. 1700. Ueber Centrirung der Objective. Ib. 1710. — Ueber Brennspiegel. Ibid. 1747.

Cavallery, Ueber die Durchsichtigkeit der Körper. Mem. Bordeaux. Vol. V.

Chaulnes, Duc de, über Newtons optische Versuche. Mem. Par. 1755. — Ueber Linsen zu Fernröhren. Ibid. 1767.

Clairaut, Ueber die Brechbarkeit der Strahlen. Phil. Trans. 1754. — Ueber die Refraction des Lichts. Mem. Par. 1739. — Ueber Verbesserung der Fernröhre. Mem. Par. 1756. 1757. 1762.

Cramer, Den Brennpunkt der durch mehrere Linsen gebrochene Strahlen zu finden. Mem. de Montpellier. Vol. 2.

Courtivron, Traité d'optique. Mem. Par. 1752.

Dalton, Ueber Farben. Mem. Manchester. Vol. V.

Desaguliers, Ueber Newtons optische Versuche. Ph. Tr. 1716. — Optische Versuche. Ib. 1728. — Ueber Fernröhre ohne Augenglas. Ibid. 1719.

Divinis, Ueber Linsen aus Bergkrystall. Ph. Tr. 1666.

Dollond, (John.) Ueber Brechbarkeit des Lichts. Ph. Tr. 1758. — Ueber ein Theorem von Euler. Ib. 1753. — Ueber Verbesserung der Fernröhre. Ib. 1753.

Doppelmayer, Gebrauch der ebenen Gläser bey astr. Beobachtungen. Acad. Nat. Curios. Cent. VII et VIII.

Ehrenberger, Ueber Brennspiegel. Acad. Nat. Curiosor. Vol. VI et VII.

Euler, (Leonh.) Ueber die Erscheinung aus der allmähl. Bewegung des Lichts. Mem. Petr. Vol. XI. — Ueber einige Optische Experimente. Ibid. 1777. — Ueber Refraction des Lichtes in der Atmosphäre und über verschiedne Brechbarkeit der Strahlen. Mem. Berl. 1754. Allgemeine Theorie der Dioptrik. Mem. Par. 1765. Wahre Theorie der

Refraction und Zerstreuung der Strahlen. Mem. Petrop. 1777. — Von dem wahren Gesetze der Brechung gefärbter Strahlen. Novi Comment. Petrop. Vol. XII. — Ueber die Brechung der Strahlen bey verschiedenen Farben. Mem. Berl. 1753. — Prüfung der Refraction der Linsen durch Prismen. Mem. Berl. 1766. — Ueber die Brechung der Flüssigkeiten. Mem. Berl. 1756 et 1762. und Mem. Par. 1777. Erklärung der Farbe dünner Blättchen. Mem. Berl. 1752. — Ueber Verfertigung der Glaslinsen. Novi Comm. Petr. Vol. VIII. — Abweichung der Linse wegen ihrer Gestalt. Mem. Berl. 1761. — Fernröhre mit drey Gläsern. Mem. Berl. 1757. — Fernröhre, welche die Gegenstände verkehrt darstellen. Mem. Berl. 1761. — Fernröhre mit 3 Linsen, welche die Gegenstände aufrecht darstellen. Mem. Berl. 1764. — Ueber Dollonds Fernröhre. Mem. Berl. 1762. — Optische Zusätze. Mem. Petr. 1779. — Ueber die Verbesserung der Fernröhre Mem. Par. 1756. — Ueber Objective, die mit Wasser gefüllt sind. Mem. Berl. 1761. — Ueber Verbesserung der Objective. Mem. Berl. 1747. — Ueber den Vortheil der doppelten Objective. Mem. Berl. 1762. — Ueber die Construction fehlerfreyer doppelter Objective. Mem. Berl. 1766. — Neue Verbesserung der Objective. Mem. Berl. 1767. — Ueber dreyfache Objective. Mem. Petrop. Vol. XVIII. — Ueber die Construction der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1761. — Ueber Telescope mit sechs und sieben Linsen. Mem. Petrop. Vol. XII. — Allgemeine Vorschrift zur Verfertigung der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1757. — Verbesserung der Telescope, die kein, die ein und zwey wahre Bilder haben. Mem. Petrop. Vol. XVIII. — Bestimmung des Gesichtsfeldes der Telescope und Mikroscope. Mem. Berl. 1761. — Verbesserung der Laterna magica und des Sonnen-Mikroscops. Mem. Petrop Vol. III. — Ueber Mikroscope mit sechs Linsen. Mem. Petr. Vol. XII. — Abbildung der Gegenstände durch sphärische Spiegel. (von Albrecht Euler.) Bayr. Acad. Vol. III. — Ueber Spiegel-Telescope. Mem. Berl. 1762. — Ueber die Natur des Feuers. Mem. Par. Vol. IV.

Fontana, Ueber Refraction und verwandte Gegenstände. Mem. della Societa ital. Vol. III. — Ueber Buffons Brennspiegel. Ibid. Vol. VIII.

Gmelin, Ueber zusammengesezte Mikroscope. Ph. Tr. 1745.

Godin, Ueber sehr grofse Fernröhre. Mem. Par. Vol. VI.

La Grange, Theorie der Fernröhre. Mem. Berl. 1778.

Gray, Benutzung des Wassers zu Fernröhren und Mikroscopen Ph. Tr. 1696 und 1697.

Hadley, Ueber die Zusammensetzung der Glaslinsen mit ebenen Spiegeln. Ph. Tr. 1737.

Hadley, Nachricht von seinen Spiegeltelescopen. Ph. Tr. 1723.

Halley, Ueber die Natur des Lichts Phil. Tr. 1693. — Ueber die Probleme der Optik. Ib. 1693.

Hartsoeker, Ueber sehr grofse Objective Misc. Berol. Vol. I. — Ueber Bedeckung der Linsen mit Staniol. Ib. Vol. I.

Hauksbee, Ueber Experimente der Refraction der Flüssigkeit. Ph. Tr. 1710. — Ueber Production des Lichts. Ib. 1708 und 1709

Heinrich, Ueber das Newtonianische und Eulerische System vom Licht. Mem. Bayr. Acad. Vol. V.

Herschel, (William) Ueber die Natur der Sonne und Sonnenbeobachtungen. Phil. Tr. 1801. — Ueber die Stabilität des Sonnenlichts. Ib. 1796. — Ueber die Wirkung der Spiegel. Ib. 1803. — Ueber die starken Vergröfserungen seiner Fernröhre. Ib. 1782. — Beschreibung seines 40füfsigen Telescopes. Ib. 1795. — Ueber die raumdurchdringende Kraft der Telescope. Ib. 1800. — Ueber die färbende und wärmende Kraft der Sonnenstrahlen. Ib. 1800.

Herschel, I. F. W. on the aber. of. compound lenses. Ph. Trans. 1821.

Hertel, Ueber elliptische, parabolische und hyperbolische Linsen. Miscell. Berol. Vol. III.

Hevelius, Ueber seine Objective und die von Huyghens gegebene Hoffnung. Ph. Tr. 1665 und 1670.

la Hire, Ueber die innere Bildung des Auges. Mem. Par. Vol. X. — Ueber einige Gegenstände der Optik. Mem Par. 1709. — Ueber verschiedene Fehler des Gesichtes Ib. Vol. IX. — Ueber die krumme Linie des Lichtstrahls in der Luft Ib. 1702. — Ueber die Refraction der Oele, des Wassers und der Luft. Ib. Vol. IX. — Ueber die Refraction des Talgs Ib. 1710. — Ueber die Wirkung der nächtlichen Feuchtigkeit auf die Objective. Ib. 1699. — Ueber einige Eigenschaften ebener Gläser. Ib. 1699.

Homberg, Versuche über den Phosphor. Mem. Par. Vol. X. — Ueber Brennspiegel. Ib. 1705 und 1708.

Hook, Ueber Brennspiegel. Phil. Tr. 1687.

Horsley, Ueber einige Schwierigkeiten in der Newtonianischen Theorie des Lichtes. Ph. Tr. 1770.

Hulme, Versuche über die Eigenschaften des Lichtes. Ph. Tr. 1800 u. 1801.

Hutton, Ueber Licht, Hitze und Feuer. Mem. Edinb. Vol. IV.

Huyghens, System des Lichtes. Mem. Par. Vol. I. — Erfindnng eines Niveaus mit Fernrohr. Mem. Par. Vol. I. et X. — Ueber grofse Fernröhre ohne Rohr. Ib. 1715.

Huyghens, Ueber eine neue Art von Mikroscopen. Mem. Par. Vol. X. — Ueber catoptrische Fernröhre. Ib. Vol. X.

Jeaurat, Bestimmung der Refraction und Farbenzerstreuung in Kron- und Flintglas und Dimension der zwey-, drey-, vier- und fünffachen Objective. Mem. Par. 1770. — Ueber achromatische Objective und Oculare. Ib. 1779.

Jenkins, Ueber Verfertigung sphärischer Linsen. Phil. Tr. 1741.

Kästner, Von der Aberration der Linsen. Comment. Götting. Vol. I. — Ueber sphärische Spiegel. Ib. Vol. VII, VIII.

Karsten, Erste Gründe der Photometrie. Abhdl. d. bayr. Acad. Vol. IX.
Klingenstierna, Von der Abweichung der Lichtstrahlen in Linsen. Schwed. Acad. 1760. — Ueber das Gesetz der Brechung bey Lichtstrahlen. Ib. 1754. Phil. Trans. 1760.
Klügel, Neue Berechnung doppelter Objective. Comment. Gott. Vol. XIII.
Kraft, Dioptrische Elemente für achromatische Objective zu Mikroscopen. Mem. Petrop. Vol. III. — Ueber ein catoptrisch-geometrisches Problem. Mem. Petrop. Vol. V, VII, et XII.
Lambert, Ueber achromatische Fernröhre mit einer einzigen Glasgattung. Mem. Berl. 1771.
Leibnitz, Ueber die Verfertigung der gläsernen Spiegel. Misc. Berol. Vol. I.
Lieberkühn, Ueber anatomische Mikroscope. Mem. Berl. 1745.
Mairan, Ueber die Reflexion des Lichtes von Körpern. Mem. d. Par. 1722, 1723, 1738, 1740. — Ueber die Farben. Mem. Par. 1720.
Malebranche, Ueber das Licht und die Farbe. Mem. Par 1699.
Malus, Journal de l'école polytechnique T. VII und Memoires présentés à l'institut. Vol. II. Par. 1811.
Marggraf, Ueber Lichtsauger.
Maraldi, Optische Experimente. Mem. Par. 1723.
Marchetti, Ueber die Phosphorescenz des bononischen Steins. Comment. Bonon. Vol. VII.
Marsigli, Ueber den bononischen Stein. Mem. Par. Vol. I.
Maskelyne, Aberration des Lichtes bey Linsen. Phil. Tr. 1761.
Maupertuis, Ueber das Gesetz der Brechung und Zurückstrahlung des Lichtes. Mem. Par. 1744. — Ueber Licht und Farben. Mem. Berl. 1745, 1776.
Mayer, Tob. Ueber die Gesichtsschärfe. Comment. Gott. Vol. IV.
Meidinger, Ueber das Leuchten des faulen Holzes. Berl. Gesellschft. Naturforsch. Freunde.
Melvil, Ueber Licht und Farben. Essays and Observat. Phys. and Litt. Vol. II. — Ueber die verschiedene Brechbarkeit der Strahlen. Phil. Trans. 1753.
Molyneux, Ueber ein dioptrisches Problem bey Fernröhren mit vier Linsen. Ph. Trans. 1686.
Murdoch, Ueber die Farben. Phil. Trans. 1763.
Nairne, Ueber ein neues Aequatorial. Phil. Trans. 1771.
Needham, Ueber einen Brennspiegel von 66 Fuſs Brennweite. Phil. Trans. 1747.
Newton, Neue Theorie des Lichtes und der Farben. Phil. Trans. 1661, 1672, 1673, 1675, 1676. — Ueber ein neues Spiegeltelescop. Phil. Trans. 1672, 1673.
Nicolini, Ueber Buffons Brennspiegel. Phil. Trans. 1747.
Oriani, Ueber Verbesserung der achromatischen Fernröhre. Mem. della Soc. Ital. Vol. III.

Passement, Ueber ein Spiegeltelescop an dem Quadranten. Mem. Par. Vol. VII.

Perault, Ueber sehr grofse Fernröhre. Mem. Par. Vol. I.

Pereboom, Geometrisch katoptrische Probleme. Nova acta acad. nat. curios. Vol. V.

Picard, Fragmente über Dioptrik. Mem. Par. Vol. VI.

Ramsden, Beschreibung eines neuen Oculars zu Fernröhren. Phil. Trans. 1783.

Réaumur, Ueber Maschinen zu sehr grofsen Fernröhren. Mem. Par. 1713.

Redern, Ueber die Verbesserung der Fernröhre. Mem. Berlin 1759.

Robison, Ueber die Bewegung des Lichtes. Transact. of Edinb.

Rochon, Ueber achromatische Linsen. Mem. des Soc. Savant. et Litt. Vol. I.

Roemer, Ueber die Bewegung des Lichtes. Mem. Par. Vol. I.

Roy, Ueber den Bau des Auges. Mem. Paris 1775.

Ruë, Analogie des Lichtes und des Schalls. Mem. de l'Acad. de Caën 1774.

Schröder, B. G. Von den Phosphoren. Nat. forschend. Gesellsch. in Danzig. Neue Sammlung. 1. B.

Schröter, J. H. Beschreibung eines dreyzehnfüfsigen Telescops. Com. Gott. 11. B.

Segner, Katadioptrischer Sector. Novi Com. Petro. Vol. VI.

Short, Ueber die Verfertigung der Objectiv-Linsen. Ph. Trans. 1769. — Beschreibung eines Aequatorials. Ibid. 1749.

Slare, Optische Experimente. Phil. Trans. 1683.

Stiles, Ueber die Mikroscope von Torre. Phil. Trans. 1765.

Smith, Verbesserung der katadioptrischen Telescope. Phil. Trans. 1740.

Stampfer, Zwey dioptrische Abhandlungen. Jahrbücher des polyt. Instituts in Wien. Vol. VII.

Tschirnhausen, Ueber eine neue Fernrohrlinse. Mem. Par. 1700. — Ueber Brenngläser. Mem. Par. 1699.

Wargentin, Ueber die Geschwindigkeit des Lichtes. Abhandl. der schwed. Acad. 1744.

Wilson Alex., Ueber die Fadennetze bey Fernröhren. Phil. Trans. 1774.

Wilson Jam. Ueber Mikroscope. Phil. Trans. 1702.

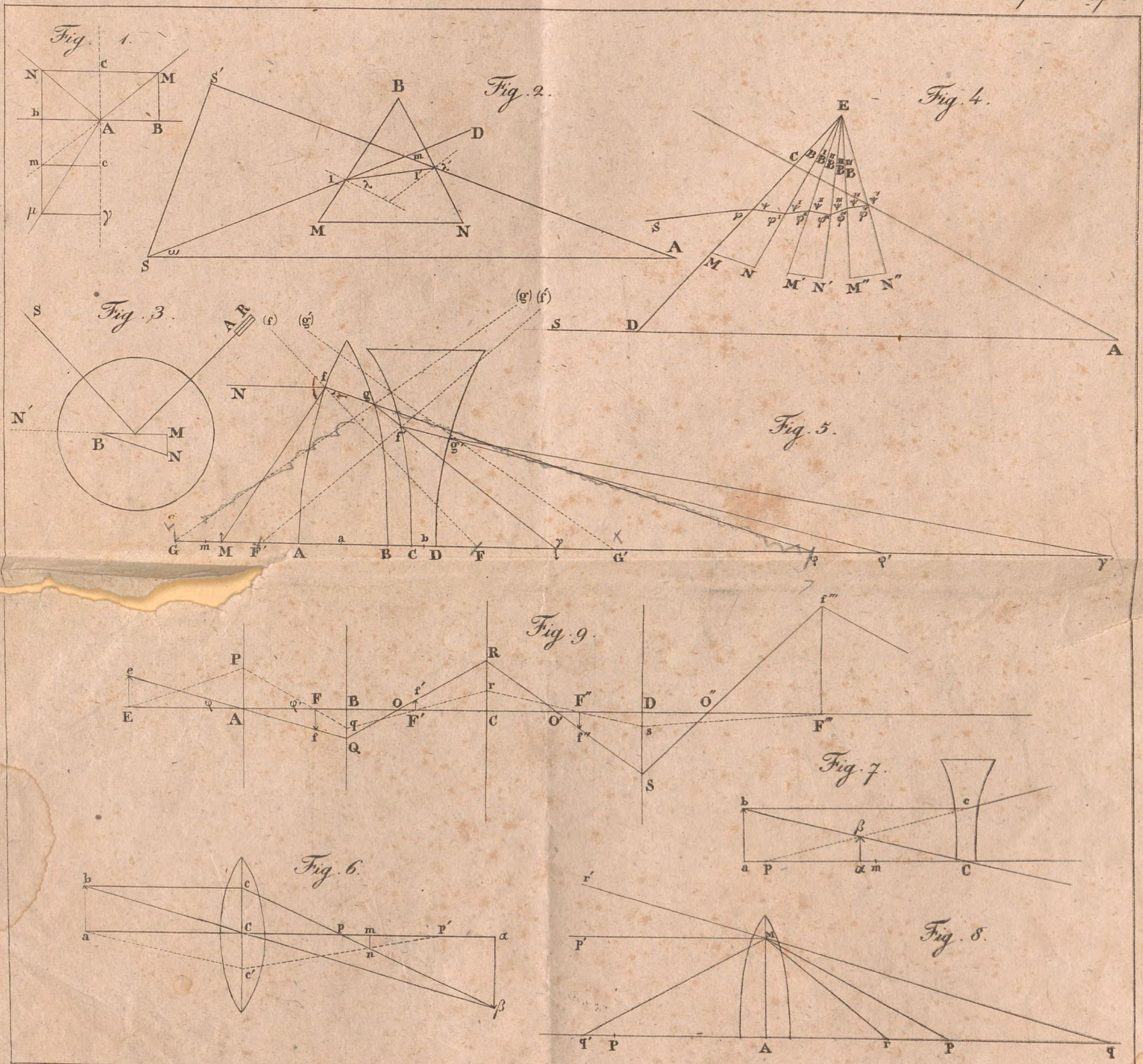
Wollaston, Ueber die horizontale Refraction. Phil. Trans. 1803. — Ueber die Messung der Brechung und Farbenzerstreuung, und über den isländischen Krystall. Ph. Trans. 1802.

Wren, Ueber hyperbolische Glaslinsen. Phil. Trans. 1669.

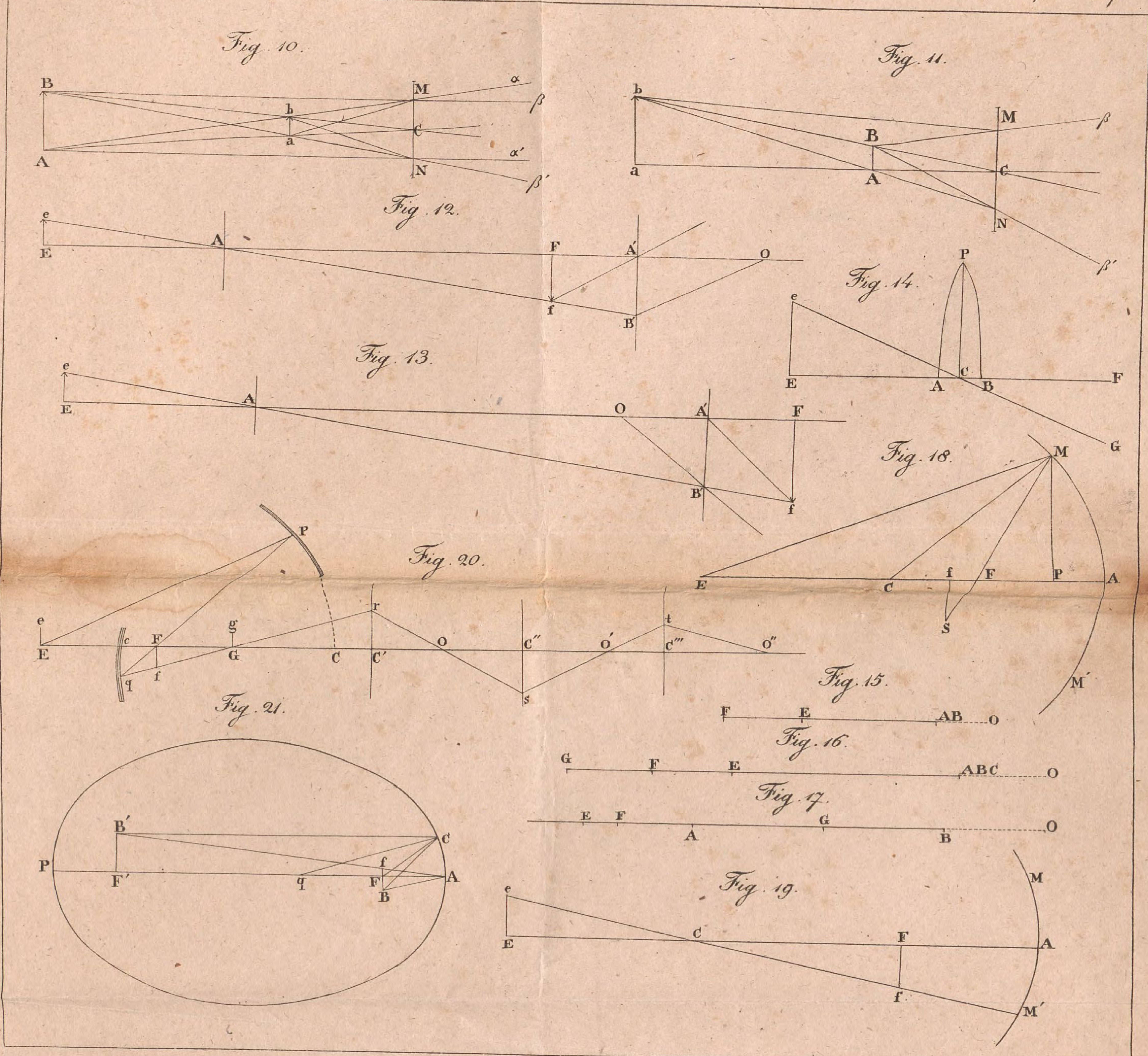
Young, Ueber Theorie des Lichtes und der Farben. Phil. Trans. 1802. — Ueber Schall und Licht. Ibid. 1800. — Ueber den Mechnismus des Auges. Ibid. 1801. — Ueber Newtons Correction der Objective. Trans. of the Irisch Acad. Vol. IV.

Zanotti, Ueber die Brechbarkeit der Strahlen. Com. Bonon. Vol. II.

Zeiher, Ueber das Sonnen-Mikroscop. Novi Com. Petrop. Vol. X. — Ueber Brenngläser und Brennspiegel. Novi Com. Petrop. Vol. VII.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 7.
Fig. 6.
Fig. 8.

Littrow's Dioptrik. Taf. 2.



We[illegible]

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Littrow, Joseph Johann <<von>>,

Dioptrik oder Anleitung zur Verfertigung der Fernröhre

Wien 1830

Math.a. 157 o

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080906-3